

Per Grahn

Beslutstöd för markmålsinsatser - Sampresentation av sensordata och digital karta



Ur Terrängkartan © Lantmäteriverket Gävle 2001. Medgivande M2001/6652

Pärmens baksida, som avsiktligt är blank.

Teknisk rapport

Per Grahn

Beslutstöd för markmålsinsatser - Sampresentation av sensordata och digital karta

Avsiktligt blank sida

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut, FOI Sensorteknik Box 1165 SE-581 11 LINKÖPING	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0282--SE	Klassificering Teknisk rapport
	Forskningsområde 4 Spaning och ledn. och 8 Människan i totalförsvaret	
	Månad, år December 2001	Projektnummer E7022
	Verksamhetsgren 5 Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 42 Spaningssensorer samt 81 MSI med fysiologi	
Författare/redaktör Per Grahn	Uppdragsgivare/Kundbeteckning Forsvarsmakten	
	Projektansvarig Dan Strömberg	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig	
	Godkänd av	
Dokumentets titel (I översättning) Beslutsstöd för markmålsinsatser - Sampresentation av sensordata och digital karta		
Sammanfattning (högst 200 ord) Som ett beslutsstöd för markmålsinsatser har man behov av att sampresentera kartinformation med sensordata. Rapporten beskriver hur man i ett markspaningssystem kan sammanlagra bild och kartunderlag samt ger ett exempel där en SAR-bild sampresenterats med kartan och resultat av detta. Flera olika algoritmer beskrivs såsom: grundläggande geodetiska transformationer, de i Sverige vanligaste kartprojektionerna, logiska operationer på polygondata samt några typiska sensorers geometriska transformationer till en kartprojektion. Vidare beskrivs Lantmäteriverkets digitala karta (terrängkartan).		
Nyckelord Geodetiska samband, Kartprojektioner, Polygonoperationer, Sampresentation, Markspaning		
Övriga bibliografiska uppgifter		Språk Svenska
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 38	
Distribution enligt missiv	Pris: Sekretess	

Issuing organization Swedish Defence Research Agency, FOI Sensor Technology P.O. Box 1165 SE-581 11 LINKÖPING SWEDEN	Report number, ISRN FOI-R--0282--SE	Report type Teknisk rapport
	Research area code 4 C4ISR and 8 Man-System-Interaction	
	Month, year December 2001	Project no. E7022
	Customer code 5 Contracted Research	
	Sub area code 42 Surveillance Sensors and 81 Human Factors	
Author/s (editor/s) Per Grahn	Sponsoring agency Swedish defence	
	Project manager Dan Strömberg	
	Scientifically and technically responsible	
	Approved by	
Report title (In translation) Fusion of image sensor data and digital maps		
Abstract (not more than 200 words) This report describes, in a ground surveillance system, how to fuse sensor image data and digital maps as well as giving an example of fusion between a SAR image and a digital map. Several different algorithms are described: basic geodesy transformations, the in Sweden common mapping projections, logic operations on polygon data and geometric transformations from sensor data to a map projection for some sensors. Also the digital map produced by Lantmäteriet is described.		
Keywords Geodesy transformations, Map projections, Polygon operations, Fusion picture-maps, Ground surveillance		
Further bibliographic information		Language Swedish
ISSN 1650-1942	Pages: 38	
	Price acc. to pricelist Security classification:	

Innehåll

1. Inledning.....	7
2. Kartunderlaget.....	9
2.1 Allmänt	9
2.2 Egenskaper.....	9
2.3 Kvalitetsbeskrivning	10
2.4 Höjddata.....	11
3. Geografiska transformationer.....	13
3.1 Koordinatsystem	13
3.2 Plana koordinater (Kartkoordinater)	15
4. Geometriska sensorkorrekationer	19
4.1 SAR-radar	19
4.2 Optosensorer	19
4.3 Spaningsradar.....	21
5. Anpassning av karta till en rasterbild.....	23
6. Geometriska operationer	25
6.1 Att avgöra om en punkt omsluts av en polygon	25
6.2 Klippning och logiska operationer på polygoner.....	25
7. Sammanlagring mellan SAR-bild och karta.....	27
7.1 Analys	29
8. Referenser.....	31
Bilaga A. Parametrar för olika geodetiska datum	32
Bilaga B. Gauss-Krüger's projektion	34
Bilaga C. Konstanter i transformationer	37

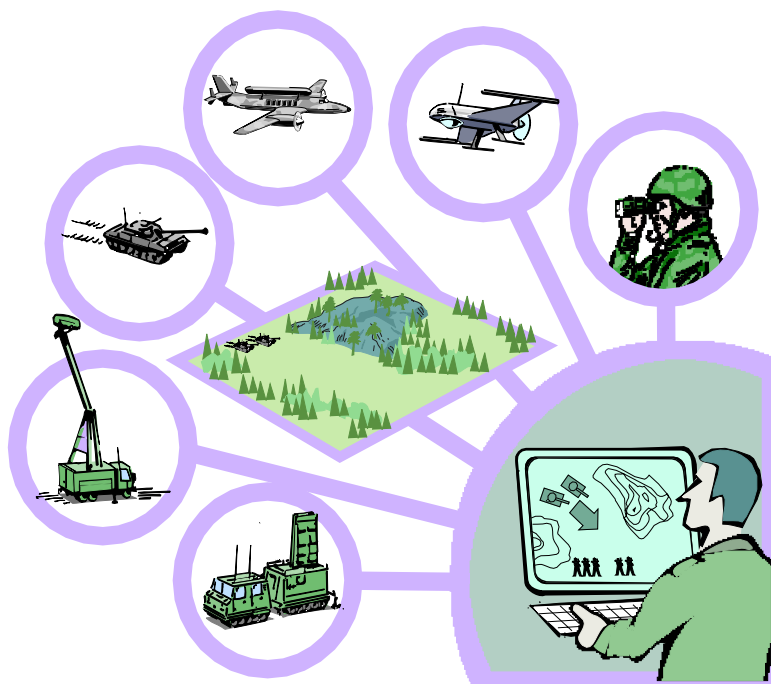
1. Inledning

Som ett beslutsstöd för markmålsinsatser har man behov av att sampresentera kartinformation med sensordata så att en bättre tolkning av spaningsresultatet kan göras. Svårigheten vid markspaning utgörs främst av att de eftersökta målen tenderar att döljas i bakgrunden. Därför är det av största vikt att man vet vad som utgör bakgrund och vad som är potentiella mål, vilket kartan kan hjälpa oss avgöra.

När man vid markspaning skall sammanställa data från många olika datakällor så måste man veta de mest grundläggande egenskaperna hos dessa datakällor eller sensorer som vi säger. Mycket centralt här är att korrekt sätta ihop sensordata med olika kartunderlag för det aktuella området. För att klara av detta så måste man hålla ordning på ett antal saker t.ex:

- Sensorns läge i ett globalt koordinatsystem
- Sensorns tittriktning vid datafångningen
- Sensorns öppningsvinkel(ar)
- Sensorns eventuella systematiska avbildningsfel
- Kartunderlagets koordinatsystem

Om man kan hålla ordning på dessa faktorer så kan man också etablera koordinattransformationer från sensordata till kartdata och tvärtom så att sampresentation kan ske i ett gemensamt koordinatsystem. Associering av objekt i sensordata till objekt i kartan kan först ske sedan transformationen etablerats och applicerats



Figur 1.1: Många sensorer med data som skall sammanställas med varandra och med kartunderlaget

När man sedan skall analysera situationen så skall en komplicerad kedja av associering, rimlighetsbedömningar, predikteringar mm etableras och då gäller det dessutom att förstå varför vissa objekt syns på så olika sätt av olika sensorer så att rätt slutsatser kan dras.

Nu är det emellertid så att dessa transformationer inte är helt självklara. Jag skall försöka förklara de grundläggande algoritmerna i de kommande kapitlen.

Man kan ha olika ansatser vid sampresentation av data från olika källor:

- Vi letar efter objekt i ett bestämt område, vilka sensordata finns från samma område? Presentera sensordata på kartan över området i kartans koordinatsystem.
- Vi har fått in en bild från en sensor, vilka andra sensordata och karta finns i samma område som primärbilden? Presentera kartan och sekundärbilder ovanpå primärbilden i dess koordinatsystem.

Båda ansatserna är användbara i sina respektive situationer.

