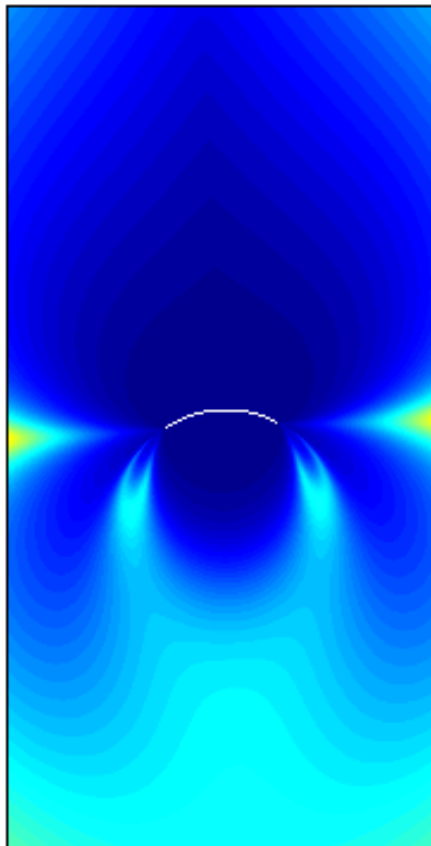


Börje Andersson, Daniel Henriksson, Björn Lindgren

Flygburen passiv lägesbestämning baserad på noggrann frekvensmätning



TOTALFÖRSVARETS FORSKNING SINSTITUT

Ledningssystemteknik

Box 1165

581 11 Linköping

FOI-R--0329--SE

December 2001

ISSN 1650-1942

Metodrapport

Börje Andersson, Daniel Henriksson, Björn Lindgren

Flygburen passiv lägesbestämning baserad på noggrann frekvensmätning

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Ledningssystemteknik Box 1165 581 11 Linköping	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0329--SE	Klassificering Metodrapport
	Forskningsområde 6. Telekrig	
	Månad, år December 2001	Projektnummer E70211
	Verksamhetsgren 5. Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 61 Telekrigföring med EM-vapen och skydd	
Författare/redaktör Börje Andersson Daniel Henriksson Björn Lindgren	Projektledare Börje Andersson	
	Godkänd av Lennart Nyström	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning Försvarmakten	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Börje Andersson	
Rapportens titel Flygburen passiv lägesbestämning baserad på noggrann frekvensmätning		
Sammanfattning (högst 200 ord) <p>Vid internationella militära insatser är behovet av att ha kontroll över aktuellt luftrum väsentligt vilket klart har framgått vid senare års konflikter. En viktig duell sker mellan eget flyg och motsidans mobila radarledda LV-system. För att upptäcka dessa hot/mål och invisa vapeninsats – i form av till exempel signal-sökande robot – är radarsis-system en primär sensor och normalt används speciella flygplan för uppgiften. Duellresultatet är i hög grad beroende av kvaliteten i invisningen vilket traditionellt har resulterat i systemlösningar med komplex hårdvara.</p> <p>Den pågående utvecklingen av mottagare med tidig digitalisering erbjuder nu likvärdiga eller bättre prestanda med enkla antennarrangemang och utökad digital signalbehandling.</p> <p>I rapporten ges en genomgång av en lägesbestämningsmetod som kombinerar noggrann frekvensbestämning med grov mätning av ankomstriktning. Efter en inledande beskrivning av metoden kommenteras de parametrar som påverkar lägesbestämningens prestanda. Exempel ges på resultat som erhållits vid rena datorsimuleringar respektive omfattande simuleringar i en utvecklad testbänk. En stor del av rapporten ägnas åt att beröra olika aspekter av den noggranna frekvensmätning som är en förutsättning för att lägesbestämningsmetoden ska resultera i goda prestanda.</p> <p>Rapporten är avsedd som en lägesbeskrivning. Arbetet kommer att fortsätta under 2002.</p>		
Nyckelord Telekrig, SEAD, signalspaning, radarvarmare, lägesbestämning, DDOA, frekvensmätning		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 98	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista Sekretess	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Command and Control Warfare Technology P.O. Box 1165 SE-581 11 Linköping	Report number, ISRN FOI-R--0329--SE	Report type Methodology report
	Research area code 6. Electronic Warfare	
	Month year December 2001	Project no. E70211
	Customers code 5. Contracted Research	
	Sub area code 61 Electronic Warfare, Electromagnetic Weapons	
Author/s (editor/s) Börje Andersson Daniel Henriksson Bjöm Lindgren	Project manager Börje Andersson	
	Approved by Lennart Nyström	
	Sponsoring agency Swedish Armed Forces	
	Scientifically and technically responsible Börje Andersson	
Report title (In translation) Emitter Location using DDOA		
Abstract (not more than 200 words) <p>In the last years a number of conflict situations has clearly shown the importance of airspace dominance. The duel between hostile mobile antiaircraft defence and own airforce is therefor of great importance. In order to find the position of a mobile radar, a passive sensor can be used on a tactical aircraft. The estimated position can for example be used for SEAD, <i>Suppression of Enemy Air Defence</i>. Traditionally, systems for estimation of emitter positions required complex hardware, but new system architecture including advanced digital receiving processing has reduced the demands on hardware complexity extensively.</p> <p>This report starts with a description of an algorithm for emitter position estimation. It is based on accurate measurement of the emitter frequency and coarse measurement of the angle of arrival. Furthermore a number of parameters that effects the performance of the method is listed. Results from a measurement set-up are presented as well as results from computer simulations. The report also describes different aspects of the accurate frequency measurement method. The high performance of the algorithm used is a necessary condition for an accurate enough emitter position.</p> <p>The report is a description of the present status of the project. The research will continue during 2002.</p>		
Keywords Electronic Warfare, SEAD, ESM, RWR, Emitter Location, DDOA, Frequency Estimation		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 98	
	Price acc. to pricelist Security classification	

Innehållsförteckning

1. Inledning	7
2. Lägesbestämning genom DDOA kombinerad med riktningsmätning	9
2.1 Beskrivning av metoden.....	9
2.2 Metodens egenskaper.....	11
2.3 Val av startvärde.....	11
3. Prestanda vid lägesbestämning	15
3.1 Prestandamått - snabbhet och noggrannhet	15
3.2 Parametrar som inverkar på lägesnoggrannheten	15
3.3 Resultat från simuleringar baserade på testbänken.....	20
3.4 Resultat från datorsimuleringar.....	29
4. Frekvensmätning för lägesbestämning	41
4.1 Allmänt om genomförda frekvensmätningar	41
4.2 Noggrannhetsmått och statistiskt underlag	41
4.3 Behov av frekvensmätning vid DDOA.....	41
4.4 Vad påverkar frekvensmätningens noggrannhet?.....	42
4.5 Sammanfattning av nuvarande frekvensmätförmåga.....	57
4.6 Beskrivning av använd metod för frekvensbestämning.....	58
4.7 Frekvensmätning enligt IEEE-metoden	62
4.8 Jämförelser av frekvensmätmetoderna.....	62
5. Referenser	65

Bilageförteckning

Bilaga 1 – Beskrivning av simuleringsfall.....	67
Underbilaga 1A - Beräkning av banparametrar för de tre simuleringsfallen	74
Underbilaga 1B - Isodoppler vid parallella hastighetsvektorer med samma belopp	77
Underbilaga 1C - Isodoppler vid motvridna hastighetsvektorer med samma belopp ..	78
Underbilaga 1D - Isodoppler vid en vriden hastighetsvektor med samma belopp.....	79
Underbilaga 1E - Isodoppler vid parallella hastighetsvektorer med olika belopp	80
Bilaga 2 – Frekvensmätning med PIE	81
Bilaga 3 – Frekvensmätning enligt IEEE-STD-1057.....	95
Bilaga 4 – Beräkningskrav för IEEE-STD och PIE	97

1. Inledning

Vid internationella militära insatser är behovet av att ha kontroll över aktuellt luftrum väsentligt vilket klart har framgått vid senare års konflikter. I inledande faser fokuseras på att minimera hotet från motsidans luftförsvar och även fortsättningsvis är förmågan att kunna parera LV-hot av största betydelse. Sedan länge benämns verksamheten SEAD (*Suppression of Enemy Air Defence*). För att betona ett mer bestående resultat används numera även begreppet DEAD (*Destruction of Enemy Air Defence*).

Framförallt avser SEAD/DEAD duellen med motsidans mobila radarledda LV-system. För att upptäcka dessa hot/mål och invisibla vapeninsats – i form av till exempel signalsökande robot – är flygplanets radarvarnare den primära sensorn. Utfallet är i hög grad beroende av kvaliteten i invisningen och flygplan med kompetenta system för signalspaning har utvecklats för SEAD-rollen. USA har tidigare använt F-4G *Wild Weasel* men uppgiften har nu ärvts av F-16CJ med radarsis-systemet HTS (*HARM Targeting System*).

Den tekniska och taktiska utveckling på LV-sidan för att möta SEAD-hotet har resulterat i kortare sändningstider bland annat genom växelvis sändning från samverkande enheter. En konsekvens är att signalsökande robotar nu förses med kompletterande IR- eller millimetervågsmålsökare för slutfasen. Vad gäller flygplanets radarsis-sensor krävs dock en parallell utveckling med syfte att snabbare lägesbestämma mobila LV-radarsystem. Det är även önskvärt att väsentligt höja lägesnoggrannheten för att medge insats av precisionsvapen vilka bättre överensstämmer med de varaktiga resultat som eftersträvas vad gäller DEAD.

Inom FoT-projektet VMS Flyg genomförs bland annat verksamhet som innefattar system, teknik och metoder för radarvarning och radarsignalspaning. Framför allt studeras möjligheterna att från ett flygplan lägesbestämma markbaserad radar med större noggrannhet än vad som är möjligt med dagens generation radarvarnare.

Insatserna är inriktade på lägesbestämningsmetoder som utnyttjar den pågående utvecklingen av mottagare med tidig digitalisering vilket medger att funktionalitet i ökad grad kan realiseras i mjukvara. I och med denna utveckling erbjuds intressanta alternativ för den som – i offensiva eller defensiva syften – vill lägesbestämma motsidans radarstationer med bättre precision.

Prestanda som är likvärdiga med eller bättre än vad som är möjligt med komplexa och kostsamma interferometerlösningar kan åstadkommas med enkla antennarrangemang och utökad digital signalbehandling. Tre lägesbestämningsmetoder är intressanta i sammanhanget:

- DDOA – *Doppler Difference of Arrival*
- LBI – *Long Baseline Interferometry*
- TDOA – *Time Difference of Arrival*

Metoderna är användbara var för sig men de kan med fördel kombineras för att utnyttja respektive metods fördelar.

I den här aktuella rapporten ges en genomgång av en lägesbestämningsmetod som kombinerar DDOA med riktningsmätning av en kvalitet som motsvarar vad som normalt fås i ett amplitudmonopolssystem med 4 portar, cirka 10° rms. Efter en inledande beskrivning av metoden i kapitel 2 kommenteras i kapitel 3 de parametrar som påverkar lägesbestämningens prestanda. Detta kapitel ger även exempel på resultat som erhållits

vid rena datorsimuleringar respektive simuleringar i en inom projektet utvecklad testbänk. I kapitel 4 beskrivs slutligen olika aspekter av den noggranna frekvensmätning som är en förutsättning för att DDOA ska resultera i goda prestanda. Kapitlet inkluderar en beskrivning av en utvecklad metod för denna frekvensmätning samt uppmätta egenskaper för densamma.

Rapporten är avsedd som en lägesbeskrivning. Arbetet kommer att fortsätta under 2002.

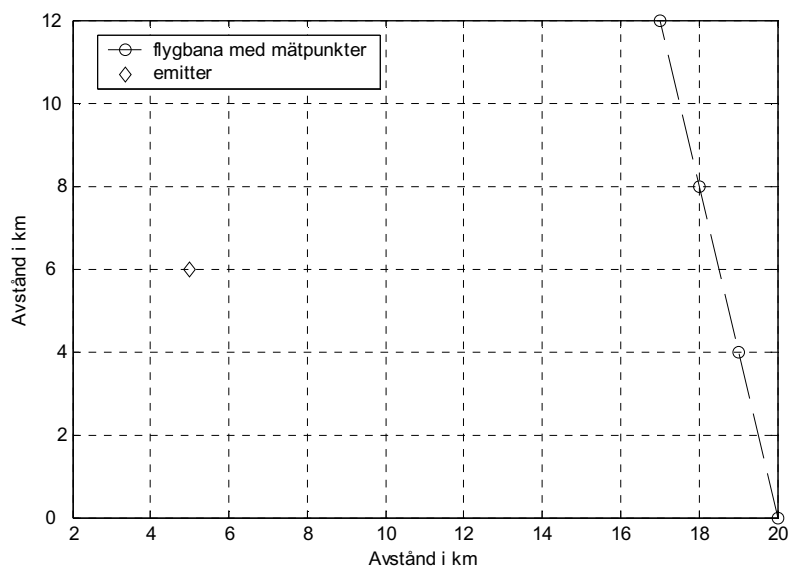
Inom projektet har tidigare ett antal exjobbssrapporter med anknytning till DDOA och långbasinterferometri utgivits, se referens [1], [2] och [3].

2. Lägesbestämning genom DDOA kombinerad med riktningsmätning

I följande kapitel finns en beskrivning av den metod för lägesbestämning som använts vid produktion av de resultat som återfinns i kapitel 3. Värt att notera är att metoden endast hanterar en tvådimensionell geometri med en markfast emitter.

2.1 Beskrivning av metoden

Lägesbestämningen baseras på att exempelvis ett attackflygplan med sin radarvarnare/sis-utrustning gör ett antal inmätningar av en signals frekvens och ankomstriktning. Dessa inmätningar är separerade i tid men även vad avser inmätningens position eftersom flygplanet är i rörelse, se figur 1.



Figur 1 Exempel på geometriskt förhållande mellan emitter och flygbana. Cirklarna markerar de punkter då signalens frekvens och ankomstriktning mäts. Dessa kommer förändras mellan mätpunkterna eftersom det geometriska förhållandet mellan plattform och emitter förändras.

Rörelsen leder naturligtvis till att signalens ankomstriktning varierar, vilket i klassisk lägesbestämning kan användas för att bestämma emitterns läge genom så kallad egen-triangulering. Med kort flygsträcka blir dock lägesnoggrannheten begränsad, framförallt i avståndsled.

Även den inmätta frekvensen kommer att variera eftersom den relativa rörelsen mellan emitter och flygplan ger upphov till ett dopplerskift (f_{doppler}) hos signalen enligt ekvation 1, där f_0 är emitterfrekvensen, c är ljushastigheten, $|v|$ är flygplanets fart och θ är vinkeln mellan hastighetsvektorn och riktningen till emittern.

$$f_{\text{doppler}} = \frac{f_0}{c} |v| \cos \theta \quad (1)$$

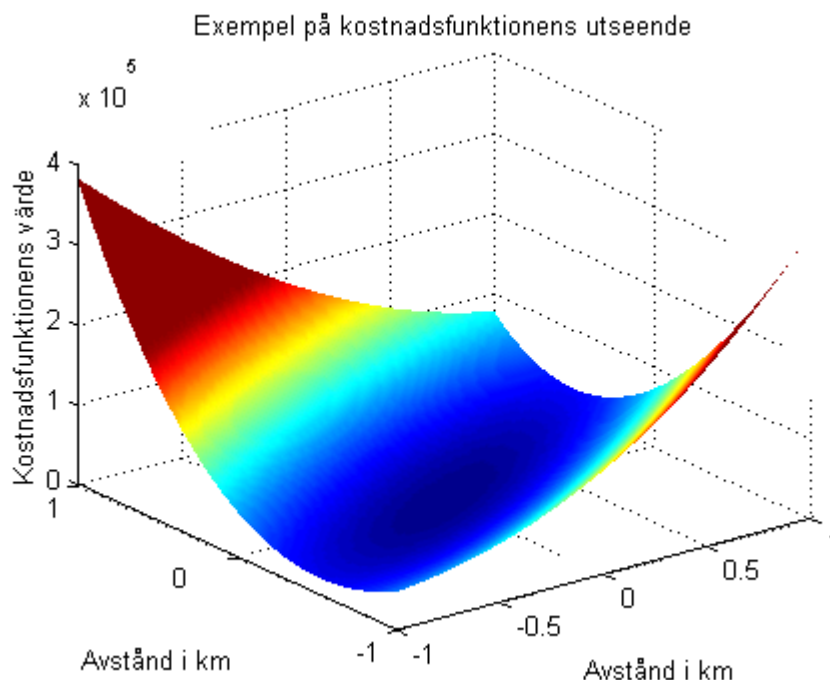
Om emitterfrekvensen vore känd skulle dopplerskiftet kunna beräknas ur den inmätta signalen, varefter vinkeln θ (vinkeln mellan ankomstriktningen och hastighetsvektorn)

skulle kunna beräknas. Emitters läge skulle därefter kunna trianguleras fram med hjälp av de ur frekvensmätningarna framräknade vinklarna. Det är dock inte möjligt eftersom emitterfrekvensen inte kan förutsättas vara känd. Principen visar dock att information om emitters läge finns i de inmätta frekvenserna.

Den metod som istället används kombinerar inmätta ankomstriktningar med noggranna mätningar av frekvens hos den aktuella signalen. Dessa inmätta värden jämförs med värden beräknade utifrån en modell för hur de uppkommit. Metoden finns utförligt beskriven i Becker [4]. Beräkningsmodellen innehåller diverse olika parametrar – så väl kända som okända. De parametrar som antas kända är till exempel egen position, attityd och hastighet, medan de okända är emitters läge och frekvens. Jämförelsen sker enligt minsta kvadratmetoden vilket innebär att skillnaden mellan inmätta värden och beräknade värden kvadreras och summeras till ett skalärt tal, enligt ekvation 2, där x_e och y_e står för emitters positionskoordinater, f_0 för emitterfrekvensen, ψ^{ber} står för den beräkningsmodell som används och $\psi^{mätt}$ står för de uppmätta värdena. I ekvation 2 representerar ψ^{ber} således beräkningsmodellen för både frekvens- och riktningmätning. I optimeringssammanhang brukar ekvation 2 kallas kostnadsfunktion eller målfunktion.

$$g(x_e, y_e, f_0) = \sum_{i=1}^N (\psi_i^{mätt} - \psi_i^{ber}(x_e, y_e, f_0))^2 \quad (2)$$

Denna summa blir ett mått på hur god överensstämmelsen är mellan de inmätta parametrarna och vad som fås med ett antaget emitterläge och emitterfrekvens. I figur 2 ges exempel på hur kostnadsfunktionen varierar med olika emitterpositioner. Som synes varierar överensstämmelsen kraftigt mellan olika positioner.



Figur 2 Exempel på utseende hos en kostnadsfunktion. I det aktuella fallet återfinns den korrekta emitterpositionen i origo. Som synes lutar kostnadsfunktionen i olika grad ner mot det korrekta emitterläget där en minpunkt idealt finns. I ett verkligt fall blir den resulterande osäkerheten i läge störst längs en dalgång, det vill säga i en riktning för vilken målfunktionen ökar långsamt. Jämför med figur 8 som visar experimentella resultat från den aktuella flygbanan.

Värt att notera är att i frånvaro av brus finns endast en parameteruppsättning som ger perfekt överrensstämmelse, nämligen den sanna emitterpositionen och emitterfrekvensen. Eftersom uppmätta värden alltid kommer att vara behäftade med fel bland annat på grund av brus så kommer aldrig perfekt överrensstämmelse att kunna nås i praktiken. Det gäller då istället att söka efter den uppsättning av parametrar som ger det minsta målfunktionsvärdet. För att åstadkomma detta används en optimeringsmetod. Denna söker efter den emitterposition och emitterfrekvens som ger bäst överrensstämmelse. Vid optimering utgår optimeringsmetoden från en startpunkt, det vill säga en uppsättning parametervärden. Den beräknar kvadratsumman och ser sig dessutom omkring för att se om kvadratsumman kan minska då något parametervärde modifieras. Om kvadratsumman kan minskas väljer optimeringsmetoden att modifiera parameteruppsättningen så att största möjliga minskning erhålls. Optimeringsmetoden gör herefter en utvärdering på hur mycket bättre den nya uppsättningen är. Om förbättringen är liten finns anledning att tro att parameteruppsättningen är nära nog optimal, varför inga fler beräkningar bör göras. Om förbättringen däremot är avsevärd finns möjligheten att vinna ytterligare på att fortsätta. Nu kan optimeringen sägas ha genomfört ett steg. Det ursprungliga emitterläget och emitterfrekvensen har övergivits för nya värden som stämmer bättre. Den fortsatta beräkningen börjar om igen med att se sig omkring för att hitta en bättre uppsättning parametrar.

Den som så önskar kan tänka sig att det är ganska likt experimentet att lägga en kula på en bucklig yta. Kulan kommer att börja röra sig åt det håll som har den största lutningen, för att efter en stunds rullande hit och dit lägga sig till rätta i en minpunkt på ytan. Optimeringen arbetar på liknande sätt.

2.2 Metodens egenskaper

I Becker [4] görs även en analys rörande metodens egenskaper. Becker analyserar där lägesbestämning med enbart vinkelmätning, enbart frekvensmätning och lägesbestämning med den ovan beskrivna, kombinerade metoden. Ett viktigt resultat som presenteras är att lägesbestämning med hjälp av både riktningbestämning och frekvensmätning är väntevärdesriktig, det innebär att det beräknade emitterläget i medeltal är lika med det sanna emitterläget. Lägesbestämning med enbart riktningmätning eller enbart frekvensmätning har inte de egenskaperna. Betydelsen av väntevärdesriktighet är att det blir lättare att analysera metodens prestanda och jämföra den med bästa möjliga resultat som kan erhållas, den så kallade Cramér-Rao-gränsen. Hur den beräknas beskrivs utförligt i Becker [4]. Om metoden når Cramér-Rao-gränsen innebär det att metoden i sig inte kan förbättras utan är optimal. För att förbättra prestanda hos en optimal metod måste kvaliteten hos indata förbättras. Becker [4] studerar även metoden med avseende på optimalitet och konstaterar att den når ner till Cramér-Rao-gränsen.

2.3 Val av startvärde

Som tidigare nämnts krävs ett startvärde för att kunna påbörja optimeringsförfarandet. Startvärdet är en uppsättning parametervärden, det vill säga en emitterposition och en emitterfrekvens. Det är viktigt att startvärden väljs på ett bra sätt för att optimeringen ska bli lyckosam. Om startvärdet ligger långt från det sanna värdet kommer nämligen optimeringen att ta lång tid och i värsta fall inte ens lyckas hitta något optimum. Hur mycket tid och kraft som bör läggas på att finna ett bra startvärde är en avvägning. Om startvärdet väljs slumpmässigt eller endast en enklare beräkningsalgoritm används kommer optimeringen ta mer tid. Det andra tänkbara är att mycket tid läggs på start-

värdesberäkningen vilket får till följd att den efterföljande optimeringen kommer att ta mindre tid i anspråk.

I vår lägesbestämningsalgoritm görs en enkel beräkning av startvärdet, varefter optimeringsrutinen får göra det större jobbet. Anledningen till att vi valt att göra så är att optimeringsrutinen ingår i ett kommersiellt programpaket. Genom att den är kompilerad arbetar den mycket snabbt. Övriga rutiner är ej kompilerade och därmed långsammare. Det förefaller därför tidsbesparande att fördela arbetet mellan rutinerna på detta sätt.

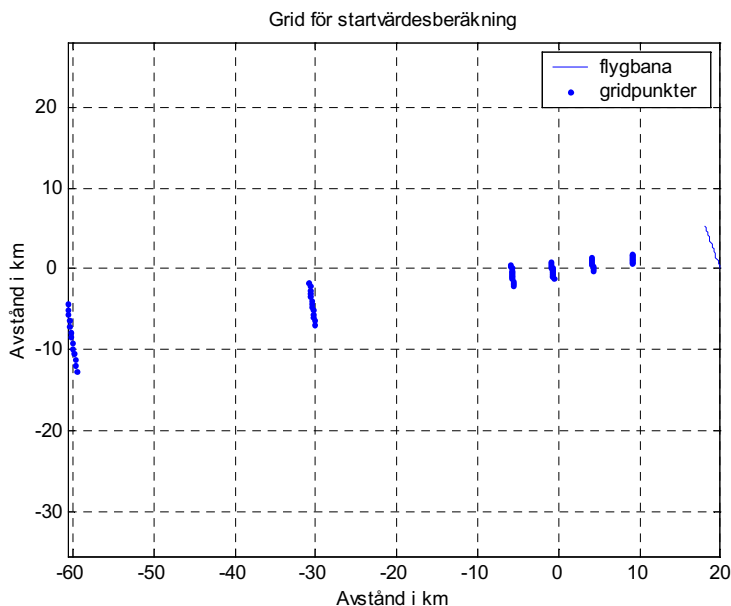
Startvärdesalgoritmen beräknar startvärdet på följande sätt.

1. Beräkna en emitterfrekvens genom att använda riktningmätningarna och frekvensmätningarna. Beräkningen av emitterfrekvensen görs med hjälp ekvation 3, där $f_{\text{mätt}}$ står för uppmätt frekvens. I övrigt är beteckningarna de samma som i ekvation 1.

$$f_0 = \frac{f_{\text{mätt}}}{\left(1 + \frac{|v| \cos \theta}{c}\right)} \quad (3)$$

Som synes finns möjlighet att beräkna en emitterfrekvens per mätning av riktning och frekvens. Det slutgiltiga startvärdet för emitterfrekvensen beräknas sedan som medelvärdet av samtliga beräknade emitterfrekvenser.

2. Beräkna sis-plattformens medelposition, medelhastighetsvektor samt medelriktningen till emittent.



Figur 3 Figuren visar exempel på den grid som används för startvärdesberäkning. Kostnadsfunktionen beräknas för varje enskild gridpunkt varefter den punkt som har det lägsta värdet väljs som startpunkt vid optimeringen.

3. Skapa ett gridmönster utgående från medelpositionen. Gridpunkterna läggs på avstånden 10 km, 15 km, 20 km, 25 km, 50 km och 80 km. Dessutom sprids gridpunkterna även i vinkelled. Spridningen sker symmetriskt från medelriktningen i steg om en halv grad upp till ± 3 grader. Exempel på gridens utseende ges i figur 3.

4. En kostnadsfunktion, enligt principutseendet i ekvation 2, beräknas för varje gridpunkt och den punkt som ger lägsta värdet väljs som startpunkt. Kostnadsfunktionen är väsentligen den samma som vid optimeringen. Skillnaden är dock att ingen hänsyn tas till riktningsmätningarna utan endast frekvensmätningarna används. Effekten blir att den gridpunkt som ger en frekvenskurva som är mest lik den uppmätta väljs som startpunkt. Vid beräkningen används det sedan tidigare beräknade startvärdet för emitterfrekvensen.

3. Prestanda vid lägesbestämning

I den följande beskrivningen berörs först snabbhet och noggrannhet som två kompletterande prestandamått vid lägesbestämning med radarvarnare eller radarsis-system. Den fortsatta genomgången är avgränsad till lägesbestämning som utnyttjar DDOA i kombination med riktningsmätning enligt beskrivningen i föregående kapitel. De parametrar som påverkar noggrannheten listas och kommenteras. I kapitlets avslutande del studeras sedan parameterinverkan med hjälp av resultat från simuleringar i testbänk respektive datormodell.

3.1 *Prestandamått - snabbhet och noggrannhet*

Taktiskt intressanta mått på kvaliteten hos den lägesbestämning som ett radarsis-system eller radarvarnare erbjuder är bl a noggrannhet och snabbhet. Oavsett vilken metod som används för lägesbestämning är dock dessa två egenskaper till stor del motstridiga. Felet vid lägesbestämning av en emitter kan i de flesta fall, inom vissa gränser, minskas om mättiden utökas. Detta är speciellt påtagligt när inmätningen sker från en ensam rörlig plattform. Eftersom noggrannhet oftast kan förbättras genom att göra avkall på snabbhetskraven – och vice versa – bör jämförelser av alternativa metoders prestanda inkludera båda parametrarna.

Ovanstående resonemang kan exemplifieras med figur 13 som återfinns lägre fram i detta kapitel.

3.2 *Parametrar som inverkar på lägesnoggrannheten*

Vid lägesbestämning av en markbaserad emitter med hjälp av en flygande sis-sensor som utnyttjar DDOA i kombination med riktningsmätning kan ett antal parametrar som inverkar på den resulterande lägesnoggrannheten identifieras. Dessa kan delas in i tre grupper. Den första innehåller parametrar avseende det faktiska geometriska förhållandet mellan sis-antenn och emitter. Därefter kommer en grupp som innehållande parametrar avseende kvaliteten hos de förekommande mätvariablerna och slutligen en grupp som innehåller själva lägesbestämningsmetoden. Sammanställs de identifierade parametrarna erhålls följande lista.

- *Den dynamiska geometrin* som är bestämd av:
 - sis-antennens rörelse och emitterns position relativt denna
 - antalet inmätningpunkter i vilka frekvens- och riktningsmätning sker, samt hur dessa är fördelade längs antennens rörelsebana
- *Kvalitet* vad avser:
 - noggrannhet vid frekvensmätning
 - noggrannhet vid riktningsmätning
 - kännedom om antennens position, attityd och hastighet
- *Lägesbestämningsmetoden*

I de följande avsnitten kommenteras respektive parameter i ovanstående ordning.

Sis-antennens rörelse och emitterns position relativt denna

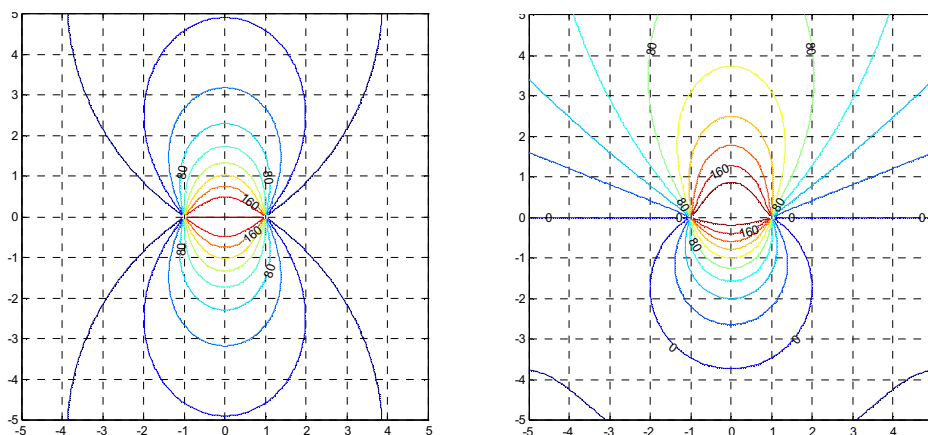
Till skillnad från en radar som kan mäta avståndet till målet utan egen förflyttning behöver lägesbestämning som baseras på sis-inmätningar i de flesta fall en mätbas som

till viss del är orthogonal mot riktningen till emittern. När inmätningarna fås från ett ensamt rörligt flygplan innebär detta att mätbasen kan öka med tiden och följaktligen att noggrannheten i lägesbestämningen – inom vissa gränser – efterhand blir bättre. Detta under förutsättning att sis-systemets möjligheter att mäta in emittersignalen inte upphör. Används konventionell triangulering ger geometrin att vinkeln vid emittern initialt är mycket spetsig. Felaktigheter i riktningensbestämningen omsätts därför till stora avståndsfel. Flygplanets hastighet inverkar genom att den styr mätbasens tillväxt.

Även vid lägesbestämning baserad på DDOA är den mätbas som flygbanan exponerar mot emittern av stor betydelse. Högre hastighet genererar på kortare tid en användbar geometrisk mätbas och är därför önskvärd. Vid DDOA är också en hög hastigheten att föredra eftersom dopplervariationen ökar. Av samma orsak är dessutom förändringar av hastighetsvektorn generellt gynnsamma för att minska lägesbestämningsfelet.

Sammantaget är betydelsen av flygbanan – eller egentligen mottagarantennens rörelse relativt emitterns position – vid lägesbestämning där DDOA ingår avsevärt svårare att genomskåda än vid triangulering. Innan simuleringar påbörjades i testbänken genomfördes därför en översiktlig sondering som finns beskriven i bilaga 1.

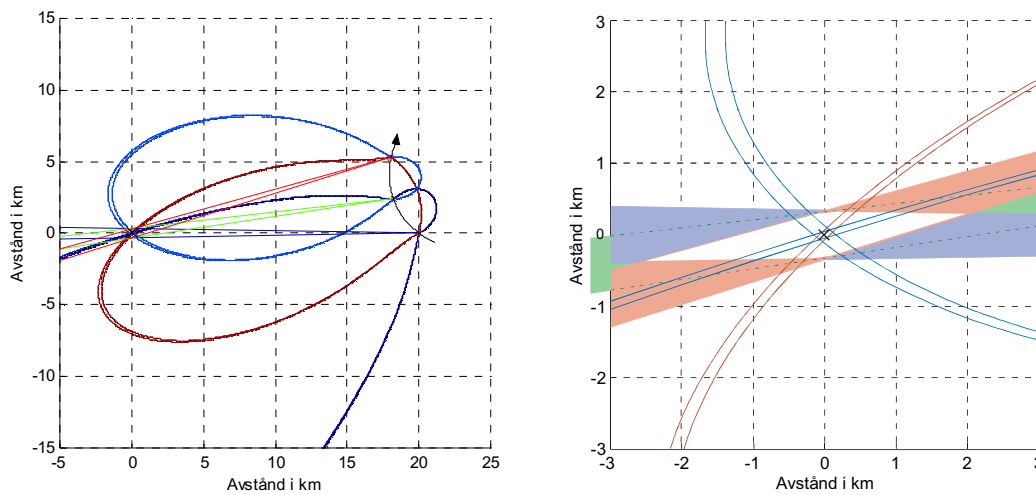
Bilagan innehåller bland annat en ”referenskatalog” med så kallade isodopplerskillnads-mönster för olika enkla typfall enligt exempel i figur 4. Syftet är bland annat att ha tillgång till ett hjälpmedel när okomplicerade flygbanors inverkan på möjligheterna att lägesbestämma med DDOA översiktligt ska värderas. Diagrammen baseras på endast två frekvensinmätningar och skillnaden mellan olika diagram är att hastighetsvektorerna i dessa två inmätningpunkter har olika belopp eller riktning.



Figur 4 Exempel på isodopplerskillnads-mönster från bilaga 1. Varje linje sammanbinder emitterpositioner som resulterar i samma dopplerskillnad. Inmätningpunkternas position är identisk i båda figurerna och har valts till $x=-1, y=0$ respektive $x=1, y=0$. Axlarna i x - och y -led är dessutom enhetslösa och kan betraktas som ”normerade”. I den vänstra figuren är hastigheterna vid inmätningarna lika stora och riktade som x -axeln. Även i den högra är beloppen på hastigheterna lika men riktningen i första punkten är vriden 15° mot positiv y -riktning och i andra punkten 15° mot negativ y -riktning. Inmätningarna i den vänstra figuren skulle kunna vara tagna från en raktbana och i den högra från en högersväng.

Diagramtypen ger en grov uppfattning om för vilka emitterpositioner det finns potential till god lägesestimering genom att frekvensfel inverkar mindre där linjer för isodopplerskillnad ligger nära varandra. Eftersom två inmätningar är otillräckligt för att nå ett läge vid ren DDOA är det nödvändigt med ytterligare frekvensmätningar eller en kompletterande riktningmätning.

För att få en uppfattning om potentialen i aktuella simuleringsfalls geometri har därför enkla analyser som använder tre inmätningar tagna från flygbanornas start-, mitt- och slutposition genomförts. I figur 5 indikeras riktningsmätningar från de tre mätpunkterna med blåa, gröna och röda linjer och fyllda fält i respektive färg. Riktningfel av ± 1 grad är markerade vilket kan motsvara rms-felet vid riktningsmätning med en interferometer. Den kvarstående osäkerheten är ofylld. På motsvarande sätt är felgränser för de tre möjliga mätningarna av dopplerskillnad inlagda i figuren. Markerade felgränser anger här ett fel i dopplerskillnad motsvarande $\pm 0,1\%$ av max möjlig dopplerfrekvens vid en enskild mätning. Vid 10 GHz bärfrekvens och 300 m/s hastighet – vilket ger en max möjlig dopplerfrekvens av 10 kHz – indikerar felgränserna därmed ± 10 Hz.



Figur 5 Till vänster en översiktlig bild som visar flygbanan (svart med pilspets), emitterpositionen (origo) och tre inmätningar vid simuleringsfallet Frånböj 2G. Riktningfel av ± 1 grad är markerade vilket kan motsvara rms-felet vid riktningsmätning med en interferometer. På motsvarande sätt är felgränser för de tre möjliga mätningarna av dopplerskillnad inlagda i figuren. Till höger en detaljstudie av området i emitterns närhet. Med valda mätfel; ± 1 grad vid riktningsmätning och $\pm 0,1\%$ i normerad dopplerskillnad framgår att DDOA är överlägsen triangulering vad gäller litet lägesfel.

Analysen som beskrivs i bilaga 1 resulterade i att tre olika flygbanor valdes för simuleringar i testbänken:

- en ren rakbana – kallad Rakbana
- en konstant 2G-sväng mot emittern – kallad Motböj 2G
- en konstant 2G-sväng från emittern – kallad Frånböj 2G

Den enkla analysen visade att den bästa noggrannheten var att vänta vid Frånböj 2G och den sämsta vid Rakbana. Dessa slutsatser bekräftas av genomförda testbänks-simuleringar.

Senare har komplettering skett med ytterligare en flygbana som inte beskrivs i bilaga 1. Detta är i grunden en Rakbana som försetts med en snabb – 1 sekunder lång – 360° -roll som påbörjas efter 1 sekund och ytterligare en likadan roll som påbörjas 15 sekunder efter starten. Simuleringsfallet benämns Rakbana med roll. Rollarna påverkar resultatet genom att mottagarantennen anses placerad i vingspetsen på ett flygplan med 8 meters spännvidd.

I samtliga fyra fall är hastigheten 300 m/s och flygtiden 20 sekunder. Flygbanornas längd är således 6 km. Genomgående är initialavståndet till emittern 20 km.

Det är fortfarande förenat med en del hantverk att omsätta önskemål om nya flygbanor till de signaler emittersimulatorens ska generera vid testbänkssimuleringar. Detta gäller även vid förändringar av emitterläget med oförändrad flygbana. Av detta skäl har ett Matlab-program utvecklats som med hjälp av färgkod visar hur lägesnoggrannheten varierar med emitterpositionen inom ett stort område runt en vald flygbana. Hittills har diagram beräknats för ovanstående fyra flygbanor samt för en femte där hastighet och flygtid – som för de övriga – är 300 m/s respektive 20 sekunder men där en konstant 4G-sväng utförs, se figur 26 respektive 27.

Frekvens- och riktningsmätningarnas antal och fördelning längs flygbanan

Som framgått av ovanstående resonemang kan flygbanan ha stor inverkan på noggrannheten vid estimering av en emitters läge med hjälp av DDOA och riktningsmätning. Det är dock viktigt att konstatera att det bara är mottagarantennens position, hastighet och attityd på de ställen i flygbanan (egentligen antennens rörelsebana) där inmätningar av den mottagna signalen sker som är av betydelse för slutresultatet. I och med att det endast är flygbanans utseende i inmätningpunkterna som är av vikt kan denna därmed sägas övergå i en diskret version av den ursprungliga kontinuerliga flygbanan.

Generellt finns förutsättningar för ett bättre lägesestimat om antalet frekvens- och/eller riktningsmätningar längs en given flygbana ökas. Vid flygsimuleringar i testbänken har inte varje enskilt sampelvärde av signalen sparats av utrymmesskäl. (Sampelfrekvensen 62,5 Msampel/s ger med flygtiden 20 sekunder över 1 Gsampel.) Istället har estimerade signalfrekvenser lagrats under pågående simulering för att i ett senare steg användas vid lägesberäkning. Testbänkens frekvensmätning utnyttjar cirka 1 ms långa sekvenser innehållande 65536 konsekutiva sampel och beräkningstiden är med tillgänglig datorkraft cirka 50 ms. Signalen kan således frekvensmätas ungefär 20 gånger per sekund. Vid uppspelning av de 20 sekunder långa flygningarna i testbänken har det med andra ord varit möjligt att frekvensmäta signalen cirka 400 gånger. I praktiken har dock endast 380 mätningar utnyttjats vilket beror på att den sista sekunden av respektive flygbana inte har använts.

Merparten av de lägesestimeringar som gjorts efter genomförda flygningar i testbänken baseras på samtliga 380 frekvensmätningar. Dessa har dessutom parats ihop med lika många simulerade riktningsmätningar. Inga riktningsmätningar är således ännu gjorda i testbänken. I begränsad omfattning har effekten av lägre inmätningstakt studerats genom att de registrerade frekvensmätningarna för respektive flygning har decimerats till 20 stycken vilket motsvarar 1 mätning per sekund.

I ett verkligt scenario är inmätningstakten inte bara bestämd av sis-systemet utan även av emittern och vågutbredningen. Ovanstående fall med en inmätning per sekund skulle exempelvis kunna vara aktuellt när en radar har en antennrotationstid av 1 varv/sekund och sis-systemet bara kan göra inmätningar i radarns huvudlob.

Noggrannhet vid frekvensmätning

Eftersom sis-systemets egenskaper vad gäller frekvensmätning är så centrala för all lägesbestämning där DDOA ingår, har relativt omfattande insatser genomdrivits med syfte att öka kunskapen om vilka parametrar som inverkar på frekvensmätningarnas noggrannhet och på vilket sätt detta sker. Så här långt dragna slutsatser sammanfattas i kapitel 4 i den här lägesrapporten där även den utvecklade frekvensmätmetoden beskrivs.

Noggrannhet vid riktningsmätning

Som framgick vid beskrivningen av lägesbestämningsmetoden i föregående kapitel utnyttjas såväl frekvens- som riktningsmätningar vid den optimering som estimerar det troligaste emitterläget. Härvid är det möjligt att styra om störst vikt ska läggas vid frekvens- eller riktningsmätningar.

De lägesberäkningar som har utnyttjat frekvensmätningar från flygsimuleringar i testbänken har så här långt erbjudits simulerade fel i riktningsinmätningar som är normalfördelade och har väntevärdet 0° och standardavvikelsen 10° . Riktningssinformationen bidrar därmed bland annat med grovinvisning vilket är värdefullt för att optimeringen ska inledas från ett lämpligt startvärde enligt beskrivningen i kapitel 2. I vissa fall kan riktningsmätningar vara nödvändiga för att undvika stora fel som följer av mångtydighet och svårighet att hitta målfunktionens globala minpunkt. Ett typexempel är vid rakbana där frekvensmätningen ensam inte kan åstadkomma någon sidobestämning. Som senare kommer framgå ger även en förhållandevis grov riktningssinformation minskad osäkerhet i lägesestimaten när flygsträckan är kort.

Om önskvärt finns möjlighet att använda frekvensmätningar från genomförda flygsimuleringar i kombination med simulerade riktningsmätningar av annan kvalitet. Funktionaliteten i testbänken håller dessutom på att utökas för att möjliggöra flera kanaler vilket kommer att kunna användas för att införa riktningsmätning i testbänken.

Kännedom om antennens position, attityd och hastighet

Flygbanans inverkan liksom var inmätningar av frekvens och riktning sker längs denna har berörts ovan. Det är dock inte bara betydelsefullt vilken hastighet, position och attityd sis-antennen har vid inmätningarna utan även att lägesbestämningsfunktionen ges korrekt information om dessa parametrar. Här handlar det således om förmågor som associeras med flygplanets navigeringssystem, men även flygplanets strukturstabilitet inverkar eftersom navigeringssystemets mätvärden ska omräknas för att motsvara vad som gäller för inmätande antenner.

Med enstaka undantag har ovanstående fel ännu inte har modellerats. Detta trots att en rimlig bedömning är att felen i många fall kommer att vara dominerande för den resulterande lägesnoggrannheten. I det fortsatta arbetet är det därför viktigt att problematiken studeras med ambitionen att kunna ge en helhetsbild av egenskaperna hos DDOA-baserad lägesbestämning.

Förutom de fel som finns i navigeringssystemets storheter; position, attityd och hastighet (alla tre är tredimensionella), och tillkommande fel när dessa överförs till de inmätande antennerna måste även navigeringssystemets uppdateringsfrekvens beaktas. Om det är glest mellan mätningarna kan den interpolering som är nödvändig för att erhålla navigeringsdata för tidpunkter som motsvarar sis-inmätningarna införa ytterligare fel, speciellt om flygplanet manövrerar.

Det kan konstateras att offsetfel i positionsdata som är konstanta under hela lägesbestämningen direkt överförs till motsvarande offsetfel i lägesestimeringen. Denna typ av fel har betydelse när det inmätta emitterläget överförs till andra plattformar. Felet är dock av mindre betydelse när läget används av andra system på flygplanet om dessa utnyttjar samma navigeringssystem.

Lägesbestämningsmetoden

Slutligen inverkar även lägesbestämningsmetoden på lägesbestämningens prestanda. Ett etablerat sätt att undersöka hur väl metoden utnyttjar tillgängliga mätdata är att jämföra

erhållen standardavvikelse vid ett stort antal lägesbestämningar med vad som nås enligt Cramér-Rao-gränsen. Denna visar vilken standardavvikelse som är teoretiskt möjlig att nå vid ett stort antal lägesbestämningar med samma förutsättningar. (En enstaka lägesbestämning kan naturligtvis råka bli helt felfri.)

Resultat från jämförelser av den använda metoden med Cramér-Rao-gränsen presenteras senare i detta kapitel.

3.3 Resultat från simuleringar baserade på testbänken

Beskrivning av testbänken

Målsättningen med den här rapporten inkluderar inte någon grundlig genomgång av den testbänk som används som experimentell plattform när simuleringar av lägesbestämning baserad på DDOA och riktningsmätning genomförs. En kort beskrivning kan dock vara värdefull för att ge en bild av hur resultaten genereras.

Simuleringarna utförs i realtid och frekvensmätningar sker på en analog signal vars frekvens varierar motsvarande dopplerförändringen med aktuell flygbana, hastighet och emitterposition. En fil med frekvensmätningar och tider för dessa sparas och används senare av lägesbestämningen. Denna har även tillgång till positions- och hastighetsdata för den simulerade flygningen liksom till den korrekta riktningen till emittent.

Lägesbestämningen sker sålunda "off-line" baserat på lagrad information om mätta frekvenser samt beräknade navigeringsdata och riktningar till emittent. Det finns därmed goda möjligheter att utifrån samma datamängd – i efterhand – förädla de algoritmer som estimerar emitterläget.

Det är också fullt möjligt att införa eller förändra felmodeller motsvarande brister i navigeringssystem och radarsis-systemets riktningsbestämning. Vid de resultat som presenteras längre fram i rapporten har en enkel modell utnyttjats för att införa fel på riktningsinformationen. I begränsad omfattning har så även skett vad gäller navigeringsdata.

En annan fördel är att lägesbestämningen kan tvingas att använda endast en delmängd av de registrerade frekvensmätningarna. Detta har utnyttjats för att studera hur lägesnoggrannheten förbättras med ökande flygsträcka. På liknande sätt har effekten av att decimera antalet frekvensmätningar över hela flygsträckan undersökts.

Funktionaliteten i testbänken utvecklas stegvis och parallellt med forskningen rörande aktuella lägesbestämningmetoder. Vid tiden för den mätkampanj som redovisas i det här avsnittet hade den nått en nivå som kan sammanfattas enligt nedan.

- Maximal simulerad flygtid 20 sekunder (automatiskt repeterbar)
- Enkanalig simulering (ingen riktningsmätning inkluderad)
- CW-signal vars frekvens varierar motsvarande dopplervariationen vid aktuell flygbana och simulerad emitterfrekvens. Dopplervariation är överlagrad på en mellanfrekvens av 100 kHz.
- Konstant SNR och amplitud under flygningen (SNR manuellt valt före simuleringen)
- Flygningar och frekvensmätningar (20 per sekund) i realtid. Lägesberäkning i efterhand.
- Scenariot begränsat till 2 dimensioner (flygbana och emitter i samma plan)

Huvudsyftet med testbänken är att gradvis föra simuleringarna närmare en verklighet och om möjligt bädda för en odramatisk övergång till fältförsök. Vid de simuleringar som utförts i testbänken hittills är den stora fördelen att inte bara egenskaper hos frekvensmätningens algoritmer inkluderas, utan även felbidrag från hårdvara som exempelvis digitaliseringskort och samplingsklocka.