2. Kartunderlaget

Kartunderlaget som använts i detta arbete kommer från Lantmäteriet (LMV) i form av så kallade "shape-filer" dvs för programmet ARC/INFO. Kartan består av objekt i punkt, linje eller polygonform där varje objekt har olika attribut associerade till sig. Resten av detta kapitel är hämtat från LMV:s beskrivning av kartunderlaget.

2.1 Allmänt

Gröna kartan (tidigare kallad Topografiska kartan) i skala 1:50 000 började 1988 produceras i en ny version (T5) med utökat kartinnehåll och sex färger jämfört med tidigare versioners fyra färger. Framställningen sker, till skillnad från föregående version, helt och hållet med digital teknik och databasuppbyggnaden görs i samband med kartframställningen. Det innebär att kartbladsvisa databaser successivt kommer att täcka landet och att det under produktionsperioden kommer att förekomma "öar" av baser.

2.2 Egenskaper

Innehållet är uppdelat i flera skikt¹ med teman enligt nedan:

- Vägar och järnvägar, symboler för stationer, rörliga broar och tunnlar.
- Övriga linje- och punktobjekt såsom gränser, kraftledningar, bäckar och diverse symboler.
- Djupkurvor (se under rubriken övrigt)
- Ytor som inte överlappar varandra: Vatten, skog (2 klasser), åkermark, fruktodling, hygge, bebyggelse (5 klasser), samt öppen mark (2 klasser).
- Ytor som överlappar ytorna ovan: Sankmark (3 klasser), berg i dagen, blockig mark samt torvtäkt.
- Text (se även bilaga 1.).

Databas-indelning

Med några få undantag har baserna en indelning motsvarande den Gröna kartan och dessa är uppdelade i skikt enligt ovan.

Geografisk yttäckning

Varje bas täcker i normalfallet en yta på 25 x 25 km. Det finns idag ca 230 baser i mellansverige, Ångermanland och Skåne. De kommer när utbyggnaden är klar att täcka hela landet utom inre Norrland med 619 baser.

Format

Kan levereras i bl.a. KF85-, ARC/INFO- och MapInfo-format.

Datamängd är ca 15-20 Mb per bas.

Koordinat-system

Plan: Rikets system 2,5 gon V, RT 90

Höjd: Rikets system RH 70

1. Varje skikt är upplagt i tre filer enligt specifikationen för "shape files".

Övrigt

Observera att djupkurvor ej skall användas till fartygsnavigering. Om så önskas måste Sjöfartsverket kontaktas för att få bekräftat att det inte finns data av högre kvalitet.

Höjdkurvor ingår inte i GSD-Gröna kartan utan levereras som en separat produkt.

2.3 Kvalitetsbeskrivning**Källor**

Flygbilder från 4 600 eller 9 200 meters höjd.

- Ortofoton framtagna från dessa flygbilder
- Föregående edition av Gröna kartan.
- Senaste edition av Gula kartan.
- Jordartskarta
- Sjökort
- Andra kartor såsom kommunkartor och orienteringskartor.
- Redaktionella uppgifter
- Fältinventering
- Grundläggande geografiska data (GGD)
- Ortnamnsdatabasen

Insamlings-metod

Huvudmetoden vid insamling av punkt- och linjeobjekt var före 1996 manuell digitalisering där underlaget utgjordes av ett manus framställt med hjälp av källorna ovan.

Idag görs digitaliseringen till stor del med fotogrammetriska metoder i stereoinstrument med flygbilder från 4600 meter. Digitaliseringen är gemensam med den för ekonomiska kartan. Arbetsskalan är 1:10 000, bl.a. för de underlag som används vid fältkontroll och komplettering. Informationen generaliseras sedan för GSD-Gröna kartans skalområde 1:50 000.

Före 1996 framställdes ytoobjekten mestadels via scanning genom att begränsningslinjerna för ytorna ritades manuellt med bl.a. ortofoto som underlag. Numera digitaliseras strandlinjer, bebyggelsegränser och åkerkonturer i stereomodell. Ytskiktet blockig mark produceras via information från SGU.

Djupkurvor hämtas från Sjöfartsverket till största del i digital form.

Texten från ortnamnsdatabasen uppdateras mot en bakgrund av den färdiga kartbilden, dvs den är kartografisk.

Läges-noggrannhet

Lägesnoggrannheten i baserna motsvarar ett medelfel på ca 10 m. På grund av kartografisk generalisering kan enstaka större lägesfel förekomma.

Fullständighet

Baserna innehåller alla objekt som redovisas på Gröna kartans T5-version utom höjdkurvor, geodetiska nät och kartans kantinformation.

Logisk struktur

Ytoobjekten bildar slutna figurer inom baserna.

Linjeobjekten för bilvägar, administrativa gränser, restriktioner och kraftledningar är i stort sett sammanhängande. De är dock ej fullständigt nätverksbildade. Anslutningen mellan andra linjeobjekt är inte alltid matematiskt korrekt.

Konnektionen mellan baserna är visuellt riktig i tryckskalan men de olika produktionsåren gör att vissa skillnader kan förekomma.

Aktualitet

I princip utgör flygfototillfället aktualitetsdatum.

Större vägar och bebyggelseområden kan dock kompletteras under fältinventeringen. Insamlingen sker i normalfallet med hjälp av ett år gamla flygbilder.

2.4 Höjddata

Höjddata, från början i analog form lagrade som profiler graverade på svartfärgade glasskivor, användes ursprungligen i första hand för ortofotoframställning i Gigas-Zeiss-projektorn. Man kunde där även få fram ett höjdmönster vilket kunde redigeras till nivåkurvor. När Avioplan införskaffades i slutet på 70-talet krävdes höjddata i digital form. Det var då LMV började framställa de höjdbaser med höjdvärden i varje skärningspunkt i ett 50 m-gitter som i första hand krävdes för att producera ortofoton i Avioplan. Man kunde dessutom interpolera fram höjdkurvor ur dessa baser.

I huvudsak tre metoder har använts för att samla in höjddata. Dessa är:

- Digitalisering av de tidigare nämnda profilplåtarna. Dessa är framställda genom profilmätning i stereoinstrument i första hand med hjälp av flygbilder från 4600 m. Profilavståndet är 60 m och registreringarna är på var 30:e meter längs profilen.
- Manuell digitalisering eller scanning av ekonomiska kartans nivåkurvor.
- Profilmätning i stereoinstrument i bilder från flyghöjd 4600 m resp 9200 m. Avstånd mellan profilerna är i bägge fallen 60 m men från 4600 m registrerar man höjden på var 30:e meter och från 9200 m registrerar man på var 60:e meter. Registreringen görs på magnetband, digitalt.

Efter datainsamling enligt någon av ovanstående modeller, görs en koordinattransformering till Rikets system och därefter interpoleras dessa data till höjddatabankens rutnätindelning. Dessa data lagras i s k Q-filer med 101x101 höjdvärden i ett 50 m-gitter.

Medelfelet i höjd är 2,5 m. Lägen i plan definieras av 50 m-gittret.

Höjddatabanken omfattar landområden, sjöar samt havsområdet närmast kusten. Den del av en bas som ligger i Finland eller Norge, där vi ej har haft möjlighet att mäta fotogrammetriskt eller på något annat sätt, är utfylld med en slumpmässigt vald höjd vilken som helst. Ibland är den utländska

ytan fördelad på några få eller endast en höjd, ibland är det den sista riktiga höjden vid gränsen som fortsätter ut till bladkanten.

Vid kusterna, där andelen vattenområde i baserna börjar bli stor, gör den fotogrammetriska mätningen samt interpolations-metoden att små öar inte blir representerade i höjdbasen.

Längre ut från kusten, där fotogrammetrisk mätning ej har varit möjlig och någon annan typ av mätning ej varit ekonomiskt försvarbar, har baserna endast fyllts ut med vattenytans höjd. Detta gör att i enstaka fall har mindre öar som sammanfaller med höjdgittret undgått representation.