Allmänt om mätningarna – använda simuleringsfall

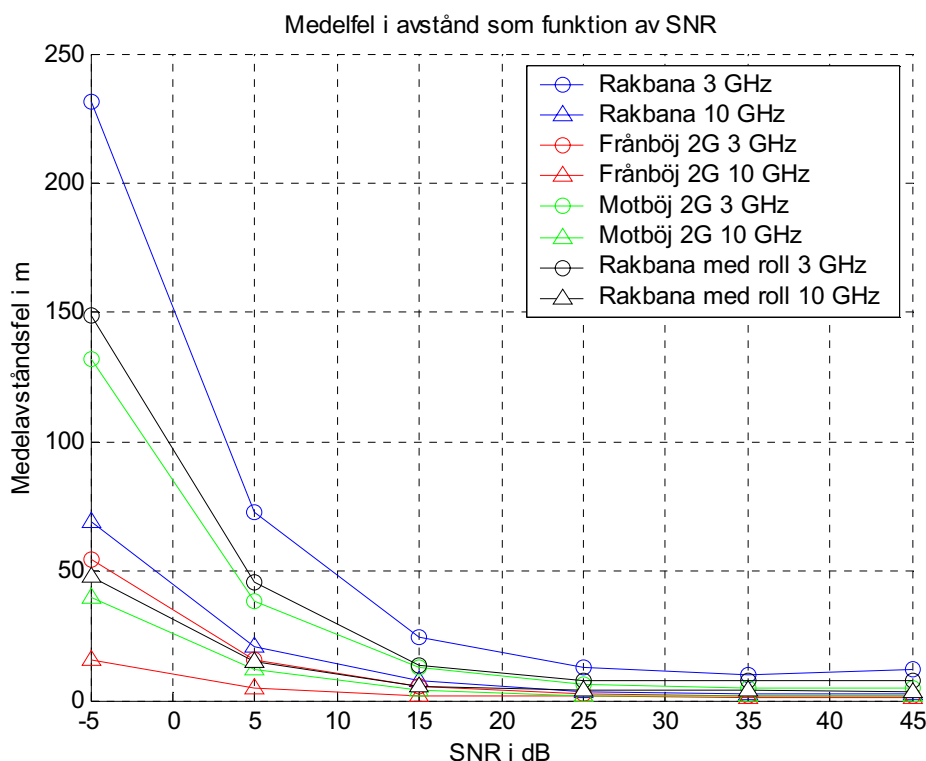
De simuleringar som är genomförda i testbänken omfattar:

- 4 olika flygbanor, enligt tidigare beskrivning
- 6 olika signal/brus-förhållande (SNR), från -5 dB till 45 dB i steg om 10 dB. (Aktuell definition på SNR beskrivs närmare under ”signal/brus-förhållandet” i kapitel 4.)
- 2 olika emitterfrekvenser, 3 och 10 GHz

Samtliga 48 kombinationer av flygbanor, signal/brus-förhållande och emitterfrekvenser har simulerats 500 gånger med avsikt att producera ett statistiskt underlag till den efterföljande resultatanalysen. Eftersom varje flygning är 20 sekunder är den totala simuleringstiden cirka 133 timmar.

Sammanställning av lägesnoggrannheter vid simuleringar i testbänken

I figur 6 finns en sammanställning av vilka medelavståndsfel som erhållits när de olika kombinationerna av flygbanor, emitterfrekvens och signal/brus-förhållande har simulerats i testbänken. Lägesbestämningen baseras i samtliga fall på 380 frekvensmätningar tagna med cirka 20 Hz mättakt. Dessa har kompletterats med 380 simulerade riktningssmätningar för motsvarande mätpositioner. Oavsett SNR har det påförda riktningssfelet varit normalfördelat med väntevärdet 0°. Standardavvikelsen har varit 10°.



Figur 6 En sammanställning av resultatet från 48 flygsimuleringar omfattande totalt cirka 133 timmar. Varje mätpunkt visar lägesbestämningens medelavståndsfel efter att den aktuella, 20 sekunder långa, flygbanan upprepats 500 gånger.

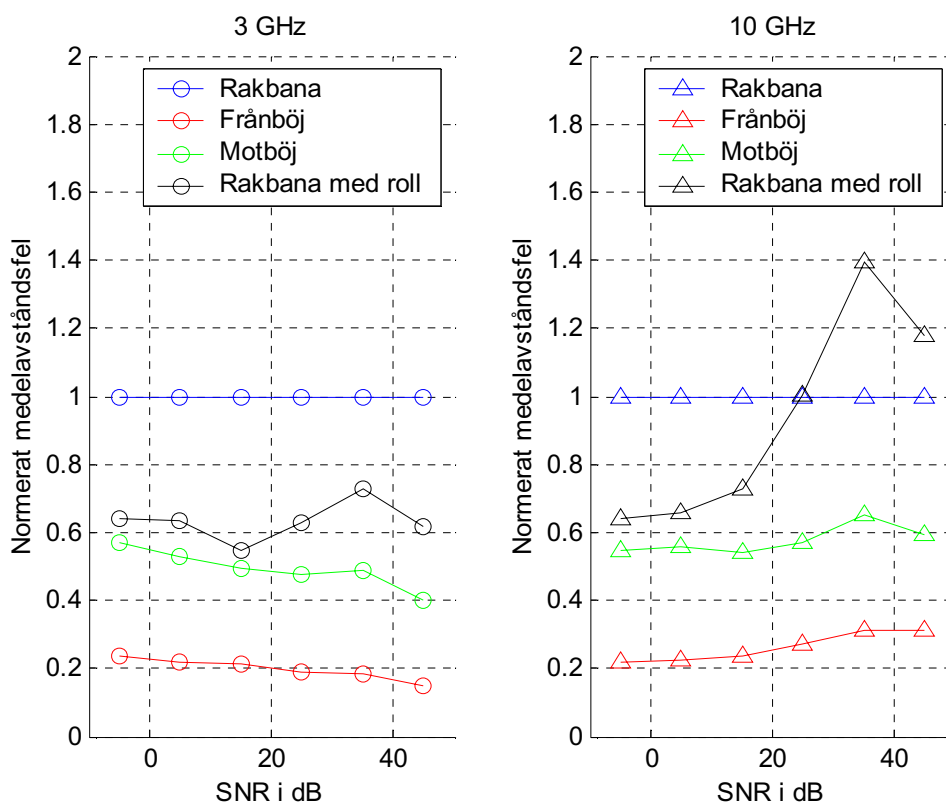
Frekvensmätningen har varit implementerad på en dator med ett operativsystem av typen Windows NT. Avsaknaden av realtidsoperativsystem har medfört att mättakten har varierat något mellan olika simuleringar. En effekt av detta är att den del av flygbanan som motsvarar 380 sampel är något olika i längd. Denna variation har resulterat i att den utnyttjade flygtiden av de 20 sekunder som emittersimulatorens spelar upp har varierat inom intervallet 18,4-19,6 sekunder.

Eftersom flygbanans längd (antennrörelsen) i sin tur påverkar lägesnoggrannheten finns i figur 6 därmed en osäkerhet överlagrad på den inverkan av flygbanan, emitterfrekvens och SNR som avses visas. Att så är fallet kan eventuellt förklara varför avståndsfelet ökar något när SNR förbättras från 35 dB till 45 dB vid Rakbana och 3 GHz.

Under de följande rubrikerna i den här genomgången av testbänksmätningarna presenteras resultaten från de 8 simuleringfallen på andra sätt än i figur 6. Syftet är att belysa hur olika parameter inverkar på den slutliga osäkerheten i ett lägesestimater.

Antennrörelsens betydelse för lägesnoggrannheten

I figur 7 har resultaten i figur 6 bearbetats för att specifikt visa hur sis-antennens rörelse relativt emitterpositionen påverkar lägesnoggrannheten. Tidigare slutsatser om att förändringar av hastighetsvektorn är gynnsamma bekräftas av figuren. Med aktuell emitterposition är Rakbana – som i figuren är referens – klart sämre än övriga. Frånböj 2G minskar osäkerheten i lägesestimeringen till ungefär 25 %. När Rakbana kompletteras med två rollar förbättras noggrannheten men de båda 2G-svängarna är fortfarande bättre.

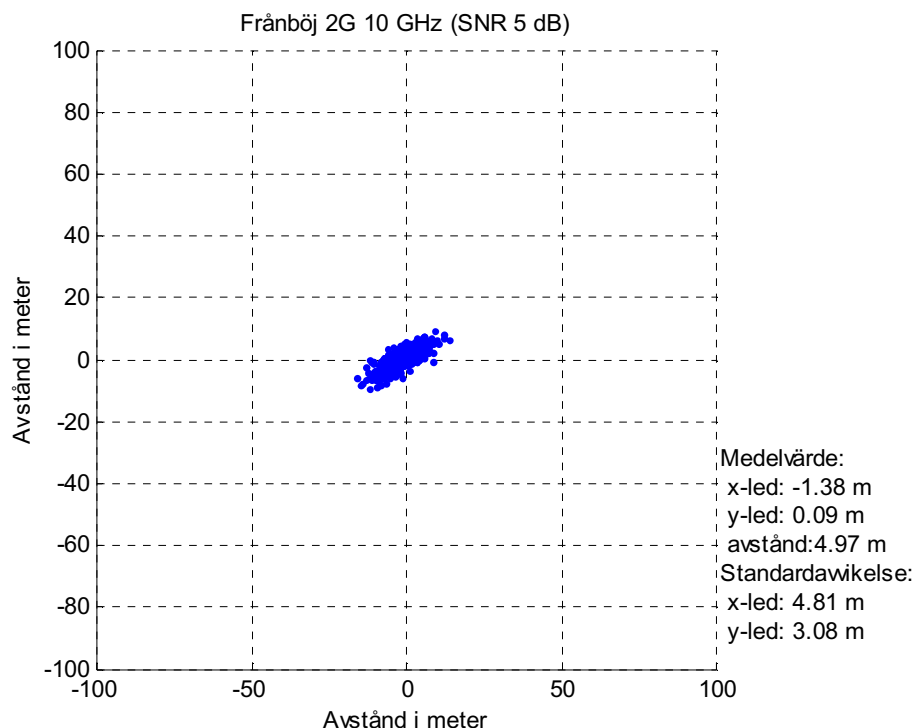


Figur 7 Figuren visar normerat medelavståndsfel som funktion av SNR för 3 respektive 10 GHz. Rakbanan har använts som referens. För låga SNR stämmer resultaten bra överens mellan delfigurererna, medan en del variationer erhålls vid höga SNR. Dessa kan dock tillskrivas osäkerheter i testbänksdata.

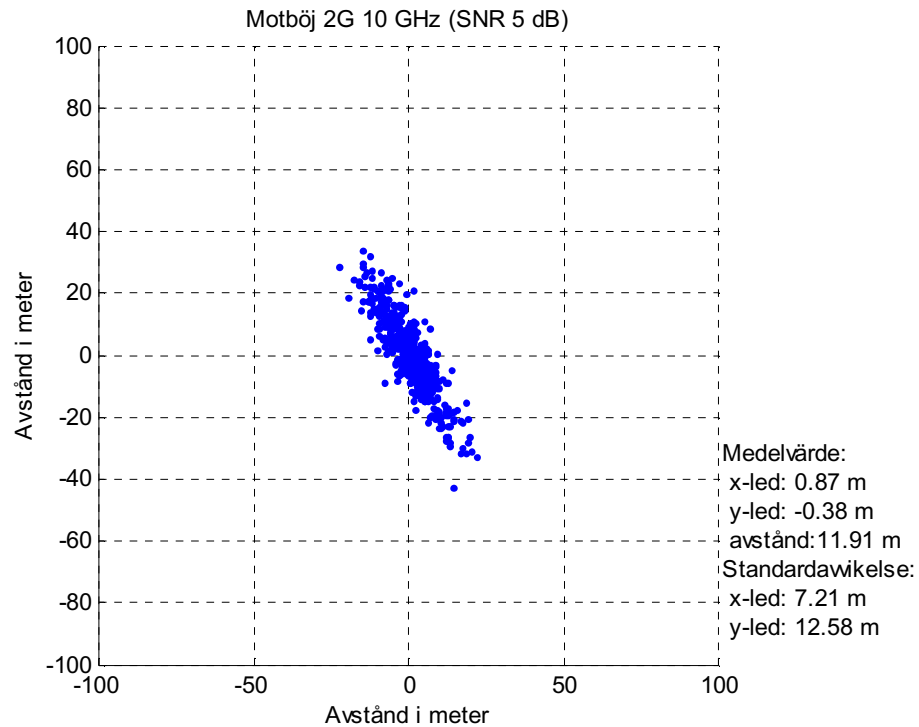
I det högra diagrammet av figur 7 framgår att Rakbana med roll avviker kraftigt från förväntat utseende vid höga SNR. Denna avvikelse kan inte enkelt förklaras men den saknas vid liknande rena datorsimuleringar. En tänkbar felkandidat är inverkan från osäkerheten i det tidsvärde som varje enskild frekvensmätning erhåller vid testbänks-simuleringen, vilket visat sig ge störst försämring i simuleringsfallet Rakbana med roll. Viktigt att notera är att avståndsfelen vid höga SNR generellt är små varför även små absoluta förändringar av felen påtagligt kan påverka kvoten.

Senare i det här kapitlet kommer det att framgå att den inbördes rangordningen mellan flygbanorna som finns när alla frekvens- och riktningssampel utnyttjas, inte gäller vid kortare flygsträckor. Rakbanan med rollar har i detta fall intressanta egenskaper.

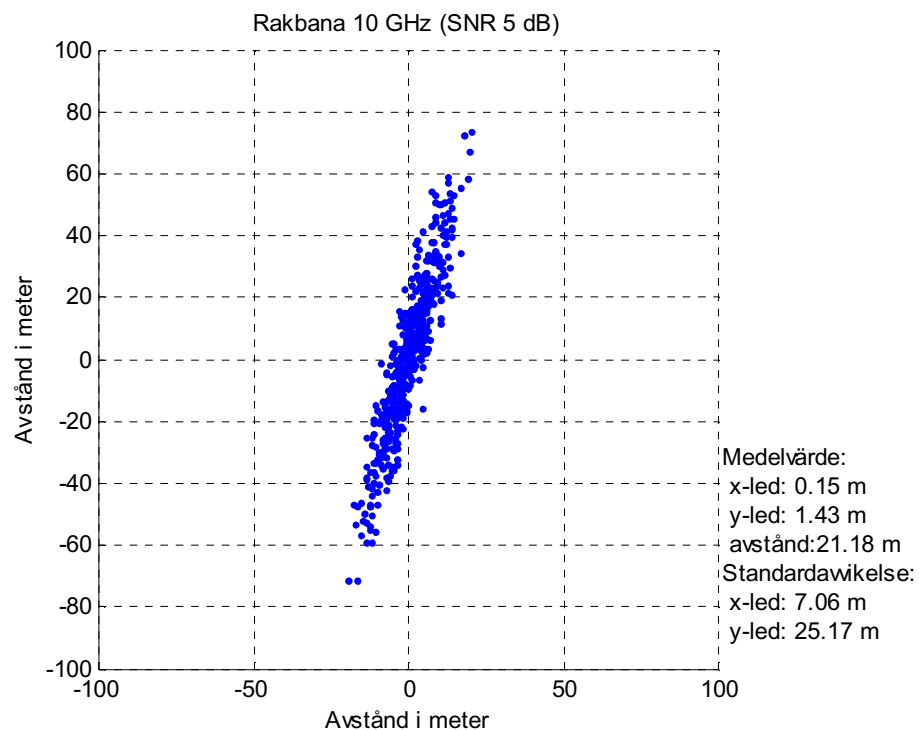
Av figur 7 framgår heller inte hur lägesfelen fördelar sig i x- och y-led. Ej heller att orientering hos dessa felellipser markant skiljer mellan de olika flygbanorna. För att belysa detta redovisas därför resultaten från 4 av de totalt 48 simuleringarna som detaljerade tvådimensionella målplottar i figur 8 – 11. I samtliga dessa har emitterfrekvensen varit 10 GHz och SNR 5 dB, medan flygbanorna är olika. Varje punkt i figurerna motsvarar en enskild lägesberäkning från en av de 500 simuleringar som genomförts vid den aktuella kombinationen av flygbana, emitterfrekvens och SNR. I de fyra figurerna redovisas dessutom ett antal statistiska parametrar.



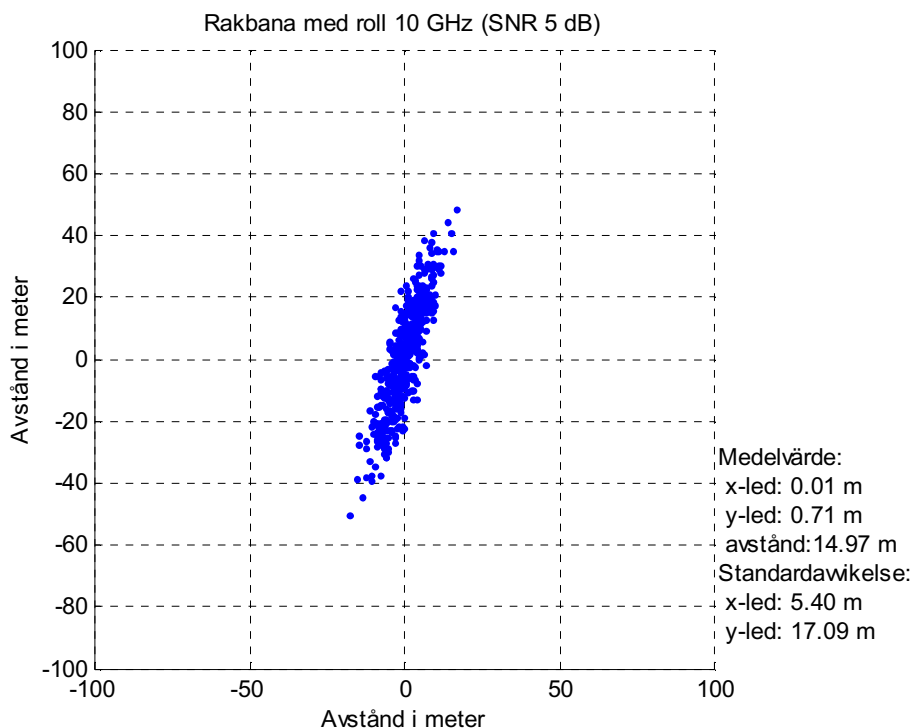
Figur 8 Testbänks-simulering av flygbanan Frånböj 2G vid SNR 5 dB. Denna flygbana uppvisar de klart bästa förutsättningarna för noggrann lägesbestämning bland de alternativ som simulerats i testbänken. Anledningen är framförallt att den ger störst dopplervariationer.



Figur 9 Testbänksimulering av flygbanan Motbøj 2G vid SNR 5 dB. Denna flygbana uppvisar de näst bästa resultaten av de testade banorna. Anledningen till att den inte är lika bra som Frånbøj 2G är att den inte utnyttjar lika stor del av möjligt dopplerskift. En bidragande orsak är även att avståndet till emittent är något längre utom i startpunkten.



Figur 10 Testbänksimulering av flygbanan Rakbana vid SNR 5 dB. Resultatet är väsentligen sämre än de båda krökta banorna. Det beror på att ännu mindre av det möjliga dopplerskiftet utnyttjas. Värt att notera är också att punktmängden är mer utdragen än vid de båda tidigare flygfallen.



Figur 11 Testbänksimulering av flygbanan Rakbana med roll vid SNR 5 dB. Resultatet påminner till orientering om Rakbana medan prestanda i form av medelavståndsfel är något bättre. Det är en effekt av det ökade utnyttjandet av dopplerskift som sker vid rollarna.

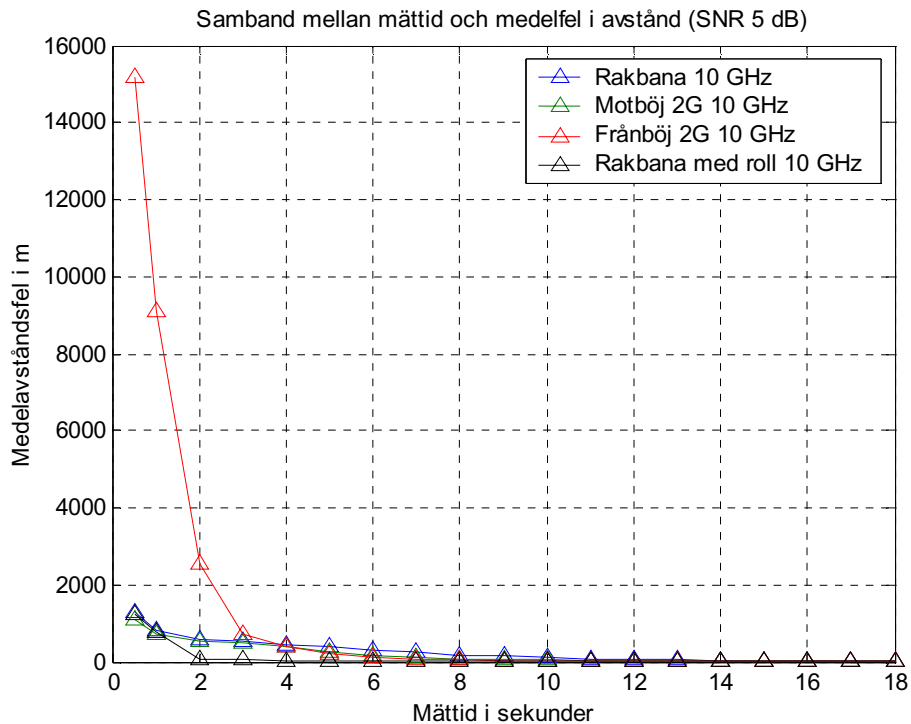
Mättidens inverkan på lägesnoggrannheten

En intressant parameter att studera är hur mättiden – det vill säga flygbanans längd – påverkar lägesnoggrannheten. Naturligtvis kommer en lång mättid att förbättra resultatet, dels genom att en längre mätbas erhålls, dels genom att antalet sampel ökar om mät-takten bibehålls.

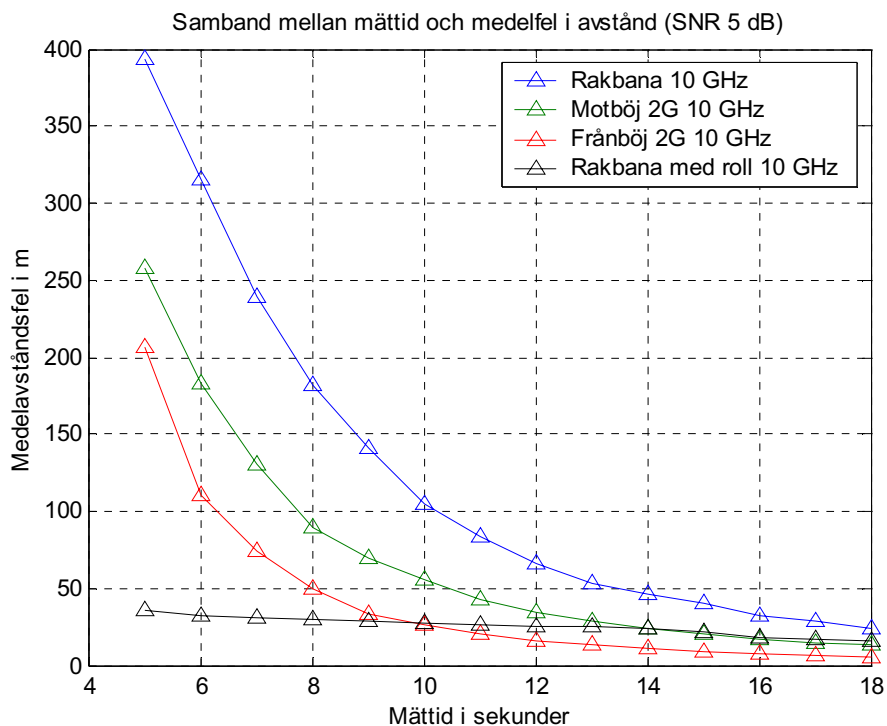
Figur 12 och 13 visar hur medelfelet i avstånd avtar med tilltagande mättid. Den sämsta simuleringsfallet för korta mättider är Frånböj 2G. Anledningen är att vinkeln mellan hastighetsvektorn och riktningen till emittern är minst i detta fall. Resultatet blir försämrad noggrannhet eftersom emitternar placerade i närheten av flygbanans förlängning är svåra att lägesbestämma på grund av att den exponerade mätbasen då är liten.

Övriga flygbanor är väsentligen bättre än Frånböj 2G för korta mättider. Den mest gynnsamma banan är Rakbana med roll. Orsaken är att rollen inför variationer i hastighetsvektorn som redan tidigt i mätningen ger en dopplermätbas.

Då mättiden ökar kommer Frånböj 2G att passera de tre andra banorna och bli den bana som får det lägsta medelavståndsfelet. Det syns tydligare i den förstörade figuren 13. Detta framgår även av figur 17 som är motsvarande diagram från rena datorsimuleringar. Dessa är baserade på 1 Hz standardavvikelse i frekvensmätningen och lägesfelen är därmed lägre än i figur 12 och 13 där 5 dB SNR ger ungefär 2 Hz standardavvikelse vilket senare kommer att framgå av kapitel 4.



Figur 12 Illustration av hur förbättring av medelavståndsfelet sker med ökande mättid. Som synes är Frånböj 2G sämst i början vilket beror på att initialvinkeln mellan hastighetsvektor och riktningen till emittern är liten. Övriga flygbanor är väsentligen bättre. För ökad detaljnivå se figur 13.