3. Geografiska transformationer

3.1 Koordinatsystem

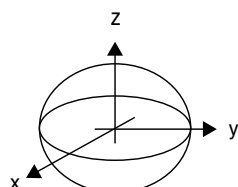
De koordinatsystem som behövs för sammanvägning av bild- och kartdata är de som används av lantmätare och som kan mätas in med hjälp av det satellitbaserade GPS-systemet. Detta är bra därför att det därigenom finns ett etablerat referenssystem och etablerade transformationsmetoder. Det är dock så att lantmätare i olika länder och platser använder olika referenskoordinatsystem. De vanligaste i vårt område har beteckningar (geodetiska datum) som RT90¹, WGS84², SWEREF99³ och ED87⁴. Alla nationella eller regionala system har etablerat transformationer till och från WGS84 som är det koordinatsystem som användes av GPS-systemet. I alla dessa referenssystem så modelleras jorden som en så kallad ellipsoid vars ekvation skrivs:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (3-1)$$

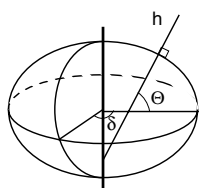
där a är halva storaxeln och b är halva lillaxeln. Man brukar uttrycka avplattningen i form av excentriciteten e som definieras av:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (3-2)$$

I var och en av referenssystemen (datum) förekommer två varianter, geocentriskt system eller geografiskt system.



Figur 3.1: Geocentriskt system



Figur 3.2: Geografiskt system

Det geocentriska koordinatsystemet, har origo i jordens mitt, figur 3.1:

- (i) Z-axeln går ut genom den geografiska nordpolen.
- (ii) X-axeln går genom den punkt på jorden där 0-meridianen och ekvatorn korsar varandra.
- (iii) Y-axeln går sedan på ett sådant sätt att man får ett högerorienterat koordinatsystem.

De geografiska koordinaterna utgår också från jordens mitt, figur 3.2.

- (i) Longituden δ för en ort är vinkeln mellan ett utgångsmeridianplan och meridianplanet genom orten ifråga.
- (ii) Latituden Θ för en ort är vinkeln mellan ellipsoidens normal genom punkten och ekvatorplanet.
- (iii) Höjden h för en ort är avståndet mellan orten och ellipsoidens yta längs med ellipsoidens normal.

1. RT90 står för Rikets Triangelnät 1990 och använder Bessels ellipsoid från 1841.

2. WGS84 – "World Geodetic System 1984", använder en ellipsoid definierad av US DMA. Denna definition bygger på satellitinmätning av geoiden.

3. SWEREF99 – Swedish Reference 1999, använder ellipsoiden GRS1980 och är det nyaste och bästa systemet i Sverige.

4. ED87(ED50) – "European datum 1987", använder internationella referensellipsoiden från 1924 som i sin tur bygger på Hayfords ellipsoid från 1910.

Omvandling av geografiska koordinater till geocentriska och tvärt om

För omvandlingarna krävs kännedom om ellipsoidens storaxel (a) och excentricitet (e). I datumet RT90 har dessa värden följande parametrar

$$\begin{cases} a = 6377397.2 \text{ m} \\ e^2 = 0.00667437 \end{cases}$$

Bilda:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Theta}} \quad p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \Omega = \operatorname{atan}\left(\frac{z}{p\sqrt{1 - e^2}}\right) \quad (3-3)$$

Omvandlingen från geografiska (δ, Θ, h) koordinater till geocentriska (x, y, z) sker enligt:

$$\begin{aligned} x &= (N + h) \cos \Theta \cos \delta \\ y &= (N + h) \cos \Theta \sin \delta \\ z &= (N(1 - e^2) + h) \sin \Theta \end{aligned} \quad (3-4)$$

Omvandlingen från geocentriska (x, y, z) koordinater till geografiska (δ, Θ, h) sker enligt:

$$\begin{aligned} \Theta &\approx \operatorname{atan}\left(\frac{z + \frac{ae^2}{\sqrt{1 - e^2}} \sin^3 \Omega}{p - ae^2 \cos^3 \Omega}\right) \\ h &= \frac{p}{\cos \Theta} - N \\ \delta &= \operatorname{atan} \frac{y}{x} \end{aligned} \quad (3-5)$$

höjden h som har beräknats är höjden över ellipsoiden.

Omvandling från ett datum till ett annat

Den transformationsmetod som av många idag anses vara den bästa, när man skall omvandla från ett geodetiskt datum till ett annat t.ex från WGS84 till RT90, är Bursa-Wolfs sjuparameters-transformation. Denna transformerar mellan de geocentriska systemen för respektive datum. De sju parametrarna väljs så att avvikelserna mellan transformerade och uppmätta geocentriska koordinater i ett antal inpassningspunkter minimeras.

Själva transformationen har följande utseende:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{Datum 2}} = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} + (1 + \delta) R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{Datum 1}} \quad (3-6)$$

där rotationsmatrisen R består av rotationer runt koordinataxlarna enligt

$$\begin{aligned} R &= R_z R_y R_x = \begin{bmatrix} \cos \omega_z & \sin \omega_z & 0 \\ -\sin \omega_z & \cos \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_y & 0 & -\sin \omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_y & 0 & \cos \omega_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_x & \sin \omega_x \\ 0 & -\sin \omega_x & \cos \omega_x \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \omega_y \cos \omega_z & \sin \omega_z \cos \omega_x + \sin \omega_x \sin \omega_y \cos \omega_z & \sin \omega_x \sin \omega_z - \sin \omega_y \cos \omega_x \cos \omega_z \\ -\sin \omega_z \cos \omega_y & \cos \omega_x \cos \omega_z - \sin \omega_x \sin \omega_y \sin \omega_z & \sin \omega_x \cos \omega_z + \sin \omega_y \sin \omega_z \cos \omega_x \\ \sin \omega_y & -\sin \omega_x \cos \omega_y & \cos \omega_x \cos \omega_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-7)$$

Detta kan eftersom rotationerna är små förenklas utan att stora fel uppstår enligt

$$R \cong \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

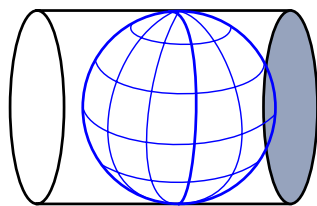
Observera enheterna. Rotationerna ω i transformationsmatrisen måste anges i radianer, translationerna i meter och skaländringen δ skall vara dimensionslös.

Om man vill gå åt andra hållet så bör man invertera rotationsmatrisen och skriva om till:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{Datum 1}} = R^{-1} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{Datum 2}} - \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} \right) \frac{1}{(1 + \delta)} \quad (3-9)$$

Det har emellertid visat sig att man får en mycket god approximation om man helt enkelt byter tecken på samtliga parametrar och sätter in i den ursprungliga ekvationen (3-6). Värdena på de sju konstanterna ($x_d, y_d, z_d, \delta, \omega_x, \omega_y, \omega_z$) i ekvationerna (3-6) till (3-8) beror av mellan vilka geodetiska datum man vill utföra transformationen, se bilaga A.

3.2 Plana koordinater (Kartkoordinater)



Figur 3.3: Transversell
cylinder-
projektion

En karta är en planprojektion av geografiska data uttryckta i något datum. Det finns flera olika sätt att göra denna planprojektion men gemensamt för dem alla är att felen blir större ju längre från projektionens centrum man kommer. Orsaken till detta är att vi försöker att avbilda ellipsoidens buktiga yta på ett plant papper eller bildskärm. Den nedan beskrivna metoden är den som normalt förekommer i svenska kartor med den egenskapen att man kan mäta avstånd direkt i kartan med samma skala i alla riktningar från en given punkt. Däremot är inte norr rakt uppåt i kartan utan varje punkt har sin egen norrriktning. Projektionen är en så kallad transversell cylinderprojektion, se figur 3.3, och kallas vanligen Gauss-Krüger's¹ projektion som i vårt fall har sitt centrum 2.5 gon² väst om Stockholms gamla observatorium. Man har valt att lägga origo 1500 km i tangentens riktning väster om den punkt i vilken medelmeridianen och ekvatorn skär varandra. Detta gör att man över Sverige erhåller ost- och nordvärden som är positiva och i samma storleksordning. I bilaga B beskrivs den allmänna versionen av Gauss-Krüger's projektion och i bilaga C de konstanter som ingår i nedanstående formler.

Geografiska- till plankoordinater

Utifrån den geografiska koordinaten (δ, Θ, h) bildas först

1. I engelskspråkiga länder brukar Gauss-Krügers projektion kallas för "Transverse Mercator"

2. gon är ett vinkelmått som definieras som 1/400 dels varv till skillnad från grad som är 1/360 dels varv.

$$\begin{aligned}\Theta^* &= \Theta - \sin \Theta \cos \Theta (A' + B' \sin^2 \Theta + C' \sin^4 \Theta + D' \sin^6 \Theta) \\ \Sigma' &= \operatorname{atan}\left(\frac{\tan \Theta^*}{\cos(\delta - \delta_0)}\right) \\ n' &= \operatorname{atanh}(\cos \Theta^* \sin(\delta - \delta_0))\end{aligned}\quad (3-10)$$

då erhålls nordvärdet x med

$$x = A(\Sigma' + \beta_1 \sin(2\Sigma') \cosh(2n') + \beta_2 \sin(4\Sigma') \cosh(4n') + \beta_3 \sin(6\Sigma') \cosh(6n')) \quad (3-11)$$

och ostvärdet y med

$$y = y_0 + A(n' + \beta_1 \cos(2\Sigma') \sinh(2n') + \beta_2 \cos(4\Sigma') \sinh(4n') + \beta_3 \cos(6\Sigma') \sinh(6n')) \quad (3-12)$$

Plan- till geogra- fiska koordinater

Utgå från de plana koordinaterna (x, y) och bilda

$$\begin{aligned}\Sigma &= \frac{x}{A} & n &= \frac{(y - y_0)}{A} \\ \Sigma' &= \Sigma - \delta_1 \sin(2\Sigma) \cosh(2n) - \delta_2 \sin(4\Sigma) \cosh(4n) - \delta_3 \sin(6\Sigma) \cosh(6n) \\ n' &= n - \delta_1 \cos(2\Sigma) \sinh(2n) - \delta_2 \cos(4\Sigma) \sinh(4n) - \delta_3 \cos(6\Sigma) \sinh(6n) \\ \sin(\Theta^*) &= \frac{\sin(\Sigma')}{\cosh(n')}\end{aligned}\quad (3-13)$$

Då erhålls longituden ur

$$\delta = \delta_0 + \operatorname{atan}\left(\frac{\sinh(n')}{\cos(\Sigma')}\right) \quad (3-14)$$

och latituden ur

$$\Theta = \Theta^* + \sin(\Theta^*) \cos(\Theta^*) (A^* + B^* \sin^2(\Theta^*) + C^* \sin^4(\Theta^*) + D^* \sin^6(\Theta^*)) \quad (3-15)$$

Dessa formler för omvandling mellan geografiska och plana koordinater är mycket noggranna. Om man vill förkorta beräkningstiden kan alla termer med δ_2 och δ_3 slopas; felet uppgår då till högst 1 meter per term. Man kan förenkla beräkningarna ytterligare genom att slopa termerna med $\sin^4(\Theta^*)$ och $\sin^6(\Theta^*)$; deras gemensamma påverkan av resultatet är högst 3 meter.

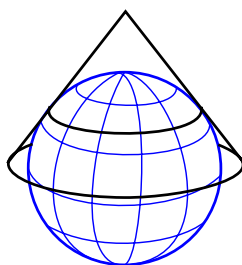
Andra kartprojektioner

I andra länder förekommer det kartor som är gjorda med samma typ av projektion men med andra parametrar t.ex:

- (i) BNG – British National Grid, Englands motsvarighet till RT90 2.5 gon V 0:-15
- (ii) KKJ – Finlands motsvarighet till RT90 2.5 gon V 0:-15
- (iii) ITM – Irish Transverse Mercator, Irlands motsvarighet till RT90 2.5 gon V 0:-15
- (iv) UTM – Universal Transverse Mercator. Är en zon-indelning av Gauss-Krüger som täcker hela jorden. Vanligt förekommande tillsammans med ED50 och WGS84. Den är konform, bäst för områden som är utsträckta i nord-sydlig riktning och smala i öst-västlig riktning. Sann skala utmed de två meridianerna som är halvvägs mellan centrummeridianen och zonens kant.

Det förekommer också helt andra typer av planprojektioner. Exempel på sådana är:

- (i) Polyconic: bevarar area, form, avstånd och riktning för små områden, bäst för nord-sydliga områden. Skalan ökar ju längre från centrummeridianen man kommer och är acceptabel endast upp till 9 grader från centrummeridianen.
- (ii) Lambert Conformal Conic: Konform, bäst för öst-västliga områden väl norr eller söder om ekvatorn. Är en konisk projektion, se figur 3.4.
- (iii) Albers Equal-Area Conic: ytriktig, bäst för öst-västliga områden väl norr eller söder om ekvatorn. Är också en konisk projektion enligt figur 3.4.



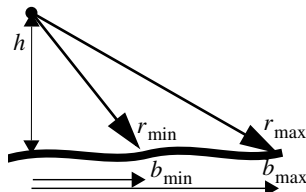
Figur 3.4: Konisk projektion

4. Geometrisk sensor-korrektioner

4.1 SAR-radar

SAR¹-principen bygger på att man uppnår en hög noggrannhet genom att flyga med en liten antenn en stor sträcka under det att man gör många delmätningar, som sedan sammanställs fasriktigt. Samma upplösning med konventionell radarteknik skulle kräva en ohanterligt stor antenn.

I en okompenserad SAR-bild är den ena koordinatdimensionen parallell med flygbanan och behöver inte kompenseras. Den andra koordinatdimensionen däremot består av avståndsmätningar till marken där varje avstånd är mätt med sin egen elevationsvinkel, se figur 4.1. För att radarbilden skall kunna jämföras med ett kartunderlag så måste man antingen projicera ner radardata till markplanet, eller projicera kartan på radarbilden. Beroende på situation så kan båda varianterna vara fördelaktiga.



Figur 4.1: Lutande avstånd

I det fall att kompensationen skall göras på kartdata, dvs vi transformerar kartdata till SAR-bildens bildkoordinatsystem utmed x_B så utförs följande:

- (i) Transformera kartans koordinater till bildkoordinater
- (ii) Korrigera bildkoordinaten x_B enligt följande:

$$\begin{aligned} x' &= x_{B_{\min}} + \frac{(x_{B_{\max}} - x_{B_{\min}})(\sqrt{b^2 + h^2} - r_{\min})}{r_{\max} - r_{\min}} \\ b &= b_{\min} + \frac{(b_{\max} - b_{\min})(x_B - x_{B_{\min}})}{x_{B_{\max}} - x_{B_{\min}}} \\ b_{\min} &= \sqrt{r_{\min}^2 - h^2} \\ b_{\max} &= \sqrt{r_{\max}^2 - h^2} \end{aligned} \quad (4-1)$$

Normalt är $x_{B_{\min}} = 0$ och $x_{B_{\max}} = \text{Max bildkoordinat}$

4.2 Optosensorer

Här har vi en något annorlunda situation. Kameran avbildar en 3-dimensionell omvärld på bildplanet som i princip är vinkelrätt mot betraktningens vinkeln. Viktiga parametrar här är kamerans öppningsvinklar i bildrutans hörnpunkter, som bestäms av optikens brännvidd och bildplanets storlek. Vi bortser här från att optiken kan introducera olinjäriteter genom att linserna inte är perfekta utan betraktar endast geometriska transformationer.

Transformationen mellan kartkoordinater och kamerakoordinater $\begin{bmatrix} x_s & y_s \end{bmatrix}$ kan ses som sammansatt av en serie koordinatsystemtransformationer som avslutas med en perspektivtransformation. Utgångspunkten är att man kän-

1. Syntetisk AperturRadar

ner kamerans fotpunkt $\begin{bmatrix} x_k & y_k & z_k \end{bmatrix}$ samt dess tittriktning uttryckt i bäringen θ (radianer medsols från norr) och elevationen δ (radianer under horisonten). Dessutom måste man känna kamerans öppningsvinkel α . Den totala transformationen kan beskrivas som

$$\begin{bmatrix} x_w & y_w & z_w & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} V \quad (4-2)$$

$$\text{varvid } \begin{cases} -w \leq x_w \leq w \\ -w \leq y_w \leq w \end{cases} \text{ (klippning)} \quad (4-3)$$

$$x_s = \frac{x_w}{w} \quad y_s = \frac{y_w}{w} \quad (4-4)$$

och där V är den sammansatta transformation som uttrycks av matriserna

$$V = T_{12} T_3 T_{45} P \quad (4-5)$$

Först translaterar vi koordinatsystemets origo till kamerans fotpunkt och därefter vrider vi systemet $-\frac{\pi}{4}$ radianer runt x-axeln så att den nya y-axeln pekar i samma riktning som den ursprungliga z-axeln. Då fås

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -x_k & -z_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

Sedan roteras systemet $\frac{\pi}{4} + \theta$ radianer runt y-axeln så att den nya x-axeln är vinkelrät mot den önskade bäringen.