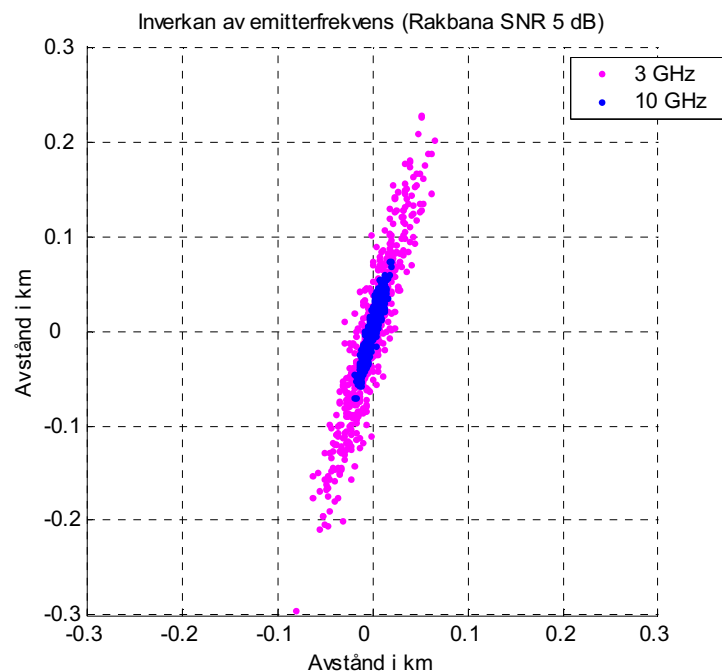


Figur 13 Förstoring av figur 12 för mättider ≥ 5 sekunder där det tydligt framgår att Frånböj 2G är den bästa flygbanan för långa mättider och att Rakbana med roll är den bästa för korta mättider. Värt att notera är att lägesnoggrannheten – med den senare flygbanan – endast i liten omfattning förbättras mellan rollarna. Tillväxten av den geometriska mätbasen är här tydlig av underordnad betydelse.

Då figur 13 studeras kan det tyckas märkligt att Rakbana med roll har en så långsam tillväxt av lägesnoggrannhet efter första rollen. Anledningen bedöms vara att frekvensinformationen som erhålls vid första rollen till stor del ensamt bidrar till lägesnoggrannheten. Det beror i sin tur på att lägesbestämningsmetoden, i sin strävan att minimera skillnaden mellan beräknade och mätta värden, generellt kommer att lägga vikt vid att få god överensstämmelse i mätintervall som innehåller snabba frekvensvariationer, eftersom det annars leder till höga målfunktionsvärden. I Rakbana med roll utgör rollen mellan 1-2 sekunder en snabb frekvensvariation, medan frekvensen varierar betydligt långsammare mellan 2-15 sekunder. För det simuleringsfallet kommer alltså mätintervallet mellan 1-2 sekunder att bidra mer till noggrannheten än intervallet 2-15 sekunder.

Frekvensnoggrannhetens inverkan på lägesnoggrannheten

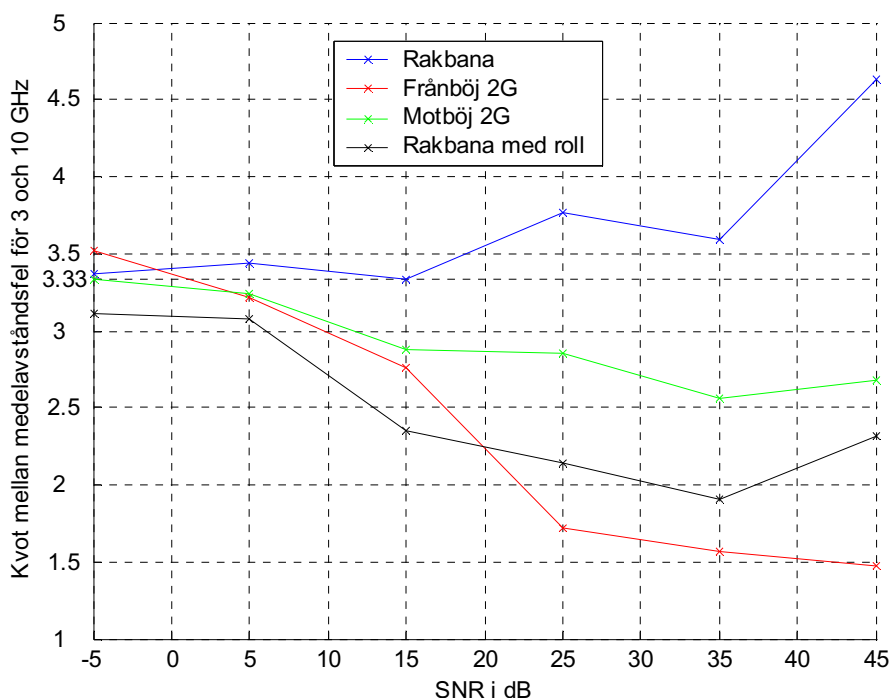
Simuleringarna i testbänken är utförda med 100 kHz centerfrekvens mellan emitter-simulatorn och mottagarens digitaliseringskort. Denna frekvens är vid respektive simulering varierad för att motsvara den dopplerförändring som sker med den aktuella flygbanan. Som tidigare har beskrivits är simuleringar med dopplervariationer som representerar två olika emitterfrekvenser genomförda, 3 respektive 10 GHz. Oberoende av de tänkta emitterfrekvenserna har osäkerheten i frekvensmätningen haft samma absoluta nivå. Till följd av minskad relativ frekvensosäkerhet är därmed förutsättningarna för noggrann lägesbestämning mer gynnsamma vid den högre frekvensen. Notera att detta är en effekt av testbänken saknar transponering. I en komplett operativ utrustning kan förutsättningarna var mer likvärdiga på grund av att den relativa frekvensosäkerheten i mindre grad är beroende av frekvensen.



Figur 14 Testbänksimulering av flygbanan Rakbana vid SNR 5 dB med emitterfrekvenserna 3 och 10 GHz. Som synes är förutsättningarna för lägesbestämning mer gynnsamma vid den högre frekvensen till följd av minskad relativ frekvensosäkerhet.

Det är intressant att undersöka om lägesnoggrannheten är proportionell mot den relativa noggrannheten i frekvensmätningen – det vill säga vid testbänkssimuleringar proportionell mot emitterfrekvensen. En betraktelse av sammanställningen i figur 15 och exemplet som visas i figur 14 tycks bekräfta att det gäller åtminstone för låga SNR. Eftersom noggrannheten i frekvensmätningarna skiljer en faktor 3,33 mellan de båda emitterfrekvenserna borde medelavståndsfelet också skilja med samma faktor, vilket den gör för låga SNR. Anledningen till att det inte stämmer vid högre SNR kan bero på ett antal saker. Det är dock klart att anledningen till den dåliga överensstämmelsen står att finna i testbänksdata, eftersom rena datorsimuleringar inte uppvisat samma beteende. I dessa ligger kvoten mellan medelavståndsfelet nära 3,33 för i princip samtliga SNR.

En förutsättning för ovanstående slutsats är att noggrannheten i lägesestimaten i huvudsak baseras på frekvensmätningarna. Datorsimuleringar som beskrivs längre fram i det här kapitlet ger exempel på att så inte alltid är fallet. En egenskap hos den kombinerade lägesbestämningssmetod som används är nämligen att riktning- respektive frekvensinmätningarna bidrar i varierande grad under flygbanans olika delar. Vilken mätypp som bidrar mest vid en viss tidpunkt styrs också av relationen mellan osäkerheterna i respektive typ av inmätning. Med de aktuella flygbanorna och brusnivåerna har dock riktning informationen underordnad betydelse vad gäller den lägesnoggrannhet som nås efter kompletta flygningar, vilket är fallet såväl för figur 14 som 15.



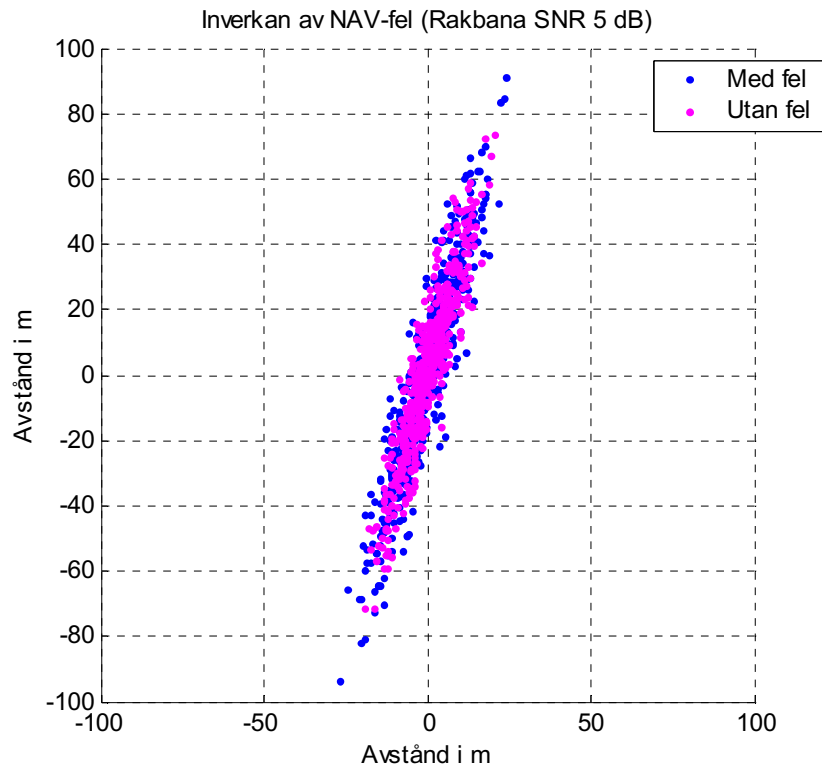
Figur 15 Figuren illustrerar den lägesförbättring som erhålls då kvaliteten i frekvensmätningarna förbättrats med en faktor 3,33. För låga SNR sker en sänkning av medelavståndsfelet med ungefärligen 3,33. För högre SNR stämmer ej resultatet vilket kan bero på att frekvensmät-algoritmens systematiska fel får ökad inverkan. Vid låga SNR är detta fel försumbart.

Fel i lägesestimaten förorsakade av mätfel i eget navigeringssystem

För att undersöka vilken inverkan osäkerhet i egen position har på beräkningen av emitterns läge har initialt en mycket enkel modell av fel i navigeringssystemet använts. Felet antas vara normalfördelat i x- och y-led med väntevärdet noll och standardavvikelsen 3 meter, vilket motsvarar en femtedel av avståndet mellan sampelpunkterna

längs flygbanan. Figur 16 visar exempel på den försämring som sker. Värt att notera är att felmodellen är mycket enkel. Dock kan det ge en första inblick i problematiken kring osäkerheten i egen position.

När lägesbestämningen är baserad på DDOA har i hög grad även noggrannheten i den hastighetsinformation som är knuten till respektive frekvensmätning stor betydelse för den slutliga lägesnoggrannheten. Eftersom det är antennrörelsen som är den intressanta måste beräkningar som baseras på navigeringssystemets uppfattning om position, hastighet och attityd utföras. Så här långt har ingen modell för hastighetsfel eller attitydfel införts.



Figur 16 Illustration av den ökade spridningen till följd av införd osäkerhet i de egna inmätningpunkternas position. Simuleringsfallet är en Rakbana vid SNR 5 dB och 10 GHz emitterfrekvens. Det simulerade felet i positionssystemet har standardavvikelsen 3 m och medelfelet är 0 m. Till följd av den påförda osäkerheten i egen position ökar medelavståndsfelet i det estimerade emitterläget från 21 m till 26 m.

3.4 Resultat från datorsimuleringar

Som ett komplement till simuleringar i testbänken har rena datorsimuleringar genomförts för att undersöka lägesbestämningens egenskaper. En fördel med datorsimuleringar är att de ger full kontroll över indata, vilket ökar möjligheterna att specifikt studera vilka egenskaper lägesbestämningens modul har.

En annan fördel är att effekten av exempelvis en förändrad flygbana snabbare kan studeras än i testbänken där modifieringar som inkluderar emittersimuleringen så här långt har varit en ganska långsam process.

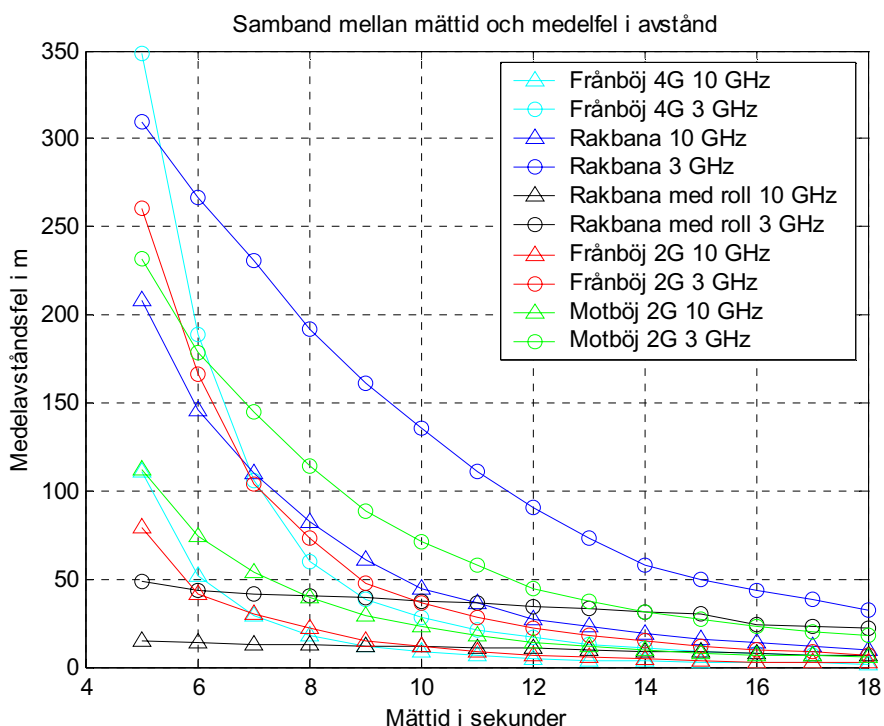
Vid datorsimuleringarna har exakt samma lägesbestämningens algoritmer som vid testbänksimuleringarna använts. Skillnaden är att de mätvärden som använts inte existerat i form av en fysisk signal utan beräknats direkt med hjälp av det geometriska förhållandet mellan antenn och emitter. Därefter har mätfel i form av normalfördelat brus adderats.

Vid simuleringarna har framförallt nivån hos de pålagda felen, den totala mättiden och sampelantalet varierats.

Mättidens inverkan på lägesnoggrannheten

Liksom för testbänkssimuleringarna har datorsimuleringar genomförts för att studera hur uppfattningen om emitters läge förbättras med ökande mättid. Jämfört med testbänkssimuleringarna har tiden mellan konsekutiva frekvens- och riktningmätningar vid datorsimuleringarna hållits konstant. Det ger effekten att samtliga datorsimuleringar vid en fix tid haft samma antal sampel att utnyttja för estimering av emitterläget. Det har inte kunnat garanteras vid testbänkssimuleringarna. Dessutom har ett större antal fall studerats.

Figur 17 visar hur medelfelet i avstånd varierar med mättiden när frekvensmätningens standardavvikelse är 1 Hz. Eftersom mättider kortare än 5 sekunder ger stora lägesfel, framförallt för de båda frånböjarna, redovisas inte kortare mättider i figuren. Liksom för testbänkssimuleringarna syns att de krökta banorna når bättre prestanda än de raka vid samma emitterfrekvens. Dessutom framgår återigen att Rakbana med roll är den bästa för korta mättider. Notera att den sänkning av medelavståndsfelet som den andra rollen, i intervallet 15-16 sekunder, ger upphov till klart syns i figuren.



Figur 17 Figuren visar hur lägesnoggrannheten förbättras när mättiden, det vill säga flygsträckan utökas. Skillnaden mellan Rakbana med respektive utan roll är påtaglig vid korta mättider. Resultaten baseras på frekvensmätningar med standardavvikelsen 1 Hz och riktningmätningar med standardavvikelsen 10 grader. Mättakten är 20 Hz.

Lägesnoggrannhet relativt antalet mätpunkter

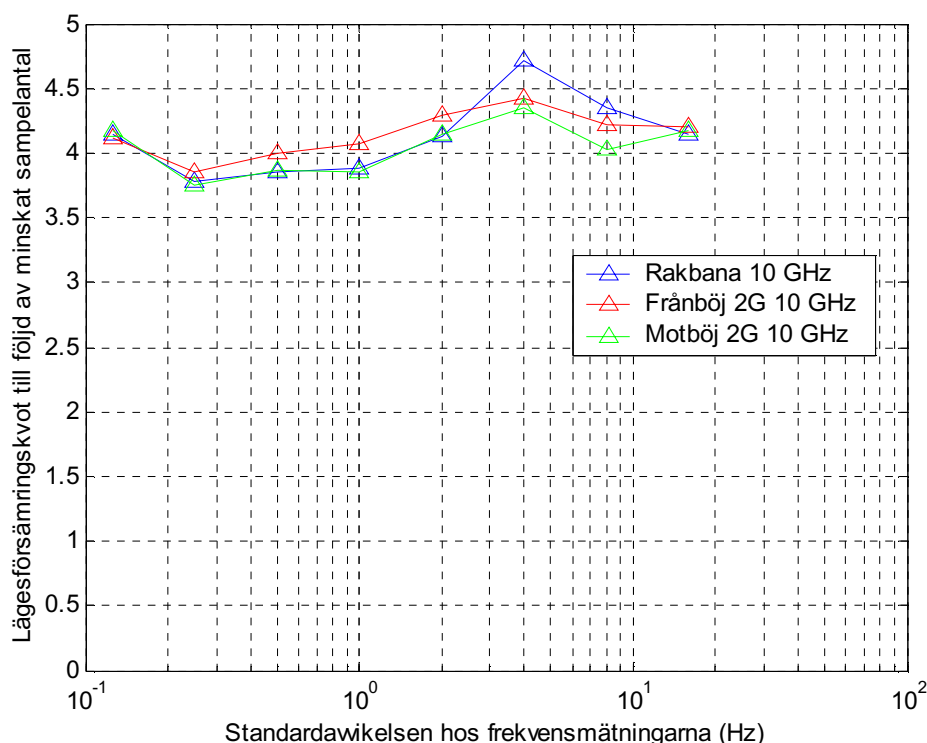
Med en konstant mättakt hos sis-systemet ökar naturligtvis antalet mätpunkter när flygbanan/antennrörelsen förlängs. De förbättringar som presenterats i figur 12, 13 och 17 är delvis en följd av detta. För att isolera effekten av sampelantal har ett antal datorsimuleringar företagits. Dessa förväntas visa den lägesförsämring som sker till följd av

minskat sampelantal. För tydlighets skull kan nämnas att både antalet frekvensmätningar och riktningsmätningar reducerats.

Figur 18 visar med vilken faktor medelavståndsfelet ökar när antalet mätningar reduceras från 380 till 20. Härvid har vart tjugonde sampel i de ursprungliga sampelsekvenserna använts med start på sampelnummer 1, 21, 41 och så vidare. För att få lika långa flygbanor avslutas dock de decimerade serierna med sampelnummer ..., 341, 361 och **380** från de odecimerade serierna.

Osäkerheten i frekvensmätningen kommer i kapitel 4 visas minska med inversen av roten ur antalet sampel. Om motsvarande samband i stort gäller för lägesbestämning bör ovanstående decimering från 380 till 20 sampel resultera i en kvot på 4,36. Av figur 18 framgår att kvoten ligger i närheten av detta värde, vilket troliggör slutsatsen att lägesnoggrannheten ungefär är omvänt proportionell mot roten ur antalet sampel. De variationer som trots allt märks hos kvoten kan vara en effekt av att en sampelmängd på 20 sampel är på gränsen till för liten för att viktiga egenskaper som väntevärdesriktighet ska bevaras.

Då samma effekt studeras med data från testbänksimuleringarna syns att slutsatsen håller för låga SNR, medan en kraftig avvikelse erhålls vid högre SNR. En trolig förklaring till detta kan vara att kvaliteten hos frekvensmätningarna vid höga SNR varierar med infrekvensen vilket ger olika standardavvikelse i frekvensmätningen under löpans gång. (Denna egenskap kan hänföras till frekvensmätmetoden och förklaras i kapitel 4 och bilaga 2.)



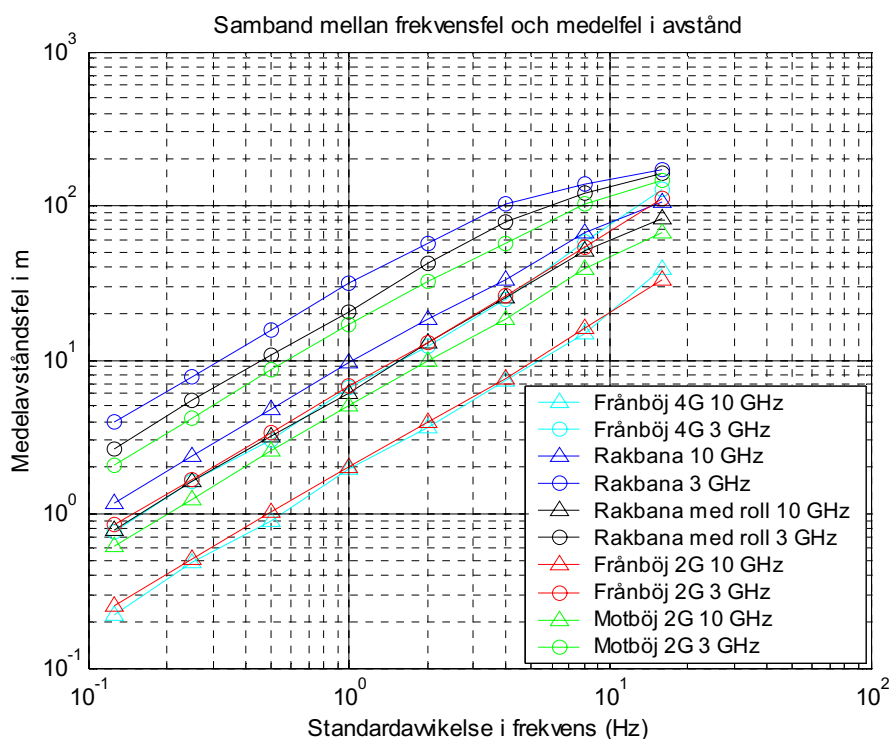
Figur 18 Figuren illustrerar försämringen i medelavståndsfelet då sampelantalet minskas från 380 till 20 med bibehållen mätbas. Oavsett flygbanas och standardavvikelse hos frekvensmätningarna verkar medelavståndsfelet vara ungefär omvänt proportionellt mot roten ur antalet sampel, vilket vid aktuell decimering motsvarar cirka 4,36. Standardavvikelsen hos riktningsmätningarna är i samtliga mätpunkter 10 grader.

Frekvensmätnoggrannhetens inverkan på lägesnoggrannheten

För att undersöka sambandet mellan osäkerhet i frekvensmätningarna och osäkerhet i lägesestimaten har simuleringar enligt figur 19 genomförts. Utöver de flygbanor som har använts i testbänken har komplettering skett med en frånböj vid belastning 4G.

Då figur 19 studeras framgår att medelavståndsfelet inom ett stort intervall med låga frekvensosäkerheter är direkt proportionellt mot standardavvikelsen hos frekvensmätningarna. Slutsatsen att flygbanan och emitterfrekvensen styr offsetnivån i lägesfelet kan också dras. En närmare analys visar även att avståndsfelet är direkt proportionellt mot emitterfrekvensen även om detta inte är lika uppenbart i figur 19. Orsaken till det senare sambandet är naturligtvis att det är frekvensmätningens relativa noggrannhet som är avgörande för prestanda.

Då lägesfelet vid något större frekvensosäkerheter studeras avviker kurvorna från sin tidigare linjäritet. Det beror på att riktningssinformationen, som vid simuleringarna haft konstant osäkerhet, bidrar allt mer till att begränsa medelavståndsfelet, framförallt i vinkelled.



Figur 19 Illustration av sambandet mellan standardavvikelse i frekvens och medelfel i avstånd. Den simulerande mättakten är 20 Hz, mättiden 18,4 sekunder och standardavvikelsen hos riktningssmätningarna är i samtliga fall 10 grader.

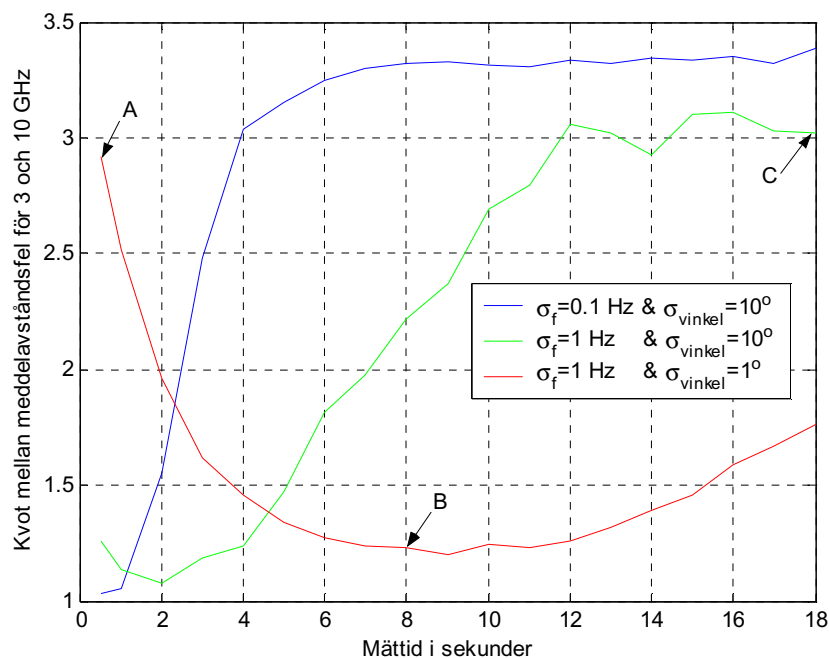
Vid riktigt höga frekvensfel kommer kurvorna plana ut och ge lägesfel som är oberoende av frekvensosäkerheten. Konstantnivån kommer även vara oberoende av vilken emitterfrekvens som använts eftersom lägesbestämningen då motsvarar en ren triangulering med konstant riktningssosäkerhet. Vilken nivå de olika kurvorna planar ut på beror dels på hur stor exponerad mätbas de har relativt emittern och dels på avståndet mellan flygbanan och emittern.