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 & \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

Sedan skall man rotera systemet δ radianer runt x-axeln och spegla z-axeln så att vi får ett kamerakoordinatsystem där z-axeln uttrycker avstånd

$$T_{45} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta & \sin\delta & 0 \\ 0 & \sin\delta & -\cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

Den sista transformationen är en perspektivtransformation

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \frac{\alpha}{2} & \sin \frac{\alpha}{2} \\ 0 & 0 & -S & 0 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

I den sista matrisen finns storheten S som står för halva bildens storlek men den kommer enbart att påverka storleken på z_w som inte användes i detta fall. Observera också att de erhållna skärmkoordinaterna ligger i intervallet $[-1,1]$

Om man vill transformera i andra riktningen så får man gissa värdet på w och z_w samt invertera matrisen V . I det resultat som då erhålls är enbart x och y användbart.

4.3 Spaningsradar

Data från konventionell radar har normalt relativt låg upplösning varför osäkerheten om läge, speciellt i bäringsled är stor. Radarn kan dessutom introducera systematiska fel genom:

- (i) Antennens norriktning inte är korrekt inställd
- (ii) Antennens höjd inte är korrekt uppmätt
- (iii) Antennens rotationsaxel inte är vinkelrät mot ellipsoiden
- (iv) Skalfel i avståndsmätningen
- (v) Anomal utbredning

Vanligt är att man kompenserar för dessa fel genom att med kalibreringsmätningar som grund skapa statiska korrigeringstabeller eller genom att dynamiskt skatta felen utifrån tidigare mätningar.

Om data från radarn tappas av efter målföljningssystemet så är data normalt korrigerat på ett av ovanstående sätt, även om man enbart tappar av radarns grunddata.

Utgående från radarns primära koordinater $[r \ \theta \ e]$ (avstånd, bäring och elevation) samt radarns fotpunkt kan man approximativt räkna ut det geografiska läget i kartbilden genom

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta \cos \varepsilon \\ r \sin \theta \cos \varepsilon \\ r \sin \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

Felen i ovanstående uttryck blir större vid långa avstånd. En noggrann transformation utförs genom att bilda ett lokalt koordinatsystem med fotpunkt i radarn. Koordinater uttryckta i detta system transformeras först till

motsvarande geocentriska sedan geografiska och sist till den önskade kartprojektion.

Hänsyn har här inte tagits till utbredningsfenomen som gör att den elektromagnetiska vågen bryts över horisonten vilket introducerar fel. Vid låga elevationer så brukar följande approximation användas för att beräkna radarhorisonten.

$$R_H = \sqrt{2\left(\frac{4}{3}\right)a(h_R + h_T)} \quad (4-11)$$

där a är jordradien och h_R och h_T står för radarns höjd respektive målets höjd över ellipsoiden.

5. Anpassning av karta till en rasterbild

Man måste veta tillräckligt mycket om bilden så att man kan etablera en entydig transformation mellan kartan och bilden eller tvärtom. Vilken sensor som skapat bilden bestämmer huvudtypen av transformation. Sedan måste parametrarna etableras och det görs bäst genom att ha noggranna registreringar av sensors läge(n) och siktvinklar. Om man inte har tillgång till allt detta men har ett antal referenspunkter i bilden så kan man skatta parametrarna ändå, förutsatt att tillräckligt många referenspunkter finns.

Jag skall här beskriva en metod som kan användas till SAR-bilder och flygfoton där vi har ett antal referenspunkter i bilden. I ett fall där vi kan räkna fram läget för bildens hörnpunkter utifrån navigeringsdata kan dessa utgöra referenspunkter.

Transformationerna bygger på följande antaganden:

- Mätdata bildens koordinatsystem är linjärt i enhetsvektorerna eller kan linjäriseras.
- Transformationen från karta till bild är en linjär avbildning, med en eventuell olinjär kompensation baserad på sensors mätgeometri.

Tillvägagångssättet blir följande:

- (i) Peka på en referenspunkt i bilden. Bildkoordinaten erhålles från ett pekorgan och betecknas (x_{Bi}, y_{Bi})
- (ii) Ange longitud och latitud för denna punkt. (δ_i, Θ_i)
- (iii) Transformera till kartans plana koordinater. (x_{ri}, y_{ri})
- (iv) repetera i till iii tills tillräckligt antal punkter noterats, dock måste minst 3 punkter anges.

$$(v) \text{ Bilda matrisen } A = \begin{bmatrix} 1 & x_{r1} & y_{r1} \\ 1 & x_{r2} & y_{r2} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{rm} & y_{rm} \end{bmatrix} \text{ och matrisen } b = \begin{bmatrix} x_{B1} & y_{B1} \\ x_{B2} & y_{B2} \\ \dots & \dots \\ x_{Bm} & y_{Bm} \end{bmatrix}$$

- (vi) Bilda sedan det överbestämda ekvationssystemet $Ac = b$ där

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix}. \text{ Koefficienterna i denna matris erhålles direkt med hjälp}$$

av SVD (Singularvärdesuppdelning) eller med hjälp av de så kallade normalekvationerna, se [1] och [2].

En eller flera rasterbilder ska skapas som innehåller kartans olika objekt. Detta sker igenom att varje punkt i kartobjekten transformeras till rasterkoordinatsystemet varefter objekten renderas i rasterbufferten. Alternativt

kan man producera kartan som t.ex en postscript-fil som sedan rastreras med hjälp av en postscript-tolk. Processen blir:

- (i) Grovselektera kartdata, dvs välj kartblad och liknande baserat på bildens läge.

- (ii) Varje punkt i kartan $\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}$ transformeras enligt

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{21} & c_{31} \\ c_{22} & c_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}. \text{ Om kartan skulle vara uttryckt i något an-}$$

nat koordinatsystem än plana koordinater, så måste först en transformation till plana koordinater ske, se kapitel 3.

- (iii) Klipp kartan mot bildens kant. Klippningen kan också ske på kartans koordinater om man räknat fram bildens hörnpunkter uttryckta i kartkoordinater.
- (iv) Kompensera kartan för sensorns olinjära geometri enligt vad som beskrivs i kapitel 4.
- (v) Rendera kartobjekt i en rasterbuffert eller generera postscript-kod.

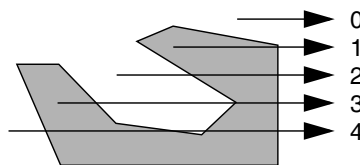
Nästa steg blir att sammanlagra de olika kartbilderna vi producerade i de föregående stegen med vår sensorproducerade bild. Detta sker lämpligen med hjälp av bildbehandlingsoperationer på rasterbilder. Om vi producerade kartskikten i form av postscript-kod så skall dessa göras om till rasterbilder med samma upplösning som vår sensorbild t.ex med programmet Ghostscript.

6. Geometriska operationer

6.1 Att avgöra om en punkt omsluts av en polygon

Att avgöra om en punkt ligger på insidan av en polygon är ett problem som ofta uppstår i program som manipulerar polygon-data som t.ex kartobjekt. Problemet uppstår då man skall avgöra om ett punktobjekt kan ses från en sensor eller då en stark sensorsignal skall associeras till kartobjekt.

En polygon består av N stycken hörnpunkter (x_i, y_i) där i numreras från 0 till $N-1$. Den sista hörnpunkten (x_N, y_N) antas vara samma punkt som den första (x_0, y_0) så att polygonen är sluten. För att avgöra status av en godtycklig punkt (x_p, y_p) så betrakta en horisontell stråle som utgår från punkten och riktad åt höger. Om och endast om denna stråle skär polygonens kantlinjer ett jämnt antal gånger så ligger punkten utanför polygonen, se figur 6.1. Algoritmen fungerar även om polygonen skulle innehålla hål. Den

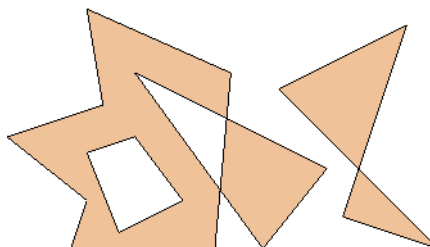


Figur 6.1: Skärningspunkter från horisontella strålar utgående från olika testpunkter.

enda trickighet som uppstår är specialfallet när en hörnpunkt eller en kantlinje sammanfaller med strålen från (x_p, y_p) .