En intressant iakttagelse är att skillnaden mellan alternativen Frånböj 2G och Frånböj 4G är liten om samma emitterfrekvenser jämförs. En trolig orsak är att lägesnoggrannheten vid DDOA är beroende av såväl en geometrisk mätbas som en mätbas vad gäller

dopplervariation, se Becker [4]. När flygbanans radie minskas för att öka belastningen från 2G till 4G förbättras dopplermätbasen men samtidigt minskar den geometriska mätbas som exponeras mot emittern. Nettoeffekten tycks vara att lägesnoggrannheten i stort blir oförändrad. En slutsats skulle kunna vara att en frånböj med 3 G är en bättre kompromiss med det aktuella emitterläget.

Inom parantes kan nämnas att en dopplerpejl är en form av ytterlighet genom att den geometriska mätbasen i det närmaste är obefintlig medan dopplermätbasen kan göras mycket stor. Den resulterande riktningbestämningen är därför bra medan möjligheten att lägesbestämna saknas.

Som tidigare nämnts är det även intressant att studera frekvensosäkerhetens inverkan under tiden då lägesnoggrannheten växer till. Om en lägesbestämningsmetod baserad på enbart frekvensmätningar använts skulle resultatet vara enkelt att förutse. En halvering av frekvensosäkerheten skulle leda till en halvering av lägesosäkerheten oavsett vid vilken tidpunkt under mätlöpan lägesberäkningen skulle utföras. För den kombinerade metoden är resultatet inte lika förutsägbart. I figur 20 redovisas kvoten mellan medelavståndsfelen som funktion av mättiden från ett antal datorsimuleringar för 3 och 10 GHz. Dessutom har relationen mellan standardavvikelse i frekvens och riktning varierats. I samtliga simuleringarfall kan dock frekvensosäkerheten sägas varit en faktor 3,33 lägre för den högre frekvensen. Som synes i figuren ger denna sänkning av frekvensosäkerheten inte upphov till en lägesförbättring med samma faktor oberoende av mättiden. Den omedelbara slutsatsen är att det dels finns ett tidsberoende och dels att relationen mellan osäkerheten i frekvens- och riktningmätningarna inverkar.

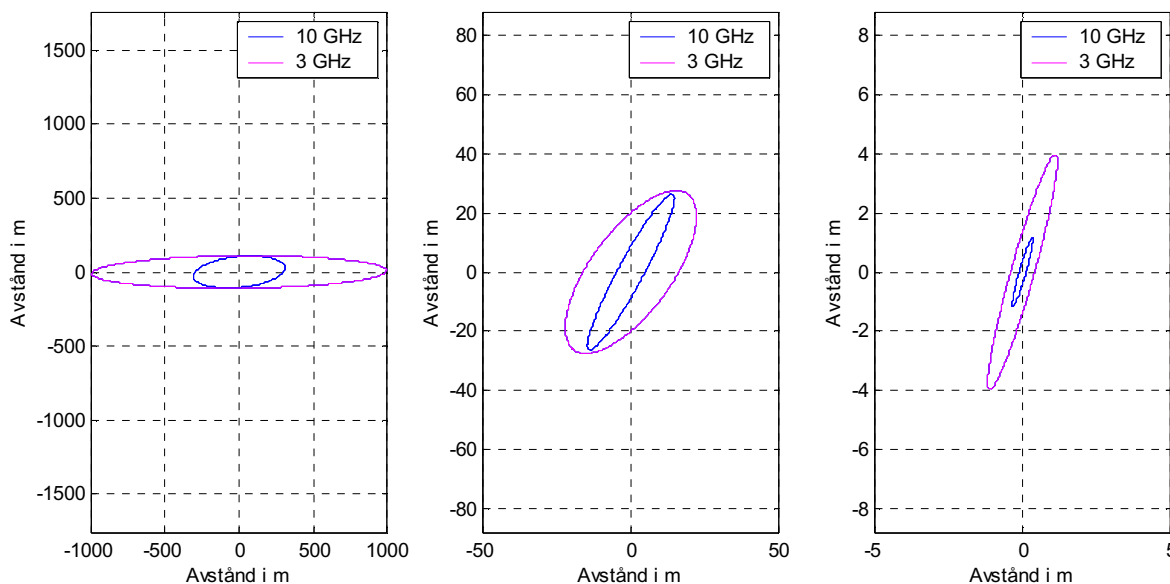


Figur 20 Figuren visar kvoten mellan medelavståndsfelen som funktion av mättiden för simuleringar vid 3 och 10 GHz. Kvoterna redovisas för tre olika förhållanden mellan vinkel- och frekvensosäkerheter. Vid simuleringarna har Rakbana använts. I figur 21 redovisas kovariansellipser för tre utvalda situationer. Dessa är markerade med bokstäverna A, B och C.

Vid en första anblick kan det tyckas konstigt att kvoten mellan medelavståndsfelen varierar så mycket under mätlöpan gång. Anledningen till dessa variationer är att

riktningsmätningarna och frekvensmätningarna på olika sätt bidrar till att sänka medelavståndsfelet.

I början av en mätning domineras medelavståndsfelet av osäkerhet i avståndet till emittern. Eftersom frekvensmätningarna bidrar mest till att minska denna osäkerhet erhålls en kvot mellan medelavståndsfelet nära 3,33, vilket innebär att den förbättrade frekvenskvaliteten som erhålls vid den högre frekvensen ger genomslag i form av ökad lägesnoggrannhet. I vänstra bilden i figur 21 presenteras osäkerheten i lägesestimaten i form av två kovariansellipser, en för varje emitterfrekvens. Det framgår där tydligt att avståndsuppfattningen är bättre vid 10 GHz, vilket i sin tur visar att kvaliteten hos frekvensmätningarna initialt har stor betydelse för avståndsuppfattningen. Det faktum att ellipserna tangerar varandra i y-led bör ses som att frekvenskvaliteten har liten betydelse för noggrannheten i denna riktning. Således är det riktningmätningarna som begränsar lägesosäkerheten i y-led.



Figur 21 Figuren visar kovariansellipser från de i figur 20 markerade situationerna. Till vänster återfinns situation A, i mitten situation B och till höger redovisas situation C. Notera att den dominerande osäkerheten ändrar orientering under simuleringsfallets gång. I början ligger den orienterad i avståndsled, medan den efter fullflugen bana väsentligen ligger orienterad i riktningensled. Dessutom kommer vissa relationer mellan osäkerheterna i frekvensmätningarna och riktningmätningarna leda till att hela noggrannheten ges av frekvensmätningarna då hela flygbanan genomflugits.

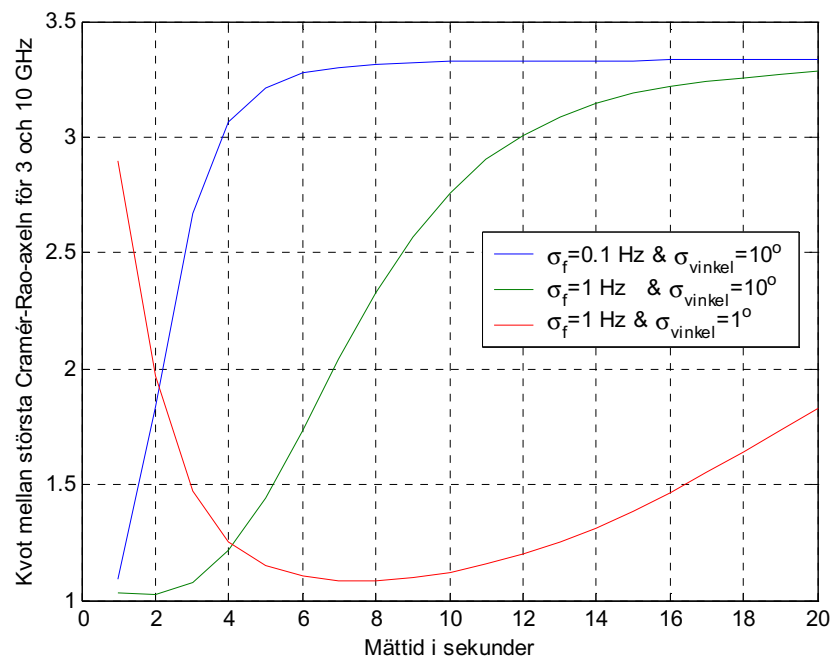
Då avståndsuppfattningen till emittern förbättras kommer så småningom medelavståndsfelet istället att domineras av osäkerheten i riktningen till emittern, vilket illustreras av den mittersta bilden i figur 21. Förbättringar i frekvensmätningens kvalitet bidrar i detta läge inte i så stor grad till att sänka medelavståndsfelet. Istället är det riktningmätningarna som har störst inverkan vid sänkningen av medelavståndsfelet. Kvoten mellan medelavståndsfelet är därför här nära 1. Den relativa frekvenskvalitetsförbättring som fås vid 10 GHz jämfört med 3 GHz minskar kovariansellipsen men i huvudsak minskas endast lillaxeln.

I slutet av mätlöpan ökar återigen frekvensmätningarnas inverkan på noggrannheten. Kvoten mellan medelavståndsfelet ökar åter och för två av fallen närmar den sig 3,33, vilket innebär att hela noggrannheten ges av frekvensmätningarna. Även för det tredje

fallet kommer kvoten troligen att gå mot 3,33 om mättiden förlängs. Den högra bilden i figur 21 är ett exempel där hela noggrannheten ges av frekvensmätningarna. Kovarians-ellipsen från simuleringen med 10 GHz emitterfrekvens omsluts där helt av kovarians-ellipsen från 3 GHz simuleringen. Dessutom är kvoten mellan respektive ellipsaxlar 3,33, vilket innebär att noggrannheten i båda dimensionerna ges helt av frekvensmätningarna.

Vid vilka tidpunkter övergångarna mellan de tre ovan beskrivna faserna sker styrs dels av relationen mellan standardavvikelse i frekvens och standardavvikelse i riktningsmätning och dels av vilken flygbana som används. Då exempelvis Frånböj 2G studeras erhålls en betydligt snabbare övergång till den sista fasen där hela lägesnoggrannheten ges av frekvensmätningarna förutsatt att samma förhållanden mellan osäkerheterna i frekvens- och riktningsmätningarna används.

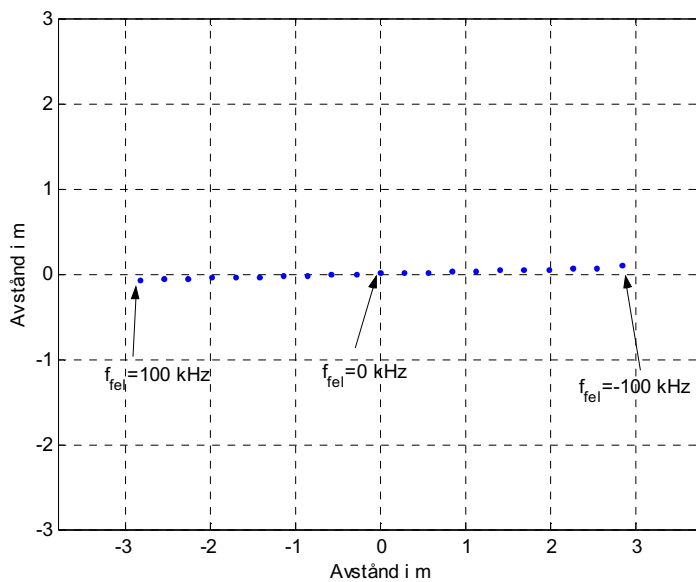
Ett alternativt sätt att studera fenomen som det ovan är att göra det via Cramér-Rao-gränsen. Det kan ge en uppfattning om metodens prestanda på det teoretiska planet. Undersökningen kan då delas upp i två fall eftersom Cramér-Rao-gränsen ger upphov till en ellips med två axlar. Det visar sig dock tillräckligt att endast studera kvoterna mellan de största axlarna. Anledningen till detta är att medelavståndsfelet domineras av den största osäkerheten, vilken sammanfaller med den största axeln hos Cramér-Rao-ellipsen. I figur 22 redovisas kvoten mellan de största axlarna vid frekvenserna 3 och 10 GHz beräknade vid ett antal olika relationer mellan vinkelosäkerhet och frekvensosäkerhet. Som synes liknar denna figur resultatet som erhållits vid de ovan beskrivna datorsimuleringarna. Samtliga kvoter går mot 3,33, precis som vid datorsimuleringarna. Hur detta förlopp ser ut styrs även här av relationen mellan de båda mätypernas osäkerheter.



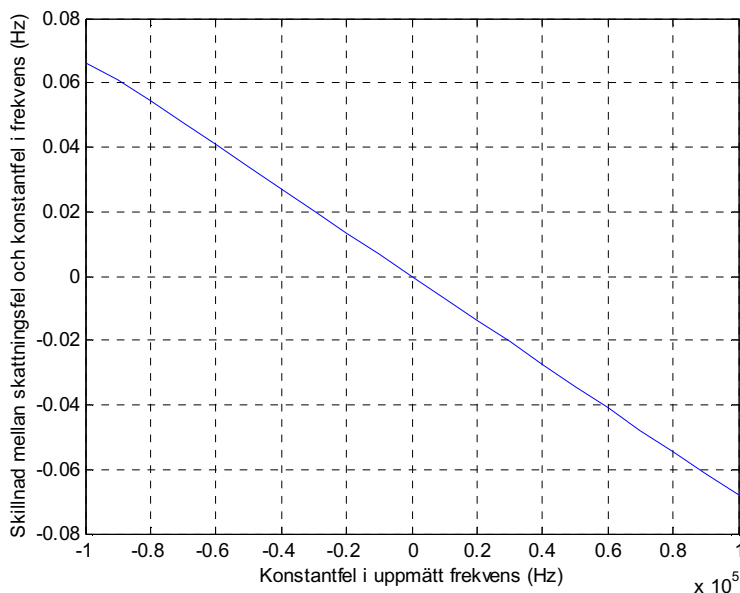
Figur 22 Figuren visar kvoten mellan Cramér-Rao-ellipsens största axel som funktion av mättiden för simuleringar vid 3 och 10 GHz. Kvoterna redovisas för tre olika förhållanden mellan vinkel- och frekvensosäkerheter. Vid beräkningarna har Rakkbana använts.

Fel i lägesestimaten på grund av ett konstant fel i frekvensmätningen

Eftersom diverse brister i inmätning av den ankommande signalens frekvens kan resultera i att mätningarna behäftas med ett relativt stort konstant mätfel har denna inverkan studerats. I figur 23 kan 100 lägesberäkningar vid konstanta frekvensfel inom ± 100 kHz studeras. Som synes resulterar dessa, ganska stora, konstanta frekvensfel i lägesfel som i praktiken saknar betydelse. En effekt är dock att emitterfrekvensen skattas fel. Skattningsfelet är i samma storleksordning som det konstanta mätfelet vilket åskådliggörs i figur 24.



Figur 23 Effekten av att samtliga frekvensmätningar under en lägesbestämning har ett konstant frekvensfel är minimal. Figuren ger ett exempel där felet har varierats i steg om 10 kHz i intervallet ± 100 kHz. Antennens rörelse relativt emitterpositionen motsvarar simuleringsfallet Frånböj 2G vid emitterfrekvensen 3 GHz.

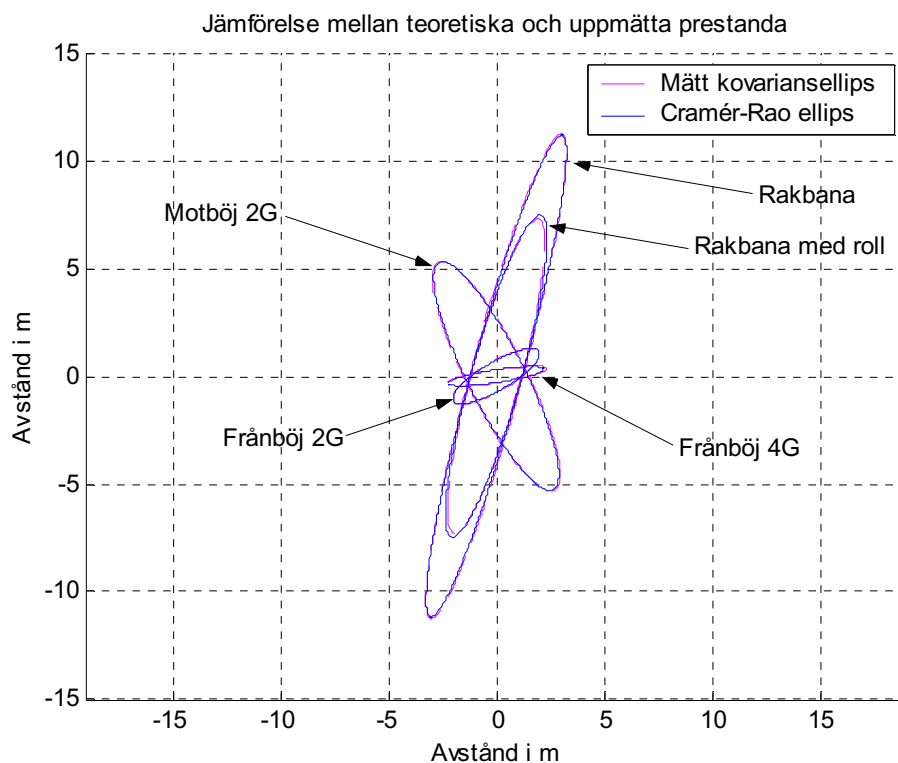


Figur 24 Skillnaden mellan skattningsfel och konstantfel som funktion av konstantfelet. Idealt skulle denna skillnad vara lika med noll, vilket innebär att hela konstantfelet skulle resultera enbart i ett skattningsfel av emitterfrekvens. Dock ger konstantfelet upphov till en kombination av lägesfel och skattningsfel i frekvens

Mätmetodens inverkan på lägesnoggrannheten

En metod att undersöka lägesbestämningens prestanda är att jämföra resultatet från Monte-Carlo-simuleringar med det teoretiskt bästa värde som kan erhållas vilket ges av Cramér-Rao-gränsen. Denna anger en undre gräns för kovariansen, det vill säga spridningen, hos en skattning. Såväl kovariansen som Cramér-Rao-gränsen kan åskådliggöras som en ellips i det tvådimensionella fallet. Kovariansellipsen ska då alltid ligga utanför eller på Cramér-Rao-ellipsen. Om likhet erhålls bör slutsatsen vara att lägesbestämningens algoritmen är den bästa möjliga.

I figur 25 exemplifieras förhållandet mellan Cramér-Rao-ellipsen och kovariansellipsen. Som synes överensstämmer dessa väl med varandra vilket ger slutsatsen att den använda lägesbestämningens metod är optimal. Detta resultat stämmer väl överens med de slutsatser som redovisas i Becker [4].



Figur 25 Jämförelse mellan kovariansellips och Cramér-Rao-ellips för 5 olika simuleringar. Den försumbara skillnaden visar att mätmetoden i de aktuella fallen är optimal.

Lägesnoggrannhet för olika emitterpositioner relativt flygbanan

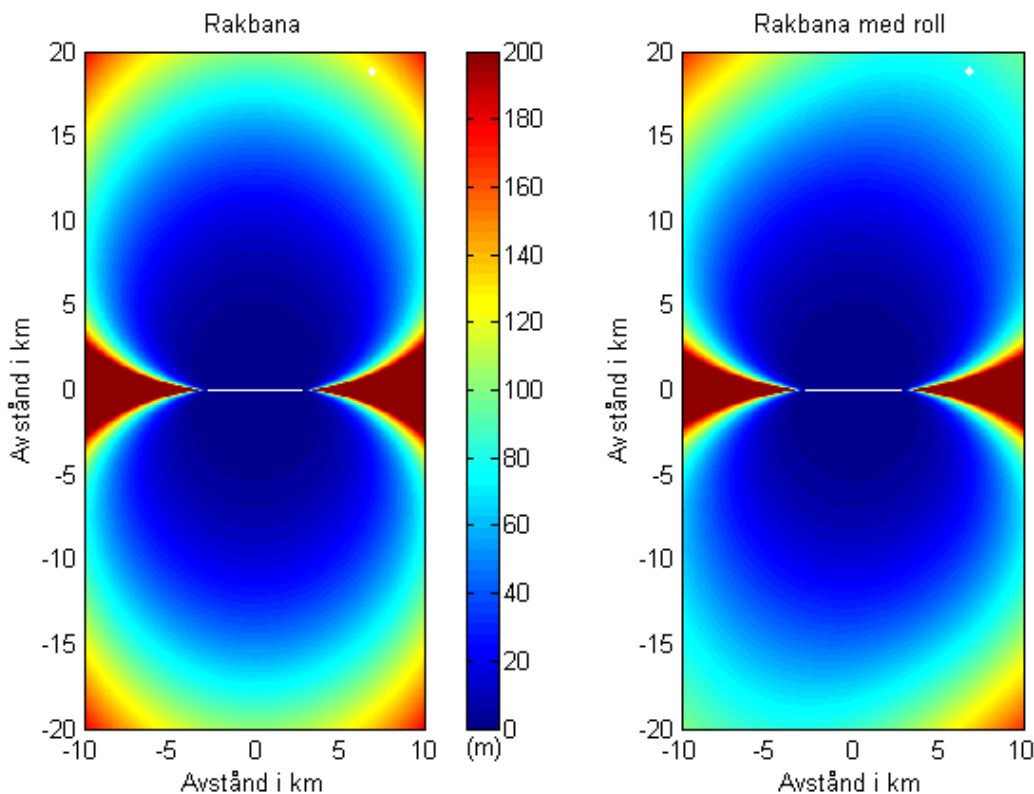
Hittills har möjligheten att lägesbestämma en emitter i en utvald position från en specifik flygbanas beskrivits. Eftersom den erhållna noggrannheten vid lägesbestämning är kraftigt knuten till flygbanans utseende och emitterns läge i förhållande till flygbanan finns en uppenbar risk att för långtgående slutsatser dras rörande flygbanornas gynnsamhet. Det är därför intressant att studera möjligheten till lägesbestämning över ett större område utifrån en vald flygbanas.

En möjlighet att åstadkomma detta är att använda sig av Cramér-Rao-gränsen som ett mått på lägesbestämningens prestanda vad avser noggrannhet. Den metod som används för att bedöma förutsättningarna för lägesbestämning över en yta beräknar Cramér-Rao-ellipsen i ett antal punkter på ytan, varefter den största ellipsaxeln i varje punkt tas fram. Den motsvarar en undre gräns för kovariansellipsens största axel. Eftersom läges-

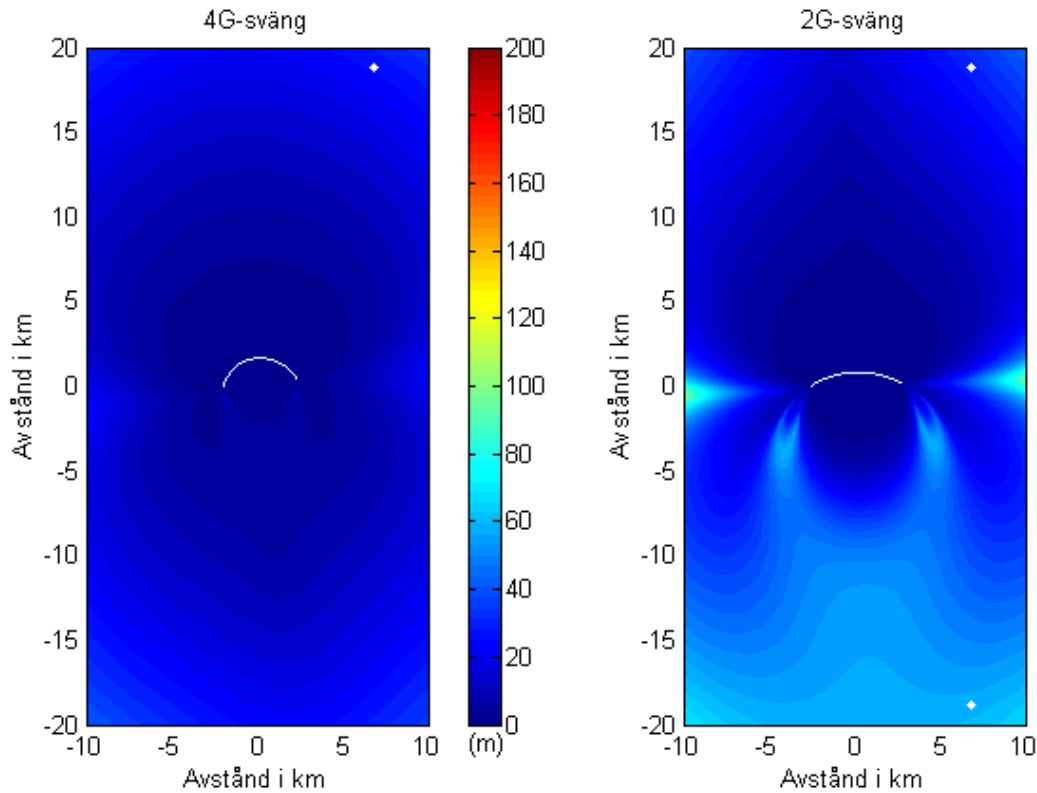
bestämningsalgoritmen når ner till Cramér-Rao-gränsen kan det hela ses som att den maximala standardavvikelsen i varje punkt redovisas. För mellanliggande punkter på ytan interpoleras resultatet fram. I figur 26 redovisas genomförda beräkningar för Rakbana och Rakbana med roll. Figur 27 visar erhållna resultat för 2G-sväng och 4G-sväng, vilket innefattar såväl Motböj som Frånböj. Den övre halvan av de båda delfigurerna motsvarar Frånböj 2G och Frånböj 4G medan den undre halvan representerar Motböj 2G och Motböj 4G.