6.2 Klippning och logiska operationer på polygoner

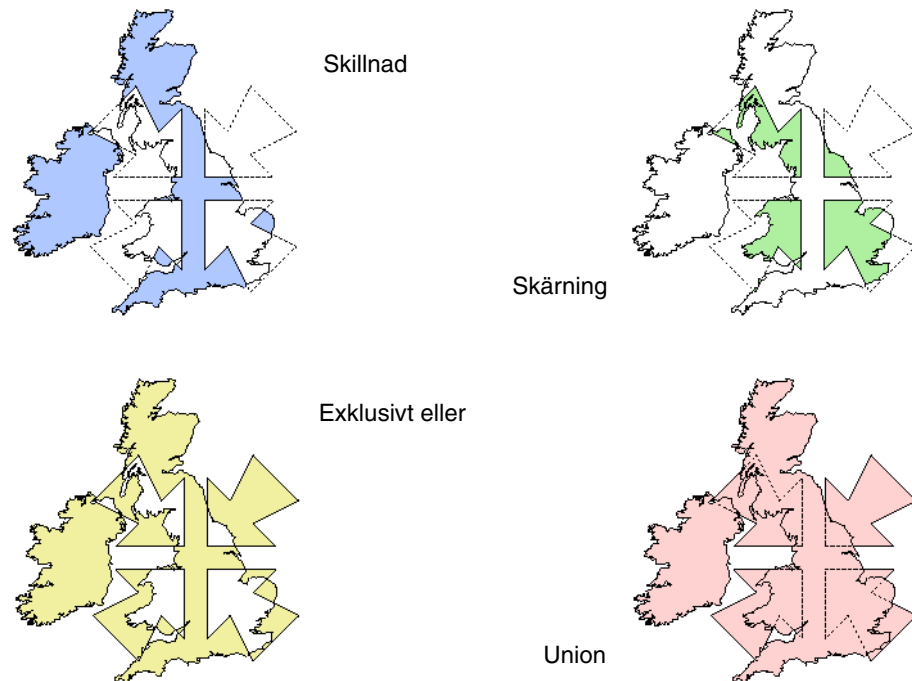
Resultatet av en logisk operation mellan två enkla konkava polygoner kan vara ett antal konkava självberörande polygoner med hål i sig som visas i figur 6.2. Med andra ord så kan resultatet snabbt bli mycket komplext. En



Figur 6.2: Fyra polygoner som illustrerar konkavitet, omslutning, självberöring och som delvis överlappar varandra.

karta innehåller många komplexa polygoner med ibland många hörnpunkter. Vid sampresentation med bilddata skall dessa polygoner klippas ut motsvarande det område som kan ses från sensorn. En klippoperation kan

ses som en skärning mellan två polygoner. Figur 6.3 visar exempel på lo-



Figur 6.3: Illustrerar olika logiska operationer på polygoner utförda med Alan Murtas algoritm.

giska operationer mellan en karta och en komplex polygon.

De traditionella algoritmerna kan antingen inte hantera degenererade fall eller kräver att in-polygonerna är mycket enkla så att omfattande förbehandling krävs för att dela upp komplexa polygoner i enkla konvexa.

Jag har hittat två nya algoritmer som löser detta problem, en av Alan Murta på "Advanced Interfaces Group, University of Manchester", och en av ryssarna Michael V. Leonov och Alexey G. Nikitin från "A. P. Ershov Institute of Information Systems, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences" se referens [4]. I mitt arbete har jag endast testat algoritmen från Alan Murta eftersom jag hittade ryssarnas algoritm långt senare. Ryssarnas algoritm är dock ordentligt dokumenterad till skillnad från Murta's som dock skall vara en implementation av algoritmen som beskrivs i referens [5], se också websidan [6] som beskriver Murta's algoritm kallad *gpc*.

7. Sammanlagring mellan SAR-bild och karta

I detta exempel så skall vi sammanlagra en SAR-bild som avbildar stadsdelarna Ryd och Valla i Linköping med motsvarande karta (gröna kartan). Radarbilden är producerad 1998 och kartunderlaget är några år äldre, vilket kan ses i resultatet om man tittar noga. SAR-bilden är i det här fallet inte korrigerad för lutande avstånd.

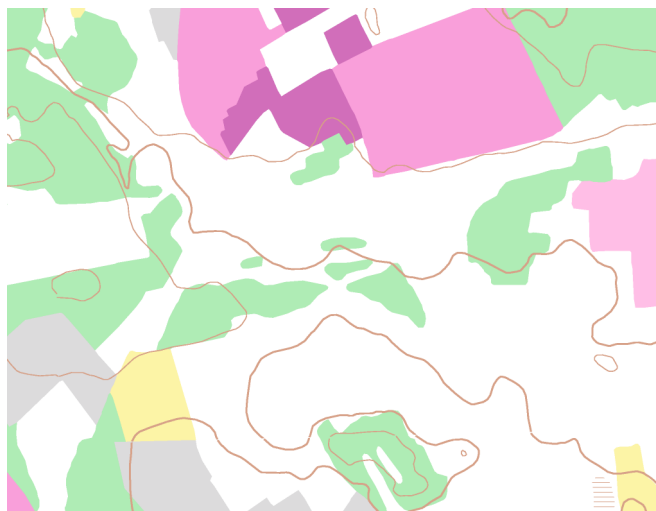
→
Belysning



Figur 7.1: SAR-bild producerad med CARABAS-systemet. Ett utsnitt över stadsdelarna Ryd och Valla i Linköping.

I nästa steg så extraherar vi uppgifter från SAR-bildens navigeringsdata som talar om flygbanans start- och slutkoordinat i WGS84 geografiskt system samt avståndet till bildens fram- och bakkant. Därefter kan bildens hörnpunkter räknas fram ur geometrin och antagandet att jorden är slät.

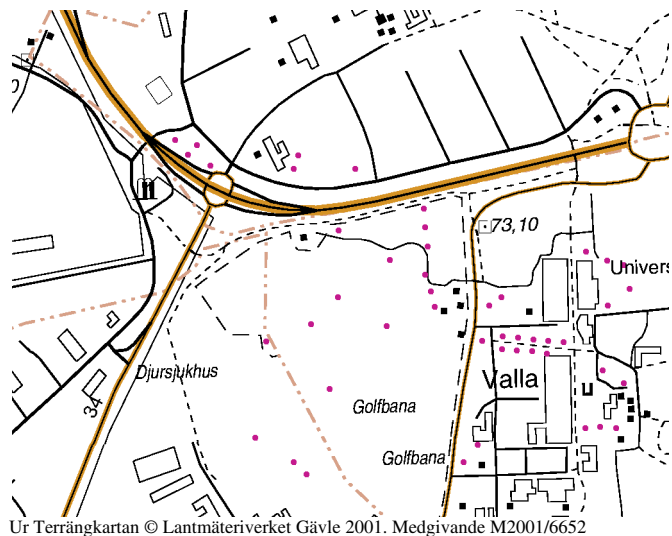
Sedan används dessa punkter till att extrahera rätt kartunderlag och rendera två kartsikt som rasterbilder. Det första skiktet har jag låtit innehålla bakgrundsinformation som ytoberoende och höjdkurvor, se figur 7.2. Det andra



Ur Terrängkartan © Lantmäteriverket Gävle 2001. Medgivande M2001/6652

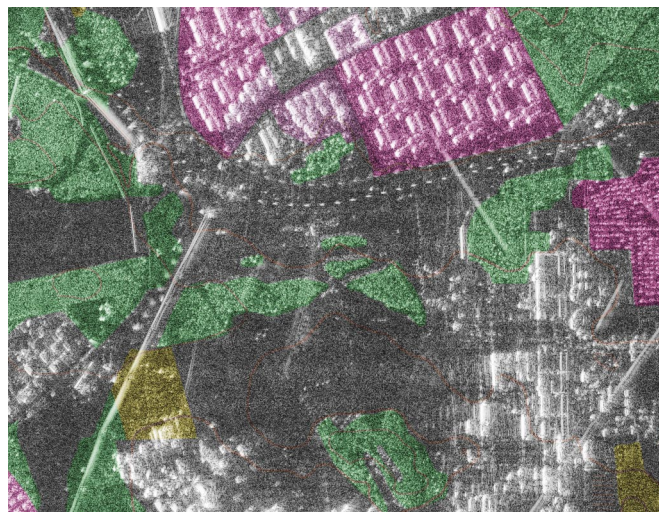
Figur 7.2: Ytoberoende och höjdkurvor från terrängkartan (gröna kartan) över samma område som figur 7.1

skiktet har jag låtit innehålla förgrundsinformation som linje- och punktobjekt utom höjdkurvor, se figur 7.3. Avsikten med det första skiktet är att



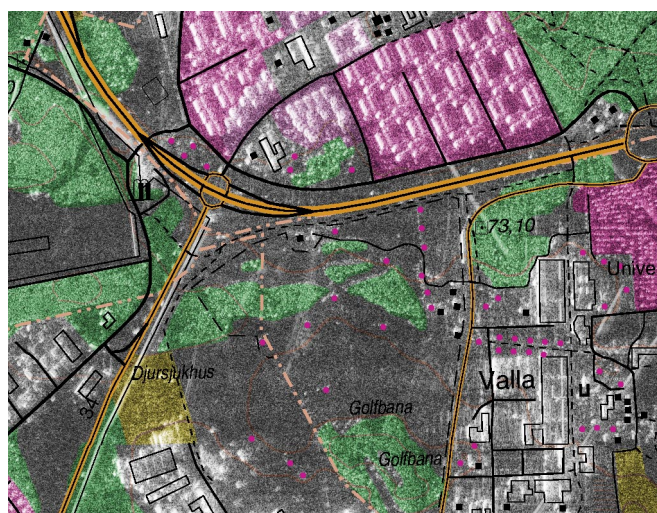
Figur 7.3: Linje- och punktobjekt utom höjdkurvor från den gröna kartan över samma område som figur 7.1

det skall modulera radarbilden (pixel för pixel) så att färginformationen överförs från kartan till radarbilden som skall behålla intensitetsnivån, se figur 7.4. Om man inte tycker att denna falskfärgning av radarbilden är re-

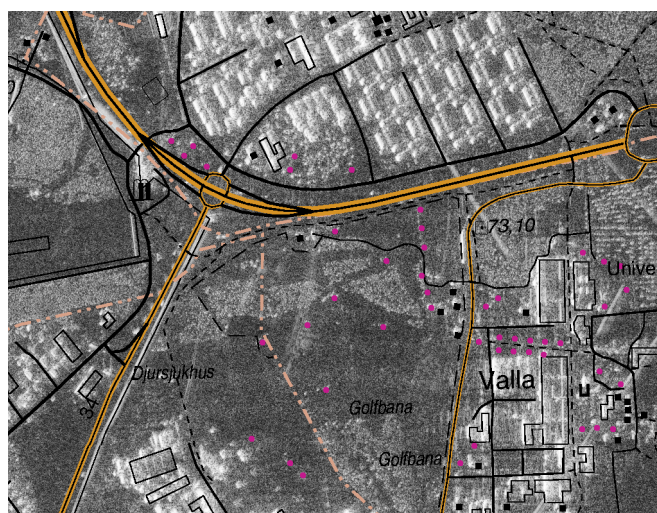


Figur 7.4: Radarbild som är modulerad av kartans bakgrundsinformation. 70% av kartans krominans är överförd till radarbilden.

levant för det aktuella syftet så kan man erhålla en resultatbild genom att lägga kartans förgrundsdata ovanpå radarbilden, se figur 7.6. Det slutgiltiga resultatet kan ses i figur 7.5 som en kombination av de båda tidigare bilderna.



Figur 7.5: Slutresultatet, färgrundsinformationen ligger ovanpå den av kartbakgrunden färgmodulerade SAR-bilden.



Figur 7.6: Kartans förgrundsobjekt lagda ovanpå radardata. Notera den goda överensstämmelsen.

7.1 Analys

Överlag är överensstämmelsen mellan SAR-bilden och kartan mycket bra, vilket visar att transformationer i alla led är utförda på ett korrekt sätt. Vidare så har SAR-radarn i sig en bra kontroll över positioner som t.ex flygbanan under datainsamling vilket är en förutsättning för ett bra resultat.

Man kan om man känner till Universitetsområdet i Linköping se att det finns en ny byggnad med i radarbilden som inte finns i kartan precis vid texten "Valla". Detta förklaras av det faktum att kartan är äldre än radarbilden. Andra skillnader man kan se beror av artefakter i SAR-processningen eller ofullkomligheter i mätsystemet. Man kan gå vidare med analysen och

Analys

se skillnader här och var. En analys som det borde gå att automatisera till viss del genom att associera starka reflexer i radarbilden med kända kartobjekt och därefter lyfta fram objekt som inte associerats till något objekt. En variant på ovanstående skulle kunna vara att undertrycka starka reflexer i radarbilden där kända objekt finns enligt kartan och på så sätt rensa bilden från kända objekt. Svårigheten är att man då radarmässigt måste modellera kartobjekten för att kunna förutse SAR-bildens retur. Detta kan inte utföras fullständigt eftersom kartan inte innehåller all nödvändig information.

Sammantaget kan sägas att det är mycket värdefullt att kunna sampresentera SAR-bilder med kartinformation och det borde vara värdefullt även för bilder från andra sensorer.

8. Referenser

- [1] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, "Numerical Recipes", Cambridge University Press.
- [2] Å Björk, G Dahlquist, "Numeriska Metoder", CWK Gleerup.
- [3] R. Karjel, "Koordinattransformationer för utvärdering av flygbanor mm med t.ex två flygplan, där inmätning kan ha skett i olika koordinatsystem för resp. flygplan", FMV FP A11:85/90
- [4] Michael V. Leonov, Alexey G. Nikitin, "A closed set of algorithms for performing set operations on polygonal regions in the plane," , A. P. Ershov Institute of Information Systems, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, 1997
- [5] Vatti, B.R., "A Generic Solution to Polygon Clipping", Communications of the ACM, 35(7), July 1992, pp.56-63.
- [6] Murta, A, "A General Polygon Clipping Library", Advanced Interfaces Group, Department of Computer Science, University of Manchester, Manchester M13 9PL, UK, <http://www.cs.man.ac.uk/aig/staff/alan/software/>

Bilaga A. Parametrar för olika geodetiska datum

RT90

Ellipsoidparametrar för Bessel 1841

$$\begin{cases} a = 6377397.2 \text{ m} \\ e^2 = 0.00667437 \end{cases}$$

Bursa-Wolfs parametrar för WGS84 => RT90

$$\begin{cases} x_d = -424.3 \text{ m} & \omega_x = -4.3965 \text{ bågsekunder} \\ y_d = 80.5 \text{ m} & \omega_y = 1.9866 \text{ bågsekunder} \\ z_d = -613.1 \text{ m} & \omega_z = -5.1846 \text{ bågsekunder} \\ \delta = 0 \text{ mm/km} \end{cases}$$

SWEREF99

Ellipsoidparametrar för GRS80

$$\begin{cases} a = 6378137 \text{ m} \\ e^2 = 0.00669438 \end{cases}$$

Bursa-Wolfs parametrar för SWEREF99 => RT90

$$\begin{cases} x_d = -414.09786 \text{ m} & \omega_x = -0.85504343 \text{ bågsekunder} \\ y_d = -41.338149 \text{ m} & \omega_y = 2.1413465 \text{ bågsekunder} \\ z_d = -603.06272 \text{ m} & \omega_z = -7.022721 \text{ bågsekunder} \\ \delta = 0 \text{ mm/km} \end{cases}$$

Bursa-Wolfs parametrar för RT90 => SWEREF99

$$\begin{cases} x_d = 414.10552 \text{ m} & \omega_x = 0.85511634 \text{ bågsekunder} \\ y_d = 41.32655 \text{ m} & \omega_y = -2.1413174 \text{ bågsekunder} \\ z_d = 603.05825 \text{ m} & \omega_z = 7.0227298 \text{ bågsekunder} \\ \delta = 0 \text{ mm/km} \end{cases}$$