Noterbart är att framtagna figurer visar lägesfelet som funktion av emitterpositionen. Eftersom felet i frekvens- respektive riktningmätningen har ansatts som konstant oavsett emitterposition ingår inte effekter av utbredningsdämpningens avståndsberoende.

Värt att notera är också att bangeometrierna inte är helt symmetriska kring y-axeln. Flygbanan har nämligen placerats så att den vid ett 20 sekunders flygscenario skulle blivit symmetrisk, men för att efterlikna simuleringarna i testbänken används endast 18,4 sekunder av flygbanan, vilket naturligtvis påverkar resultaten hos framförallt de krökta banorna.



Figur 26 Illustration av möjlig lägesnoggrannhet för Rakbana och Rakbana med roll. Som synes är möjligheten till noggrann lägesbestämning något bättre för Rakbana med roll. Framförallt gäller detta i första och tredje kvadranten, vilket är en effekt av det ökade dopplerbidrag som rollen ger. De emitterlägen som använts vid testbänksimuleringarna har i figuren markerats med en vit punkt. Samtliga beräkningar är genomförda med emitterfrekvensen 10 GHz. Standardavvikelsen i frekvens är 10 Hz och i riktning 10 grader.



Figur 27 Illustration av möjlig lägesnoggrannhet för 4G- och 2G-svängar. Som synes är förutsättningarna för lägesbestämning ännu mer gynnsamma för de raka flygbanorna. Värt att notera är att 4G-svängen inte har samma svårighet att beräkna lägen i x-axelns förlängning som 2G-svängen har. Det beror på att 4G-svängen är kraftigare vilket medför att emitterar placerade på x-axeln ger upphov till mer dopplervariation än de gör vi en 2G-sväng. De emitterlägen som använts vid testbänkssimuleringarna har i figuren markerats med en vit punkt. Det är dock värt att notera att den punkt som motsvarar fallet Motböj 2G i testbänkssimuleringarna ligger till vänster om flygbanan vid testbänkssimuleringen. Den inbördes relationen mellan emitter och flygbana är dock den samma, vilket gör att principen stämmer. Samtliga beräkningar är genomförda med emitterfrekvensen 10 GHz. Standardavvikelsen i frekvens är 10 Hz och i riktning 10 grader.

4. Frekvensmätning för lägesbestämning

Detta kapitel beskriver olika aspekter av den frekvensmätning som är en nödvändig ingrediens vid lägesbestämning med DDOA.

4.1 Allmänt om genomförda frekvensmätningar

Som beskrivits i föregående kapitel har frekvensmätningar ingått som en del när testbänken har använts för att simulera lägesbestämning med DDOA och riktningsbestämning. Vid dessa simuleringar har en av de vågformsgeneratorer som ingår i testbänken används som insignalkälla. Så här långt har endast simuleringar med CW-signal genomförts. Eftersom frekvensen varierar under simuleringarna för att efterlikna aktuell dopplerrörelse är dessa frekvensmätningar inte enkla att använda för att analysera frekvensmätfunktionen.

Fristående mätningar med olika signalgeneratorer och med huvudsakligt syfte att utveckla frekvensmätfunktionen samt att öka förståelsen av hur olika parametrar inverkar på noggrannheten har därför genomförts. Mätningar är gjorda med såväl CW-signal som koherenta pulståg.

4.2 Noggrannhetsmått och statistiskt underlag

Erhållna fel vid upprepad frekvensestimering av en förväntat stabil signal kan beskrivas i form av medelfel och ett spridningsmått, t ex standardavvikelse som är besläktat rms-fel. Vid de mätningar som är genomförda för att undersöka frekvensmättegenskaper har ambitionen genomgående varit att skapa ett tillräckligt statistiskt underlag för att nå resultat som på ett rättvisande sätt beskriver osäkerheten i frekvensmätningen vid den aktuella förutsättningen. Av detta skäl är presenterade resultat baserade på minst 1000 frekvensmätningar.

Den kravbild som lägesbestämning baserad på DDOA ställer på frekvensmätningen innebär att medelfelet är av underordnad betydelse varför vi – vid de mätningar som beskrivs i detta kapitel – normalt endast presenterar frekvensosäkerheten i form av standardavvikelse. Utöver standardavvikelse som ett mått på spridningen i frekvensestimeringen är även den aktuella fördelningen av intresse. I många fall är den gausslik vilket exempelvis illustreras av det vänstra diagrammet i figur 41.

4.3 Behov av frekvensmätning vid DDOA

I kapitlet *DDOA kombinerad med riktningsmätning* har frekvensmätningen lyfts fram som en av några faktorer med inverkan på möjlig noggrannhet vid lägesbestämning. Frekvensmätningar med mycket liten standardavvikelse är en förutsättning för att erhålla prestanda som kan klassas som precisionslägesbestämning. I korthet gäller att mindre spridning i frekvensmätningen resulterar i bättre lägesestimat. Vid en viss nivå kommer dock andra faktorer – som till exempelvis onoggrannhet i flygplanets navigeringssystem – att vara begränsande varför kravet på frekvensmätningen bör sättas in i ett perspektiv som beaktar helheten.

För frekvensmätningen gäller vid DDOA allmänt att det är den *relativa* noggrannheten som har betydelse för den resulterande lägesnoggrannheten. Anledningen är att det högre frekvensmätfel som följer av en högre emitterfrekvens när det relativa felet är konstant kompenseras av att även dopplervariationen under ett lägesbestämningsförlopp är proportionell mot emitterfrekvensen.

Det är även viktigt att konstatera att måttliga offsetfel i frekvensmätningen som är permanenta under hela lägesbestämningen endast marginellt inverkar på lägesnoggrannheten, se figur 23. Detta gäller under förutsättning att alla frekvensmätningar sker med enbart ett sis-system. Om DDOA-inmätning sker via samverkan mellan flera plattformar måste offsetfelen hos de berörda sis-systemen beaktas.

Förutom frekvensmätningens noggrannhet inverkar även den uppdateringstakt med vilken frekvensmätningar kan genomföras. Denna aspekt belyses ytterligare i detta kapitel när beräkningsbehovet för den använda metoden för frekvensmätning beskrivs. Notera att uppdateringstakten inte alltid är bestämd av begränsningar i sis-systemet. Takten kan också reduceras på grund av att den belysande emittern är avsökande eller att den utnyttjar intermittent sändning. Ett annat skäl kan vara att signalen försvinner under delar av flygbanan på grund av terrängmask.

4.4 Vad påverkar frekvensmätningens noggrannhet?

Ett antal faktorer inverkar på möjligheterna att med en radarsis-utrustning estimerar en emitters bärvågsfrekvens:

- signalens modulation
- dopplermodulering orsakad av relativ rörelse mellan emitter och sis-antenn
- stabilitet i sändarens och mottagarens analoga delar
- signal/brus-förhållandet och brusets karaktär
- mättiden och samplingsfrekvensen
- digitaliseringens bitantal
- den digitala mätmetoden
- andra signaler

I det följande kommenteras de aktuella parametrarna utifrån ovanstående uppdelning. I flera fall stöds resonemanget av illustrationer med resultat från genomförda frekvensmätningar.

I avsnitt 4.5 återfinns avslutningsvis en sammanfattning av hur de olika parametrarna påverkar osäkerheten i frekvensmätningen.

Signalens modulation

Den modulation, t ex pulsmodulation, som avsiktligt har lagts på den utsända signalen inverkar i hög grad på möjligheterna att med en radarsis-mottagare eller radarvarnare mäta bärvågsfrekvensen med stor noggrannhet.

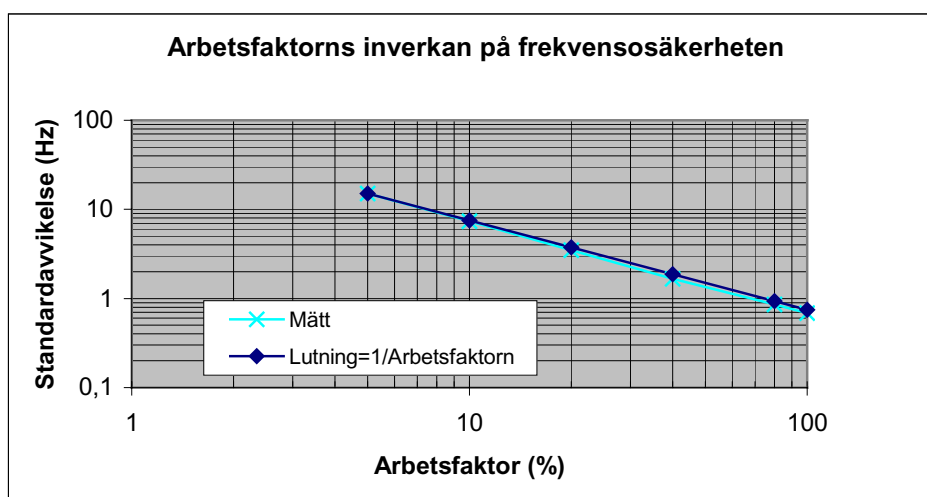
Med ambitionen att efterhand öka svårigheten har mätningar initialt genomförts med CW-signaler, dels vid ”flygsimuleringar” i testbänken, då en pålagd frekvensmodulation har motsvarat den dopplerförskjutning som orsakas av aktuell relativ rörelse, dels vid fristående tester av frekvensmätningen när insignaler utan avsiktlig modulation har använts.

De senare mätningarna har därefter utökats till att omfatta även pulsmodulerade koherenta insignaler med varierande arbetsfaktor, vilka beskrivs nedan. Avsikten är att framledes komplettera de simuleringar av DDOA-lägesbestämning som är gjorda i testbänken med körningar som använder pulsad signal. På sikt är ambitionen även att studera vilka förutsättningar som finns att med noggrannhet estimerar bärvågsfrekvensen när radarn – för att t ex öka avståndsupplösningen – använder linjärt frekvens-

modulerade pulser. Modulationstypen brukar ofta förkortas LIFMOP, *LInear FM On Pulse*. Självklart finns därutöver ett intresse för andra modulationsformer som exempelvis faskodning.

Äldre typer av radarstationer som inte mäter hastigheten hos målen med hjälp av doppler har normalt inte koherent pulsgivning. De lämpar sig därmed inte heller för att lägesbestämmas med DDOA-metoder som utnyttjar bärvågens dopplervariationer. Enligt flera källor kan dock en stabil pulsrepetitionsfrekvens hos radarn användas på motsvarande sätt. Dopplerförskjutningen av pulsrepetitionsfrekvensen är endast bråkdelar av Hz och eftersom det – i signalspaningsmottagaren – då handlar om att studera variationerna i pulsavstånden brukar metoden ibland benämnas *tidsdoppler*. Inom VMS Flyg har denna metod inte studerats närmare.

Resultaten av frekvensmätningarna som är gjorda med koherent pulsad insignal visar att standardavvikelsen är omvänt proportionell mot arbetsfaktorn. Sambandet exemplifieras med figur 28 som använder en delmängd av mätpunkterna i figur 38. En halvering av arbetsfaktorn dubblar således frekvensosäkerhetens standardavvikelse. Som framgår av figur 38 gäller detta inte för de högsta SNR-värdena då andra faktorer inverkar.

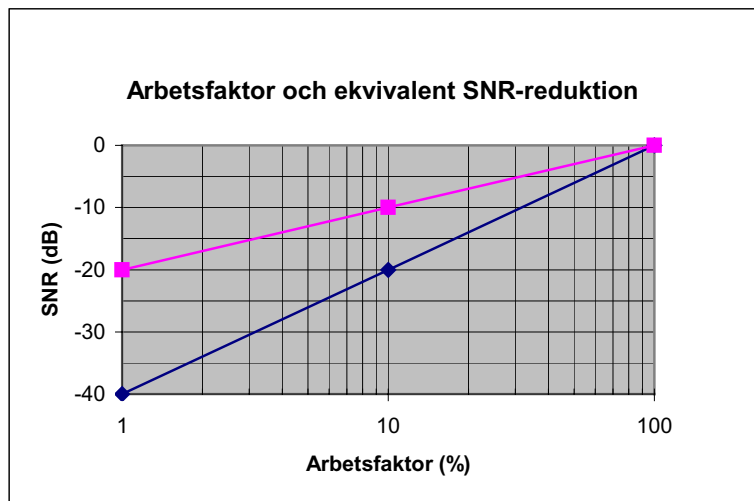


Figur 28 Frekvensosäkerhetens standardavvikelse har visat sig vara omvänt proportionell mot insignalens arbetsfaktor, vilket visas i figuren. En halvering av arbetsfaktorn dubblar därför standardavvikelsen. Mätningarna är gjorda med signalgeneratoren Rohde & Schwarz SMGU vid 10 MHz och SNR=15 dB. Jämför figur 38.

Vid mätningarna har den interna pulsmodulatorens i signalgeneratoren SMGU styrts från en extern funktionsgenerator. Arbetsfaktorn har ökat via dubbleringar i sekvensen 5%, 10%, 20%, 40% och 80%. Även jämförande mätningar med 100% arbetsfaktor (CW) har genomförts. Samtliga mätningar med pulsad insignal är gjorda med pulsrepetitionsfrekvensen 100 kHz, d v s pulsavståndet 10 μ s. Pulslängden vid 10% arbetsfaktor har således varit 1 μ s. Eventuellt kommer pulsmätningarna att senare kompletteras med ytterligare någon pulsrepetitionsfrekvens. Tillsviare är dock bedömning att frekvensmätningens noggrannhet är oberoende av PRF inom ett relativt stort intervall.

Det kan vara intressant att jämföra inverkan av insignalens arbetsfaktor med inverkan av signal/brus-förhållandet. Det senare sambandet analyseras längre fram i detta kapitel med slutsatsen att frekvensmätningens standardavvikelse – inom ett stort område – är omvänt proportionellt mot roten ur signal/brus-förhållandet. Nettoeffekten är således att

en reduktion av arbetsfaktorn till en tiondel (-10 dB) ger samma frekvensmätgenskaper som en reduktion av SNR med 20 dB, vilket illustreras av den blå linjen i figur 29.



Figur 29 Signal/brus-förhållandets respektive arbetsfaktorns inverkan på frekvensosäkerhetens standardavvikelse kan omräknas för att visa vilken reduktion i signal/brus-förhållandet som en viss arbetsfaktor motsvarar. I figuren visar den blå (undre) linjen nuläget och den röda (övre) vad som eventuellt kommer att kunna uppnås efter modifieringar av mätalgoritmen.

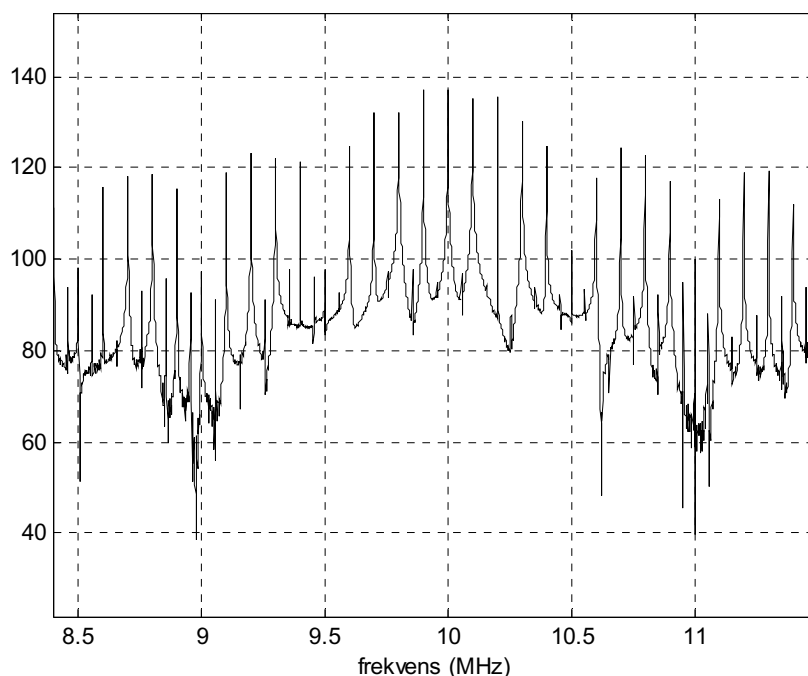
Om en radar ska bibehålla prestanda, till exempel räckvidd, måste normalt uteffekten ökas om arbetsfaktorn hos radarn minskas genom en förändrad relationen mellan pulslängd och pulsavstånd. Avgörande för radarns mätnoggrannhet är hur mycket av den i målet reflekterade energin som kan integreras i mottagarens signalbehandling. Reduceras pulslängden till hälften av den ursprungliga bör uteffekten hos radarn därför dubblas, d v s ökas 3 dB. Om så sker och radarn använder ett signalanpassat filter återställs relationen mellan signal- och brusenergi.

Egenskaperna hos den här beskrivna frekvensmätningen är dock i nuläget sådana att radarn – genom att reducera arbetsfaktorn och kompensera med ökad uteffekt – försämrar noggrannheten i frekvensmätningen. Anledningen till detta bedöms vara att sis-mottagarens frekvensmätning inte är signalanpassad vid pulsad signal. Med ovanstående exempel är försämringen dels försäkrad av att antalet mätsampel minskas till hälften, dels att även kvoten mellan signalenergi och brusenergi halveras.

Den förändring av frekvensmätningen som är önskvärd är att de sampel som tas när puls inte finns närvarande inte tillåts påverka mätresultatet. Om detta kan realiseras förändrar inte en minskning av arbetsfaktorn kvoten mellan signalenergi och brusenergi. Den ökning av uteffekten som radarn gör för att kompensera den minskande arbetsfaktorn kompenserar därför i sis-mottagarens frekvensmätning för halveringen av sampelantalet – med ett oförändrat ”duelläge” som resultat. I praktiken innebär detta att frekvensmätningens standardavvikelse är omvänt proportionellt mot roten ur arbetsfaktorn. Diskussionen om hur frekvensmätningen skulle kunna modifieras för att välja bort signalfria sampel är inledd men åtskilligt arbete bedöms återstå innan detta är löst.

En viktig skillnad vid pulsad relativt kontinuerlig insignal är att signalens effektspektrum har många spektralkomponenter, se figur 30. Avståndet mellan spektralkomponenterna överensstämmer med aktuell PRF medan deras inbördes nivå är bestämd av en kvadrerad så kallad sinc-function som centrerats runt bärvågsfrekvensen. Denna resulterar i minimum på ett avstånd från bärvågsfrekvensen som ges av inversen av pulslängden. Eftersom PRF motsvarar 1/pulsavståndet inses att antalet spektralkomponenter – på varje

sida om bärvågsfrekvensen – i sinc-funktionens huvudlob är i storleksordningen $1/\text{arbetsfaktorn}$.



Figur 30 Effektspektrum med pulsad signal. Puls­längden är $2 \mu\text{s}$ och pulsrepetitionsfrekvensen 100 kHz . Eftersom pulsavståndet således är $10 \mu\text{s}$ är arbetsfaktorn i det aktuella fallet 20%.

Vid frekvensmätning av en pulsad signal finns en risk för att frekvensbestämning av fel spektralkomponent sker. Risken för att detta misstag görs ökar när arbetsfaktorn minskar eftersom fler spektralkomponenter ryms inom sinc-funktionens huvudlob. Amplitudskillnaden mellan komponenterna runt bärvågsfrekvensen kan då bli så liten att inverkan av brus och hur väl respektive spektralkomponent sammanfaller med ett frekvensfack i mätningens FFT kan bli avgörande för vilken komponent som uppfattas som den starkaste. Om ett felaktigt val görs blir det resulterande frekvensmätfelet i samma storleksordning som en multipel av aktuell PRF.

När upprepade frekvensmätningar utförs kan valet av spektralkomponent variera på grund av brus vilket innebär att frekvensmätningens standardavvikelse når mycket stora värden. Problematiken att mäta frekvensen vid den här typen signaler separeras därför med fördel i en beslutsdel som rör grovmätningen, respektive en finmätningssdel. Detta angreppssätt rekommenderas till exempel av Dahlin [1]. De frekvensmät­prestanda med pulsad insignal som presenteras i den här rapporten avser bara den senare delen. Detta har åstadkommit genom att mätmetoden i förväg har försetts med en grovinvisning.

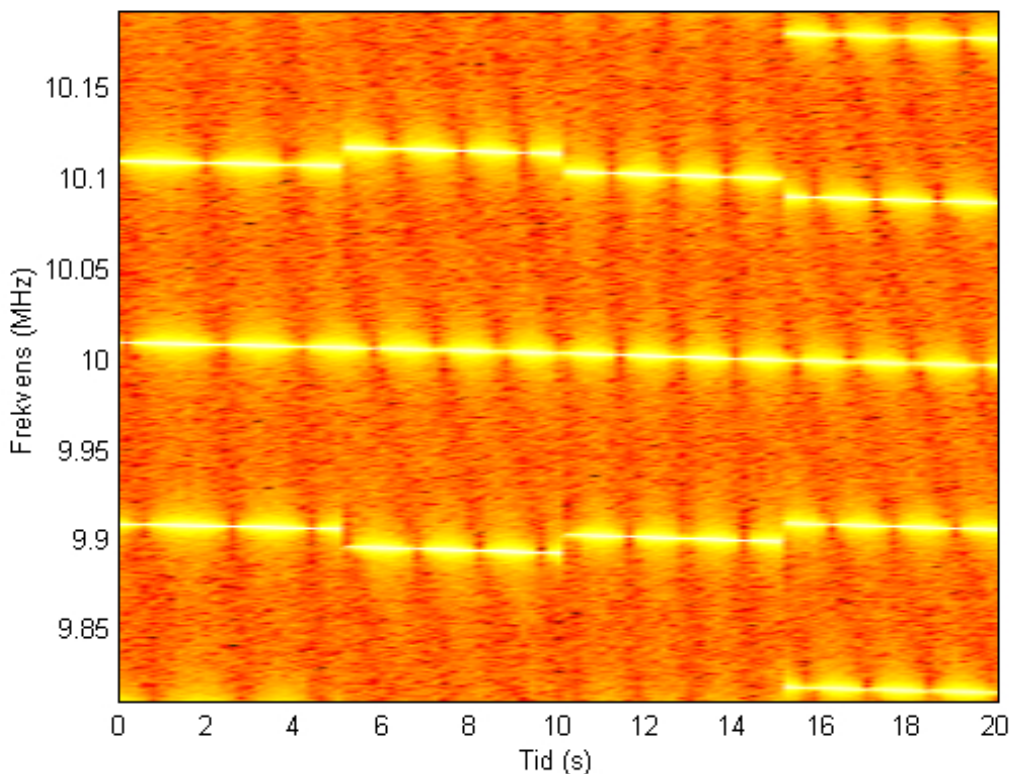
Vid lägesbestämning med DDOA är det inte alltid nödvändigt att välja rätt frekvenskomponent för att nå ett litet lägesfel. Samtliga spektralkomponenter pålagras dopplervariationer på grund av den relativa rörelsen och det är i princip oväsentligt vilken av komponenterna som studeras. I praktiken måste dock åtminstone följande saker beaktas.

1. Det är viktigt att DDOA-beräkningen använder en och samma spektralkomponent under hela lägesbestämningstiden.
2. Om radarns PRF är instabil – till exempel på grund av oavsiktligt jitter – är frekvensosäkerhetens standardavvikelse lägst om bärvågskomponenten har valts. Noggrannheten försämras när spektralkomponenter allt längre från bärvågen används.

3. Om radarn byter PRF är bara bärvågsfrekvensen användbar.

Svårigheten att hålla sig till samma spektralkomponent under hela den tid lägesbestämningen pågår är dels beroende av i vilken grad radarns hastighetsmätning är mångtydig, dels frekvensmätningarnas uppdateringstakt. Om radarns hastighetsmätning är entydig är aktuell PRF så hög att spektralkomponenterna är väl separerade och radarsis-systemet riskerar inte att tolka det ”frekvenshopp” som uppstår vid en oönskad växling av PRF-komponent som en dopplervändring.

Även med lägre PRF hos radarn kan entydig lägesbestämning baserad på DDOA i många fall genomföras. Besvärligast att hantera är så kallade LPD-signaler där radarns hastighetsmätning är påtagligt mångtydig. Orsaken till att DDOA i detta fall riskerar att vara mångtydigt är naturligtvis att även DDOA-metoden bygger på hastighetsmätningar. Med en hög uppdateringstakt i frekvensmätningen bör det finnas möjligheter att lösa mångtydigheten. Eftersom uppdateringstakten inte alltid kan kontrolleras av radarsis-systemet, den kan vara reducerad på grund av antennavsökning hos radarn eller liknande, återstår i vissa fall att förlita sig på andra metoder för att få en grov lägesinvisning.



Figur 31 Exempel på hur ett effektspektrum som nertransponerats till 10 MHz kan variera med tiden för pulsad signal och simuleringsfallet Frånböj 2G vid 10 GHz. I figuren indikeras höga effekt-nivåer med ljusa färger. När emittorn byter PRF hoppar alla kraftiga spektralkomponenter (PRF-komponenter) utom bärvågsfrekvensen. För att kunna lägesbestämma med DDOA över en tid som inkluderar PRF-växling måste spektralkomponenten som tillhör bärvågen väljas. I exemplet skiftas PRF var femte sekund. Sekvensen är 100, 110, 100 och 90 kHz.

När radarn PRF-växlar under pågående DDOA-mätning – enligt punkten 3 ovan – förflyttas den spektralkomponent som lägesbestämningen följer om det inte är bärvågsfrekvensen. Är PRF-förändringen så stor att diskontinuiteten i frekvensföljning inte kan förväxlas med dopplervariation kan dock troligen radarsis-systemets lägesbestämnings-

funktion revidera sin syn på vilken spektralkomponent som överensstämmer med bärvågsfrekvensen. För att lägesbestämningsalgoritmerna på detta sätt ska kunna hantera en radar som PRF-växlar bör varje frekvensmätning inkludera en PRF-mätning.

Dopplermodulering orsakad av relativ rörelse mellan emitter och sis-antenn

Om avsikten vid en noggrann frekvensmätning med ett sis-system är att erhålla ett "fingeravtryck" av en specifik radarindivid tillför den dopplerförskjutning som uppkommer på grund av relativ rörelse mellan emitter och sis-system ett oönskat fel.

Vid lägesbestämningsmetoder där DDOA ingår utnyttjas istället denna dopplervariation för att estimeras ett emitterläge. Den här parametern behöver därför i huvudsak inte beaktas när faktorer som begränsar frekvensmätningens noggrannhet studeras. Värt att notera kan dock vara att den dopplerförändring som sker under frekvensmättiden (cirka 1 ms) inte är försumbar vid kraftiga accelerationer. Frekvensmätningen kan härvid förväntas att ha en medelvärdesbildande effekt.

En intressant aspekt av DDOA är att det resulterande lägesestimatet svarar mot en bestämd emitterfrekvens. När sis-systemet är rörligt ökar därför DDOA möjligheterna att individbestämma belysaren. De offsetfel i frekvensmätningen som tidigare har konstaterats ha en försumbar inverkan på lägesfelet kommer dock direkt resultera i motsvarande fel vid estimering av emitterns bärfrekvens. Om offsetfelet är konstant under lång tid är det dock endast ett bekymmer när flera sis-system – med olika offsetfel – ska komma överens om en gemensam entydig individbestämning. Problemet kan eventuellt lösas med kalibrering.

Stabilitet i sändarens och mottagarens analoga delar

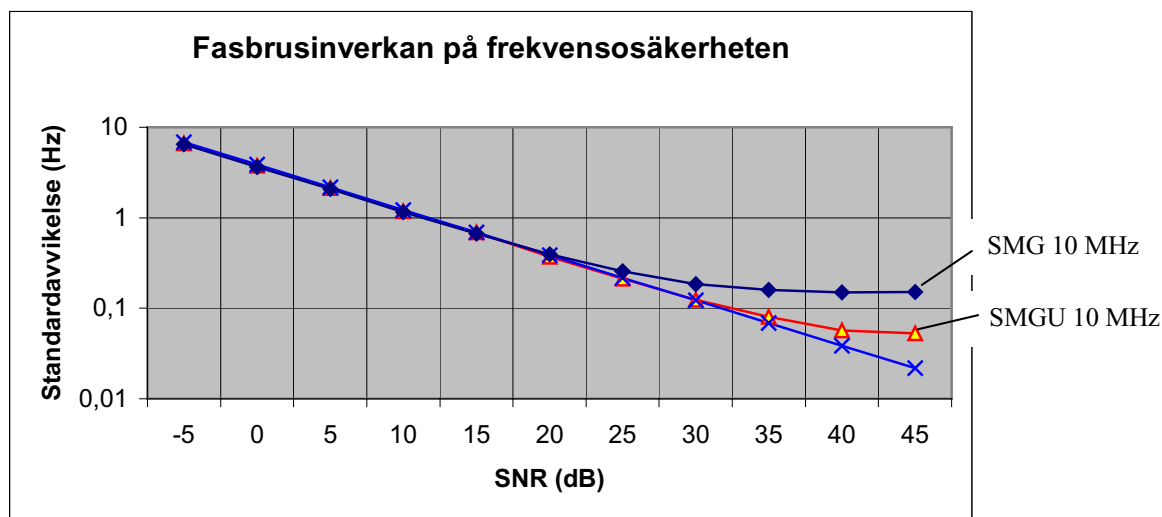
En förutsättning för att kunna använda DDOA-metoder som utnyttjar bärvågens dopplervariationer är att den aktuella emittern har en "tillräcklig" stabilitet över den tid som lägesbestämningen pågår. En svårighet ligger i att radarsystem redan idag ofta har moder som utnyttjar avsiktliga frekvenshopp. Vanligtvis sker dock dessa frekvenshopp mellan ett relativt litet antal alternativa frekvenser vilket innebär att tiden mellan två perioder då samma frekvens upprepas är kort. Avståndet mellan dessa frekvenser är dessutom normalt så stort att förväxling med dopplervariation ej kan ske.

I mer komplexa (och kostsamma) radarsystem är det naturligtvis möjligt att ha tillgång till större flexibilitet vad gäller bärvågsvariation. När så är fallet kan lägesbestämning baserad på DDOA bara genomföras om en eller flera plattformar som är separerade i avstånd jämför inmätta frekvenser som emanerar från en och samma sändningstid. Eftersom denna samverkan – nära nog momentant – har förutsättningar att ge såväl en geometrisk mätbas som en mätbas vad avser doppler är den avsevärt snabbare än lägesbestämning utförd av ett ensamt flygplan. Samverkande DDOA inbjuder dessutom till att mäta upp skillnaden i gångtid för att därmed även nyttja TDOA-lägesbestämning.

Bedömningen är därför att alternativet med flera samverkande plattformar kommer vara intressant i framtida sis-system och radarvarnare. Detta är även linje med tankarna på ett nätverksbaserat försvar.

Bristande frekvensstabilitet i mottagarens transponeringsteg inverkar på samma sätt som motsvarande instabilitet hos emittern. Frekvensinstabiliteten hos en generator eller oscillator kan uttryckas som fasbrus men för högstabila enheter är Allan-varians mer vanligt och användbart. Allan-variansen kan dock beräknas ur en fasbrusbeskrivning, se Rutman & Walls [5] och Cutler & Searle [6].

Mätningar har genomförts för att undersöka betydelsen av att utnyttja högkvalitativa oscillatorer i ett system som är avsett att utnyttja DDOA. En jämförelse mellan Rohde & Schwarz signalgeneratorer SMG och SMGU vid 10 MHz visar att deras olika fasbrusegenskaper – för höga SNR – ger en påtaglig skillnad vad avser frekvensosäkerhet. Vid låga SNR dominerar dock inverkan av det bredbandiga bruset och generatorerna ger samma resultat, se figur 32.



Figur 32 Skillnaden vad gäller fasbrusegenskaper mellan generatorer av olika kvalitet är tydlig redan vid 10 MHz. Vid låga och måttliga SNR är dock skillnaden av liten betydelse. Den raka linjen indikerar lutningen $1/\sqrt{SNR}$.

Ett normalt uppträdande hos generatorer är att fasbruset ökar med ökande frekvens. I ett verkligt system är det naturligtvis nödvändigt att en eller flera signalkällor arbetar på mikro vågsområdet. Den beskrivna mätningen vid 10 MHz är därför kompletterad av en mätning med samma generatorer där frekvensens betydelse har studerats.

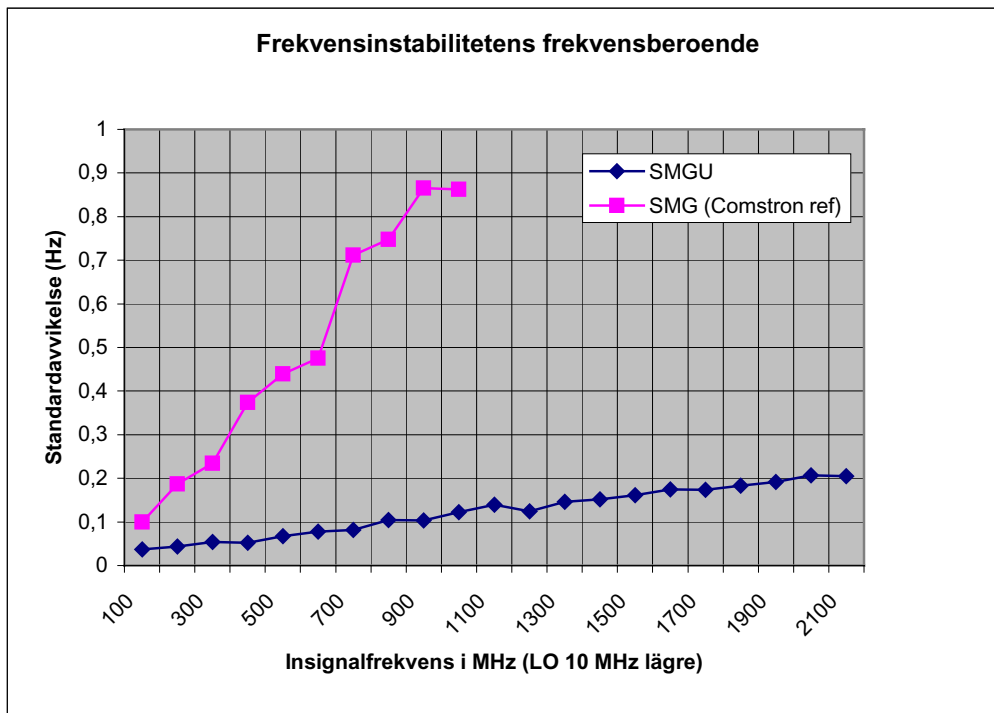
Av figur 33 framgår att den skillnad i standardavvikelse som redan finns vid låga frekvenser ökar markant när frekvensen ökas. Vid 1 GHz är den resulterande standardavvikelsen för SMG i storleksordningen 8 gånger högre än för den exklusivare SMGU. För båda generatorerna är ökningen förhållandevis linjär med frekvensen. Om egenskaperna extrapoleras till 10 GHz erhålls cirka 1 Hz standardavvikelse för SMGU och cirka 10 Hz för SMG. Dessa värden kan inte verifieras med mätningar eftersom högsta frekvensen hos respektive generator är 1 respektive 2,16 GHz.

Vid de mätningar som presenteras i figur 33 har en nedtransponering arrangerats för att konvertera ner signalen till en frekvens som det använda digitaliseringskortet kan hantera, i detta fall 10 MHz. Som lokaloscillator i denna nedtransponering har ytterligare en SMGU används. Frekvensosäkerheterna som presenteras i figuren inkluderar därför fasbrus från två generatorer.

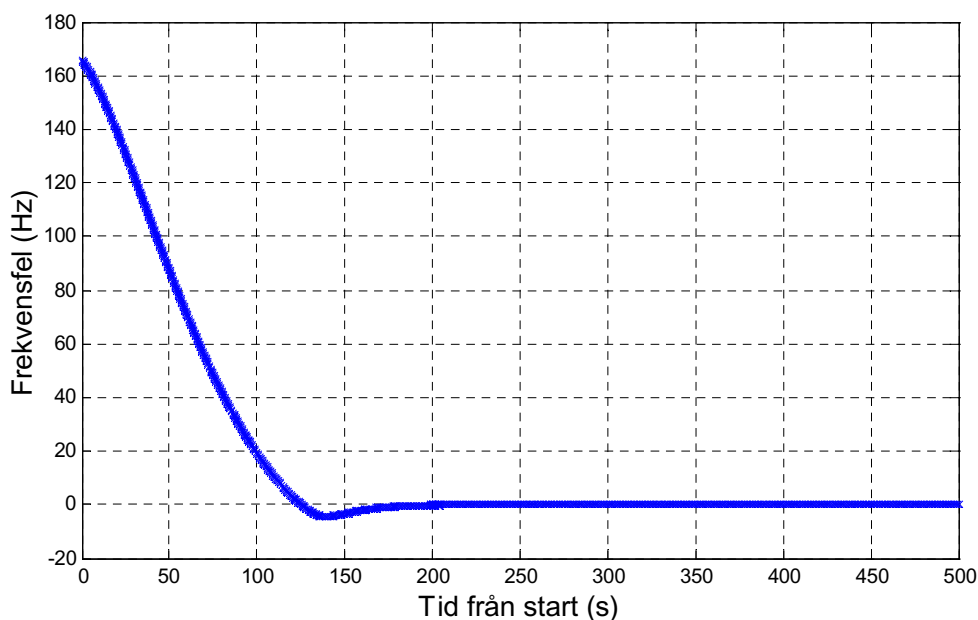
I ovanstående mätningar har generator SMG försetts med en extern referenssignal för att undvika inverkan av drift. Till skillnad mot SMGU saknar SMG en temperaturreglad ugn för sin interna referens.

Av figur 34 och 35 framgår att uppvärmningstiden för den ugnsuppvärmda referensoscillatorn i SMGU är i storleksordningen 3-4 minuter.

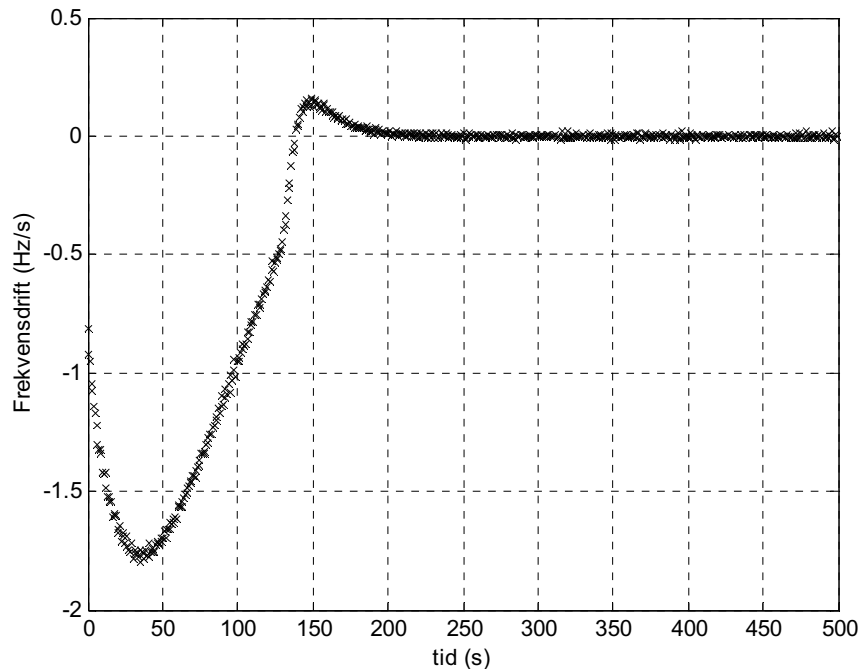
Även i ett operativt system är troligen en ugnsplacerad referensoscillator nödvändig. Eventuellt kan istället en stabil referenssignal hämtas från något av de andra systemen på flygplanet. Detta kan vara fördelaktigt även av nedanstående anledning.



Figur 33 En signalgenerators frekvensinstabilitet ökar med ökande frekvens varför de högsta relativa kraven i ett radarsis-system ställs på den eller de mikrovågsoscillatorer som ingår i mottagarens frekvenstransponering. Av diagrammet framgår att skillnaden mellan en dyr generator – SMGU – och en billigare – SMG – kan vara påtaglig vid höga frekvenser. För att undvika inverkan av drift är mätningen genomförd med extern referenssignal till SMG.



Figur 34 Kurvan visar hur den interna referensoscillatorn i Rohde & Schwarz SMGU driver in till rätt frekvens (10 MHz) efter en "kallstart". Oscillatorns arbetstemperatur är ugnskontrollerad. Efter cirka 3 minuter tycks arbetstemperaturen vara uppnådd. Jämför figur 35 som utifrån samma mätdata i stället visar driften.



Figur 35 Samma mätdata som i figur 34 men här presenterade i form av drift.

Betydelsefullt vid noggrann frekvensmätning för lägesbestämning med DDOA är att en oscillators frekvens påverkas av accelerationer. Ett varierande frekvensfel kan därför uppstå i mottagarens transponering på grund av vibrationer eller när flygplanet manövrerar, lokaloscillatorerna utsätts då för varierande g-påkänning.

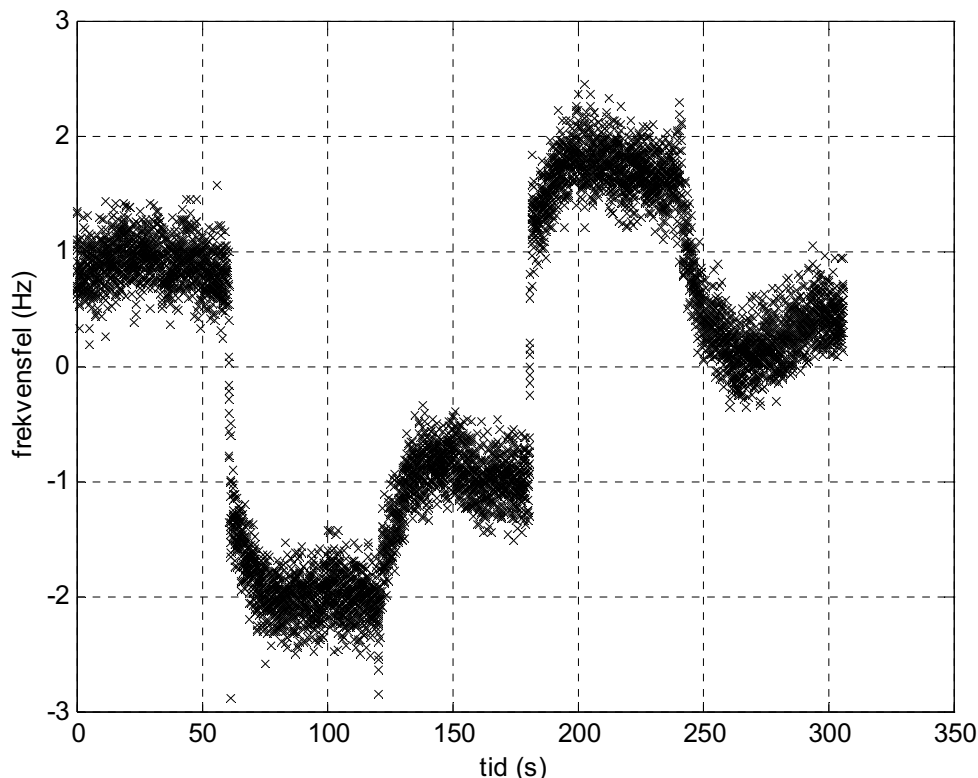
Accelerationskänsligheten är en vektorstorhet som tillsammans med aktuell accelerationsvektor ger storleken på den resulterande relativa frekvensändringen. Enligt extern information är absolutbeloppet typiskt i intervallet $10^{-9}/g$ till $10^{-10}/g$, vilket medför att en 10 GHz oscillator kan förändra sin frekvens så mycket som 50 Hz när accelerationspåkänningen är 5G.

På ett flygplan uppstår en typ av accelerationer på grund av mekaniska vibrationer. En periodisk vibrationspåverkan på en oscillator ger upphov till periodiska frekvensförändringar med aktuell vibrationsfrekvens. Frekvensförändringens storlek är som tidigare beskrivits beroende av oscillators accelerationskänslighet och accelerationspåkänningen. När frekvensstabiliteten hos denna oscillator presenteras med diagram som visar aktuellt fasbrus ger vibrationen sig till känna som spektrallinjer på respektive sida om bärvågsfrekvensen. Avståndet från bärvågsfrekvensen motsvarar vibrationsfrekvensen.

När vibrationerna är mer stokastiska sker en allmän höjning av fasbrusnivån inom de frekvensområden där vibrationerna förekommer. De dominerande vibrationsfrekvenserna på ett flygplan är enligt en extern källa mellan 5 och 2000 Hz, vilket innebär att den integrerande effekten under en enskild frekvensmätning på cirka 1 ms i huvudsak är liten.

Felbidraget från en mottagare på grund av accelerationskänslighet kan till viss del minimeras genom lämpligt val oscillatortyper respektive placering och/eller genom att införa frekvenskorrektion baserad på uppmätta accelerationer.

Figur 36 visar exempel på hur den uppmätta frekvensen skiftar när en generator av typen SMGU vänds i 90°-steg. Aktuell generatorfrekvens är 2 GHz. Den resulterande frekvensförändringen mellan normalpositionen respektive när underdelen är vänd uppåt är cirka 2 Hz. Den relativa frekvensändringen är således 10^{-9} för denna 2G-förändring av accelerationspåskänning vilket motsvarar $5 \times 10^{-10}/g$.



Figur 36 En oscillators frekvens är normalt beroende av aktuell accelerationspåskänning. Diagrammet visar hur frekvensen förändras när en generator – varje minut – vänds 90° runt en tänkt axel genom frontpanel och baksida. Den inledande och avslutande minuten ligger instrumentet i normalläget, dvs i intervallet 120-180 s är underdelen vänd uppåt. Generatorfrekvensen är 2 GHz.

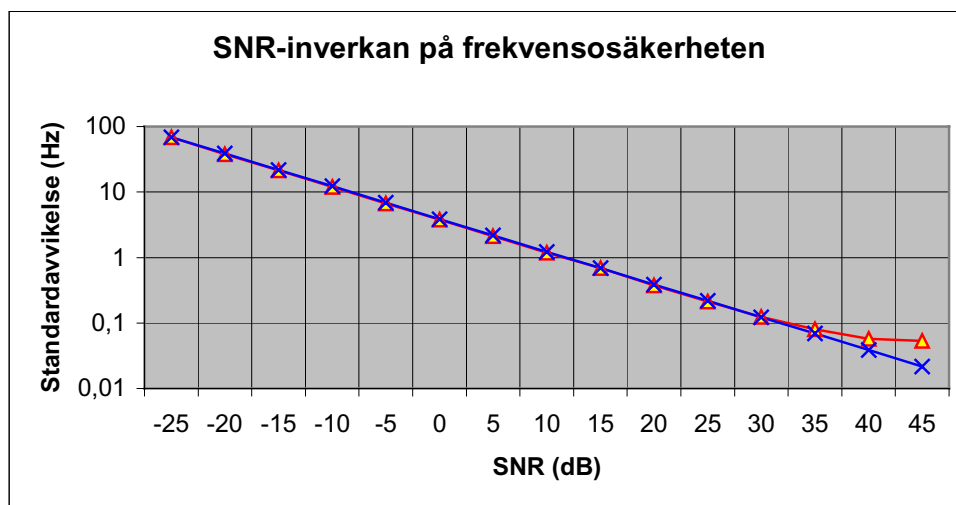
Signal/brus-förhållandet

Ett förhållande som högst påtaglig inverkar på möjligheterna att mäta frekvens med liten osäkerhet är närvaro av brus. Testbänken är av detta skäl utformad för att medge simuleringar vid olika signal/brus-förhållanden. De SNR som anges i samband med mätningar i det här kapitlet och i avsnitt 3.3 baseras på bruseffekten i bandbredden DC-50 MHz. Denna bandbredd överensstämmer med den analoga filtreringen som föregår digitaliseringen i testbänken.