WGS84

Ellipsoidparametrar för GRS80

$$\begin{cases} a = 6378137 \text{ m} \\ e^2 = 0.00669438 \end{cases}$$

Utgör grunden i GPS-systemet

ED87(ED50)

Ellipsoidparametrar för Hayford 1910

$$\begin{cases} a = 6378388 \text{ m} \\ e^2 = 0.00672267 \end{cases}$$

Bursa-Wolfs parametrar för WGS84 => ED87

$$\begin{cases} x_d = 82.981 \text{ m} & \omega_x = -0.1047 \text{ bågsekunder} \\ y_d = 99.719 \text{ m} & \omega_y = 0.031 \text{ bågsekunder} \\ z_d = 110.709 \text{ m} & \omega_z = 0.0804 \text{ bågsekunder} \\ \delta = 0.3143 \text{ mm/km} \end{cases}$$

WGS72

Ellipsoidparametrar

$$\begin{cases} a = 6378135 \text{ m} \\ e^2 = 0.00669432 \end{cases}$$

Bursa-Wolfs parametrar för WGS72 => WGS84

$$\begin{cases} x_d = 0 \text{ m} & \omega_x = 0 \text{ bågsekunder} \\ y_d = 0 \text{ m} & \omega_y = 0 \text{ bågsekunder} \\ z_d = 4.5 \text{ m} & \omega_z = -0.554 \text{ bågsekunder} \\ \delta = 0.219 \text{ mm/km} \end{cases}$$

Bilaga B. Gauss-Krüger's projektion

Denna projektion är av huvudtypen transversell cylinderprojektion. I engelskspråkiga länder kallas projektionen för "Transverse Mercator".

Ellipsoidens största radie: a (största halvaxel)

Ellipsoidens minsta radie: b (minsta halvaxel)

Flathet eller ellipticitet: $f = \frac{a-b}{a}$

Första excentricitet: $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2-f)$

Andra excentricitet: $e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{e^2}{1 - e^2} = \frac{f(2-f)}{(1-f)^2}$

Transformation från latitud och longitud till Gauss- Krüger

Easting:

$$E = E_0 + k_0 n \left(A + (1 - T + C) \frac{A^3}{6} + (5 - 18T + T^2 + 72C - 58e'^2) \frac{A^5}{120} \right)$$

Northing:

$$N = N_0 + k_0 \left(M(\Theta) - M(\Theta_0) + n \tan \Theta \left(\frac{A^2}{2} + \frac{(5 - T + 9C + 4C^2)A^4}{24} + \frac{(61 - 58T + T^2 + 600C - 330e'^2)A^6}{720} \right) \right)$$

$$T = \tan^2 \Theta$$

$$C = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \Theta = e'^2 \cos^2 \Theta$$

där: $A = (\lambda - \lambda_0) \cos \Theta$

$$n = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Theta}}$$

$$M(x) = a \left(\left(1 - \frac{e^2}{4} - 3 \frac{e^4}{64} - 5 \frac{e^6}{256} - \dots \right) x - \left(3 \frac{e^2}{8} + 3 \frac{e^4}{32} + 45 \frac{e^6}{1024} + \dots \right) \sin(2x) + \left(15 \frac{e^4}{256} + 45 \frac{e^6}{1024} + \dots \right) \sin(4x) - \left(35 \frac{e^6}{3072} + \dots \right) \sin(6x) + \dots \right)$$

Transformation från Gauss-Krüger till latitud och longitud

Latitud:

$$\Theta = \frac{(\Theta_1 - n_1 \tan \Theta_1)}{r_1} \left(\frac{d^2}{2} - (5 + 3t_1 + 10c_1 - 4c_1^2 - 9e'^2) \frac{d^4}{24} + (61 + 90t_1 + 298c_1 + 45t_1^2 - 252e'^2 - 3c_1^2) \frac{d^6}{720} \right)$$

Longitud:

$$\lambda = \lambda_0 + \left(d - \frac{\left((1 + 2t_1 + c_1) \frac{d^3}{6} + (5 - 2c_1 + 28t_1 - 3c_1^2 + 8e'^2 + 24t_1^2) \frac{d^5}{120} \right)}{\cos \Theta_1} \right)$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{x}{n_1 k_0} & e'^2 &= \frac{e^2}{1 - e^2} \\ n_1 &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Theta_1}} & e_1 &= \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}} \\ \text{där: } t_1 &= \tan^2 \Theta_1 & \mu &= \frac{M(\Theta_0) + \frac{y}{k_0}}{a \left(1 - \frac{e^2}{4} - 3 \frac{e^4}{64} - 5 \frac{e^6}{256} \right)} \\ c_1 &= e'^2 \cos^2 \Theta_1 & r_1 &= \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \Theta_1)^{3/2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{och } \Theta_1 &= \mu + \left(3 \frac{e_1}{2} - 27 \frac{e_1^3}{32} + \dots \right) \sin(2\mu) + \left(21 \frac{e_1^2}{16} - 55 \frac{e_1^4}{32} + \dots \right) \sin(4\mu) \\ &+ \left(151 \frac{e_1^3}{96} + \dots \right) \sin(6\mu) + \left(1097 \frac{e_1^4}{512} - \dots \right) \sin(8\mu) + \dots \end{aligned}$$

UTM – Universal Transverse Mercator

UTM – Universal Transverse Mercator. Är en zon-indelning av Gauss-Krüger som täcker hela jorden. Vanligt förekommande tillsammans med ED50 och WGS84. Konform, bäst för områden som är utsträckta i nord-sydlig riktning och smala i öst-västlig riktning. Sann skala utmed de två meridianerna som är halvvägs mellan centrummeridianen och zonens kant.

Zonerna är 6° breda och numreras från 1 till 60 österut med början i zonen {180°W, 174°W}.

Latituden begränsas till området mellan 80°S och 84°N. Utanför detta område användes UPS (Universal Polar Stereographic Grid):

Table 1:

Parameter	Värde
Medelmeridian	$\lambda_0 = \text{zonnummer} \times 6 - 183$ (från Greenwich)
Latitud för origo	$\Theta_0 = 0^\circ$ (Ekvatorn)
Skalreduktionsfaktor	$k_0 = 0.9996$
“False easting”	$E_0 = 500000$ m
“False northing”	$N_0 = 0$ m norr om ekvatorn och $N_0 = 10000000$ m söder om ekvatorn.

**RT90 2.5 gon V 0:-
15, för allmänna
svenska kartor**

Denna projektion användes till allmänna svenska kartor och kallas också för rikets nät. Den är av typen Gauss-Krüger och utnyttjar Bessels ellipsoid från 1841. Övriga parametrar blir:

Table 2:

Parameter	Värde
Medelmeridian	$\lambda_0 = 15^\circ 48' 29.8''$ Öster om Greenwich
Latitud för origo	$\Theta_0 = 0^\circ$ (Ekvatorn)
Skalreduktionsfaktor	$k_0 = 1.0$
"False easting"	$E_0 = 1500000$ m
"False northing"	$N_0 = 0$ m

Bilaga C. Konstanter i transformationer

I transformationerna mellan plana koordinater x, y och geografiska koordinater förekommer ett antal konstanter. Dessa konstanter kan bestämmas med hjälp av ekvationerna i bilaga B.

Konstanterna i kapitel 3.2:s formler har följande värden eftersom vi talar om RT90 2.5 gon V 0:-15.

$$\left(\begin{array}{ll} \delta_0 = 15.808278^\circ & A' = 1376.6881 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \beta_1 = 835225270 \cdot 10^{-12} & B' = 7.64689 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \beta_2 = 756302 \cdot 10^{-12} & C' = 0.053 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \beta_3 = 1193 \cdot 10^{-12} & D' = 0.0004 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ A = 6366742.5 & \\ y_0 = 1500000 & \end{array} \right.$$

$$\left(\begin{array}{ll} A = 6366742.5 & A^* = 1385.9384 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \delta_1 = 835225613 \cdot 10^{-12} & B^* = -10.89576 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \delta_2 = 58706 \cdot 10^{-12} & C^* = 0.11751 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ \delta_3 = 166 \cdot 10^{-12} & D^* = -0.00139 \left(\frac{\pi}{3600 \cdot 180} \right) \\ y_0 = 1500000 & \end{array} \right.$$