Mätningar som har genomförts med SNR från 45 dB ner till -25 dB visar att frekvensmätningens standardavvikelse – inom ett stort område – är omvänt proportionellt mot roten ur signal/brus-förhållandet, se figur 37. Vid höga SNR dominerar dock andra fel och om SNR sänks till -30 dB ”havererar” metoden med stora frekvensfel som följt. Den senare typen av tröskel gäller oavsett vilken metod som används men signal/brus-förhållandet när dessa stora fel uppstår är metodberoende.

Aktuellt SNR är i sin tur beroende av bland annat emitterns uteffekt och antennförstärkning i riktning mot sis-systemet, utbredningsdämpningen samt sis-systemets

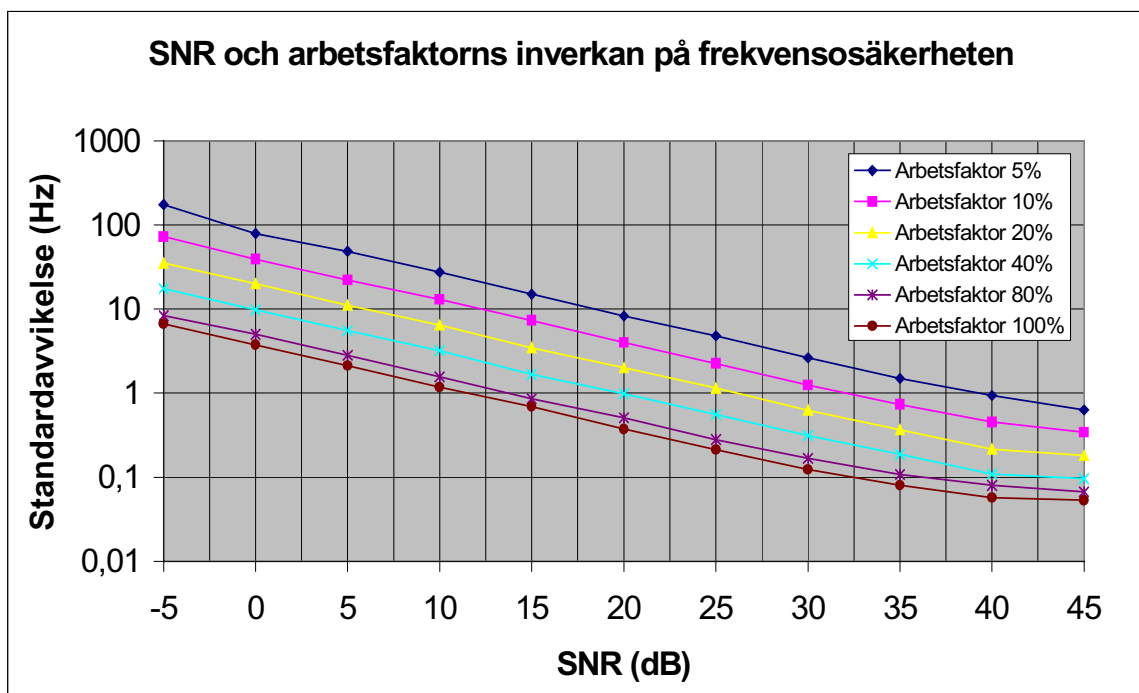
känslighet. Har detta tillgång till antennförstärkning kan SNR förbättras men på taktiska flygplan finns oftast önskemål om stor momentan vinkeltäckning. En möjlighet är att kombinera en konventionell uppsättning bredlobiga planspiralantennor med en eller flera antennarrayer som ger elektriskt styrbara riktlober. Efter en initial upptäckt i en av bredloberna finns härvid potential att genom antennvinst höja SNR för ökad noggrannhet i samtliga parametermätningar vilket sekundärt även är gynnsamt för lägesbestämningen.



Figur 37 Mätningar visar att frekvensmätningens standardavvikelse – inom ett stort område – är omvänt proportionellt mot roten ur signal/brus-förhållandet vilket i figuren har indikerats genom att lägga in en blå linje med denna lutning. Vid höga SNR dominerar andra fel, bland annat fasbrus. Varje mätpunkt är baserad på 10000 frekvensmätningar under drygt 8 minuter.

På sis-systemets antenssida är det även viktigt att sträva mot polarisationsdiversitet för att i detta avseende sätta ett tak för förluster som reducerar signal/brus-förhållandet.

Mottagarens analoga delar påverkar signal/brus-förhållandet som den efterföljande mätmetoden har att hantera genom att bruseffekten i mottagarkedjan genom brusgenerering ökar mer än signaleffekten. Detta uttrycks normalt som mottagarens brusfaktor. Mottagarens analoga delar kan även försämra signal/brus-förhållandet om filtreringen före digitaliseringen ej förhindrar att brus viks ner till frekvenser under halva samplingsfrekvensen. Som vanligt är en omsorgsfull analog konstruktion avgörande för goda digitala prestanda hos system av denna typ.



Figur 38 Signal/brus-förhållandets inverkan på frekvensmätnoggrannheten gäller vid samtliga arbetsfaktorer som provats. Mätningarna är gjorda på 10 MHz med SMGU.

Mättiden och samplingsfrekvensen

Inga planer finns för närvarande att förändra mättiden och antalet sampel som mätmetoden utnyttjar. Trots detta har sonderande mätningar genomförts för att undersöka hur mättid, samplingsfrekvens och antalet sampel påverkar standardavvikelsen vid frekvensmätning med aktuell metod och utrustning. (Mätmetoden beskrivs i avsnitt 4.6).

Sambandet mellan dessa tre parametrar är naturligtvis att mättiden ges av produkten mellan samplingsfrekvens och antalet sampel. I vart fall är detta en relevant approximation om antalet sampel är stort.

Av tabell 1 indikeras att en halverad mättid ungefär dubblar standardavvikelsen medan en halvering av sampelantalet – vid oförändrad mättid – approximativt ökar standardavvikelsen med roten ur 2. Detta är vad som förväntas teoretiskt enligt Cramér-Rao-gränsen vilket visas senare i detta kapitel.

Samplingsfrekvens	Sampelantal	
	32 Ksample (32768 st)	64 Ksample (65536 st)
31,25 MHz	2,99 Hz	1,10 Hz
62,5 MHz	5,91 Hz	2,08 Hz
Kvot mellan standardavvikelser	1,98	1,89

Tabell 1 En sonderande experimentell undersökning med 5 dB SNR indikerar att en halvering av mättiden – genom ökning av samplingsfrekvensen från 31,25 MHz till 62,5 MHz – ungefär dubblar frekvensmätningens standardavvikelse. Däremot är ökningen vid en halvering av antalet sampel ungefär en faktor $\sqrt{2}$ om mättiden bibehålls (d v s samplingsfrekvensen samtidigt halveras). I båda fallen är detta vad som förväntas teoretiskt.

I ett operativt fall kan det vara lämpligt att sis-systemets frekvensmättid är anpassad till radarns integrationstid eftersom denna motsvarar den tid signalen är koherent. Denna problematik bör studeras ytterligare.

Vad gäller samplingsfrekvensen kan konstateras att den avgör mottagarens entydiga bandbredd. Den maximala samplingsfrekvensen som kan användas med aktuellt digitaliseringskort är 62,5 Msampel/sekund, vilket också är vad som har utnyttjats vid genomförda flygsimuleringar.

Digitaliseringens bitantal

Fristående datorsimuleringar har påbörjats för att analysera vilken inverkan digitaliseringens bitantal har på den resulterande standardavvikelsen i frekvensmätningen. Några resultat kan ännu inte presenteras.

Den digitala mätmetoden

Hur bra en mätmetod är kan undersökas genom att jämföra med Cramér-Rao-gränsen som visar vad som är teoretiskt möjligt. För frekvensmätning av en komplexvärd CW-signal gäller enligt Dahlin [1] nedanstående samband för Cramér-Rao-gränsen.

$$\sigma_{\hat{f},CR} = \frac{\sqrt{3}}{\pi \cdot T_{s\text{ampel}} \cdot \sqrt{N(N^2 - 1)} \cdot \sqrt{SNR}} \quad (4)$$

$T_{s\text{ampel}}$ är här tiden mellan två samplingsar och N är antalet sampel som ligger till grund för respektive frekvensestimering. SNR är som tidigare signal/brus-förhållandet.

Eftersom N^2 i de flesta fall är mycket större än 1 kan sambandet förenklas till,

$$\sigma_{\hat{f},CR} \approx \frac{\sqrt{3}}{\pi \cdot T_{s\text{ampel}} \cdot N \cdot \sqrt{N} \cdot \sqrt{SNR}} \approx \frac{\sqrt{3}}{\pi \cdot T_{m\text{ät}} \cdot \sqrt{N} \cdot \sqrt{SNR}} \quad (5)$$

där $T_{m\text{ät}}$ är tiden för en frekvensmätning.

De experimentella resultat som presenterats tidigare i detta kapitel tycks verifiera att variationer av signal/brus-förhållandet (SNR), antalet sampel (N) respektive mättid ($T_{m\text{ät}}$) eller tid mellan sampel ($T_{s\text{ampel}}$) inverkar i enlighet med ovanstående teoretiska samband.

Den relativa inverkan är således visad. Dock kvarstår att bedöma hur väl absolutnivån i de uppmätta resultaten överensstämmer med vad som teoretiskt är möjligt. Innan detta resonemang inleds kompletteras sambandet med en faktor K som motsvarar i vilken grad erhållna resultat överstiger Cramér-Rao-gränsen.

$$\sigma_{\hat{f}} \approx \frac{K \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot T_{m\text{ät}} \cdot \sqrt{N} \cdot \sqrt{SNR}} \quad (6)$$

Vid mätningar med CW-insignal i samband med undersökning av arbetsfaktorns inverkan var den resulterande standardavvikelsen en faktor 1,82 till 1,88 högre än Cramér-Rao-gränsen när signal/brus-förhållanden mellan -5 dB och 25 dB användes. Ett medel-

värde på K i detta SNR-intervall var 1,84. Med högre signal/brus-förhållande ökade K på grund av att även andra faktorer inverkar vilket inte beaktas vid beräkningen av Cramér-Rao-gränsen.

Genomgående gäller att de signal/brus-förhållanden som anges för presenterade mätningar – enligt en förberedande undersökning – är avrundade uppåt med 0,5 dB. Vid mätningar med till exempel SNR=15 dB har det verkliga värdet varit 14,5 dB. Om medelvärdet ovan korrigeras för denna avrundning minskar faktorn K till 1,73. Detta är något sämre än de 4/3 som anges för PIE-metoden enligt Dahlin [1]. Om skillnaden beror på implementeringen av metoden kan den nuvarande versionen av frekvensmätningen eventuellt förbättras något.

Med kännedom om inverkan av signalens arbetsfaktor enligt tidigare beskrivning i detta kapitel kan ovanstående samband utökas till

$$\sigma_j \approx \frac{K \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot T_{\text{mät}} \cdot \sqrt{N} \cdot \text{Arbetsfaktor} \cdot \sqrt{\text{SNR}}} = \frac{K \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot T_{\text{mät}} \cdot \sqrt{N \cdot \text{Arbetsfaktor}} \cdot \sqrt{\text{SNR} \cdot \text{Arbetsfaktor}}} \quad (7)$$

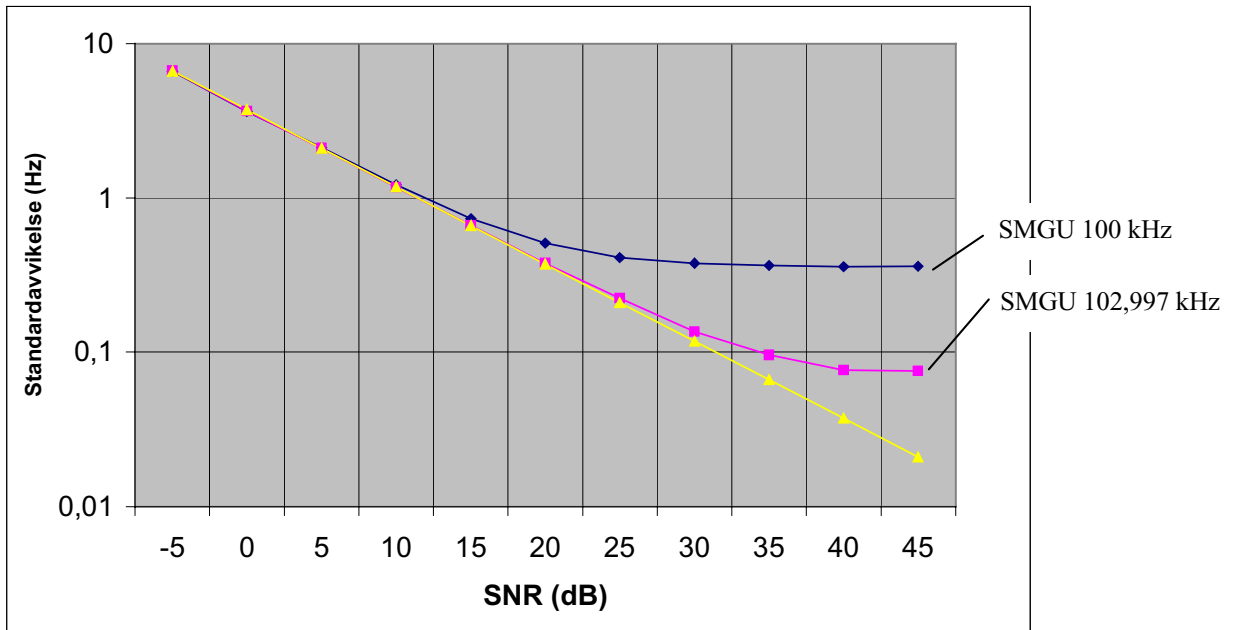
Det högra ledet illustrerar bäst att arbetsfaktorn – med nuvarande version av mätmetoden – både reducerar antalet sampel med signal och försämrar det effektiva signal/brus-förhållandet enligt beskrivningen tidigare i detta kapitel.

Om slutligen aktuella värden används, $K=1,73$, $T_{\text{mät}}=1,049$ ms och $N=2^{16}$, fås ett uttryck som är giltigt inom ett förhållandevis stort SNR-område när infrekvensen är i storleksordningen 10 MHz.

$$\sigma_j \approx \frac{3,6}{\text{Arbetsfaktor} \cdot \sqrt{\text{SNR}}} \quad (8)$$

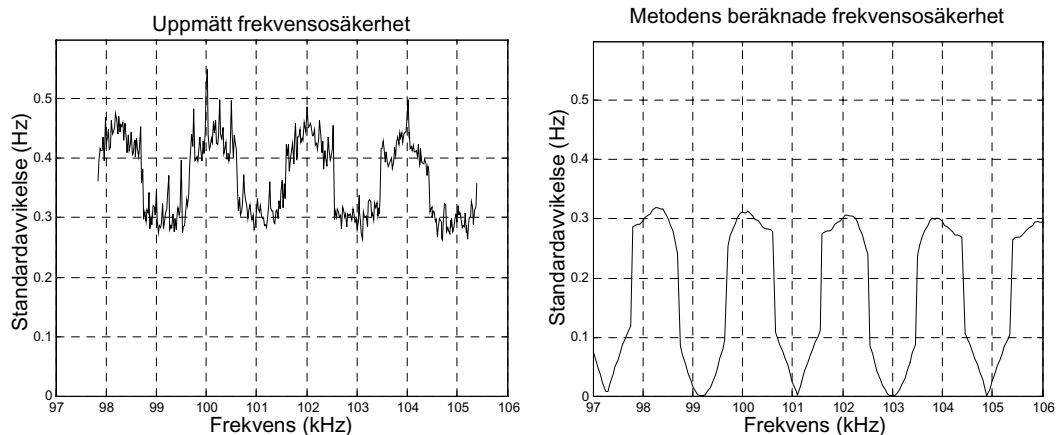
Begränsningen vad gäller låga respektive höga SNR har tidigare berörts liksom effekterna av högre infrekvens. Mätmetoden har dock ett systematiskt fel som varierar periodiskt med infrekvensen och som samtidigt avtar med ökande infrekvens, se avsnitt 4.6 och bilaga 2. Av detta skäl är det försumbart vid 10 MHz där merparten av de specifika testerna av frekvensmätningen är genomförda. Denna infrekvens är även aktuell som centerfrekvens för kommande flygsimuleringar med pulsad signal i testbänken.

Det systematiska felet har dock i varierande grad inverkat på frekvensmätningens noggrannhet – och därmed även på lägesnoggrannheten – vid de simuleringar som genomförts i testbänken med en centerfrekvens (mellanfrekvens) av 100 kHz. I huvudsak är felets inverkan vid låga signal/brus-förhållande litet eftersom brusets påverkan här dominerar, se figur 39.



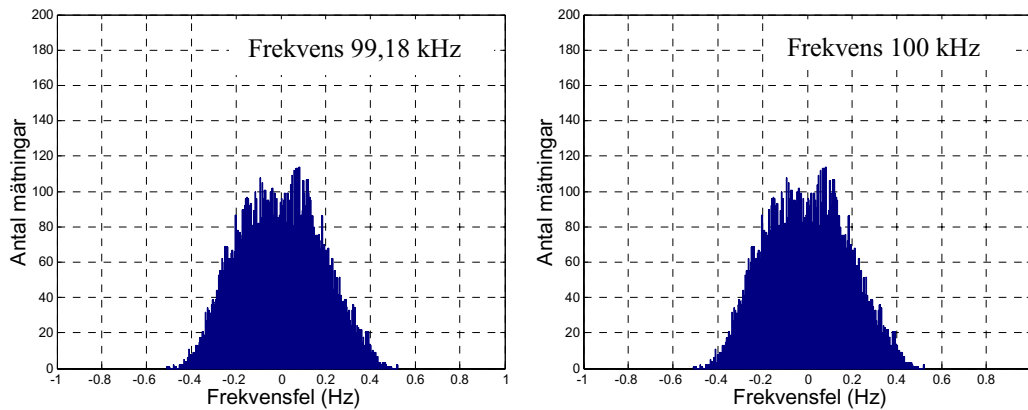
Figur 39 Den använda frekvensmätmetoden har ett systematiskt fel som varierar med aktuell frekvens. I diagrammet presenteras den uppmätta standardavvikelsen med signalgeneratorm SMGU inställd på 102,997 kHz respektive 100 kHz. Vid 102,997 kHz är det metodberoende felet litet och den resulterande standardavvikelsen är därför vid SNR över 20-25 dB bestämd av fasbrusegenskaperna hos generatorm. I detta SNR-område dominerar istället metodfelet när infrekvensen är 100 kHz. Vid lägre SNR ges standardavvikelsen i frekvens av aktuellt SNR oavsett infrekvens.

Som tidigare har nämnts varierar det systematiska felet periodiskt med infrekvensen. Periodiciteten hos felet är cirka 1907 Hz vilket innebär att såväl frekvenser där felet är stort som frekvenser där det är försumbart har passerats vid flygsimuleringarna. Exempel på detta ges av figur 40.



Figur 40 Under simuleringsfallet Motbøj 2G med 10 GHz emitterfrekvens faller dopplerfrekvensen cirka 8 kHz. Vid simuleringen i testbänken har denna dopplerfrekvens överlagrats på en låg mellanfrekvens där noll-doppler motsvarar 100 kHz. På grund av att mätmetoden har ett systematiskt fel som varierar med infrekvensen förändras frekvensmät-noggrannheten under löpan. Vänstra diagrammet visar den uppmätta standardavvikelsen och det högra illustrerar vilka egenskaper som mätmetoden har enligt bilaga 2.

Figur 41 visar skillnaderna i fördelningsfunktion vid 99,18 kHz och 100 kHz som är frekvenser med litet respektive stort systematiskt fel.



Figur 41 En jämförelse av fördelningsfunktionerna vid 99,18 kHz respektive 100 kHz. Med 100 kHz infrekvens medför det periodiska felet i mätmetoden att normalfördelningen ersätts med en fördelning som mer motsvarar en sinusvariation.

Andra signaler

Närvaro av andra signaler inom – och i vissa fall utom – den aktuella bandbredden kan i varierande omfattning degradera frekvensmätningens noggrannhet. Inga teoretiska eller experimentella undersökningar är ännu genomförda.

4.5 Sammanfattning av nuvarande frekvensmätförmåga

Genomförda mätningar med den frekvensmätning som är implementerad i testbänken visar att standardavvikelsen för den resulterande frekvensosäkerheten – vid frekvenser runt 10 MHz – grovt kan beskrivas som:

$$\sigma_f \approx \frac{3,6}{\text{Arbetsfaktor} \cdot \sqrt{\text{SNR}}} \quad (8)$$

- För en CW-insignal ger ekvation (8) en frekvensosäkerhet som med en faktor 1,7 à 1,8 överstiger Cramér-Rao-gränsen (det teoretiskt möjliga).
- Vid mätning av bärvågsfrekvensen hos koherenta pulser ökar frekvensosäkerheten som synes med $1/\text{arbetsfaktorn}$. Det finns en ambition att studera om proportionaliteten kan ändras till $1/\sqrt{\text{arbetsfaktorn}}$.

Ovanstående samband gäller inom ett stort SNR-område. Notera dock att:

- förändringar av samplingsfrekvensen påverkar frekvensosäkerheten. Sambandet gäller för 62,5 Msampel/s, vilket med 2^{16} sampel per mätning ger mättiden 1,049 ms.
- mätmetoden ”havererar” och ger betydligt större fel vid riktigt låga SNR. En enstaka test visar att sambandet gäller vid –25 dB men inte vid –30 dB.
- vid höga SNR dominerar fel förorsakade av exempelvis fasbrus i sis-mottagaren eller instabiliteter i insignalkällan.
- när mottagardelen av testbänken utökas med en nedtransponering så att frekvenser inom mikrovågsområdet kan mätas kommer inverkan av fasbrus att göra sig gällande redan vid lägre SNR.

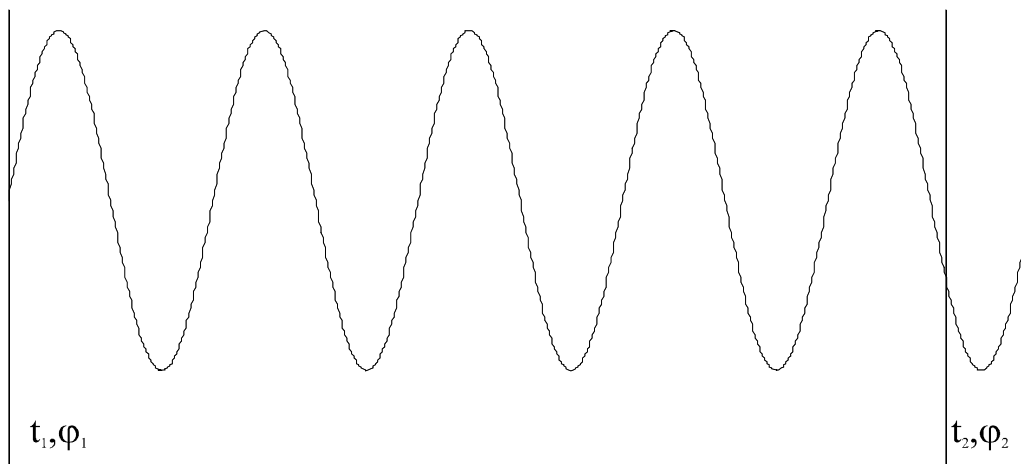
- vid låga frekvenser måste ett fel som härrör från mätmetoden beaktas. Detta fel varierar periodiskt med frekvensen men avtar samtidigt med ökande frekvens. Överstiger frekvensen 1 MHz är det i stort sett försumbart.
- inverkan av accelerationspåkänningar på ett operativt system måste beaktas.
- inverkan av bitantal och närvaro av andra signaler inte har studerats.

Den frekvensmätning som nu ingår i testbänken och som är implementerad som ett C-program på en ordinär PC kan genomföra cirka 20 frekvensmätningar per sekund.

4.6 Beskrivning av använd metod för frekvensbestämning

Allmänt

Den använda metoden kallas ”Phase Interpolation Estimator” vilket förkortas PIE. Metoden bygger, vilket kan härledas ur namnet, på den frekvensberoende skillnad i fas som en kontinuerlig sinussignal har vid olika tidpunkter.



Figur 42 Bestäms det verkliga fasläget för en kontinuerlig sinussignal vid två tidpunkter kan frekvensen för signalen bestämmas. Det kan noteras att mellan de två tidpunkterna i figuren har signalen avverkat flera perioder vilket vid praktiska mätningar ställer till svårigheter.

Känner vi det verkliga fasläget hos en sinussignal vid två tidpunkter är det möjligt att bestämma frekvensen hos signalen entydigt.

$$\hat{f} = \frac{1}{2\pi} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{1}{2\pi} \frac{2\pi f t_2 - 2\pi f t_1}{t_2 - t_1} = \frac{f(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = f \quad (9)$$

Frekvensskattningens noggrannhet beror på två saker, dels noggrannheten och upplösningen hos fasskattningarna och dels tidsskillnaden mellan dessa. Är faseestimaten noggrannhet och framförallt upplösning begränsad kan detta kompenseras med en större tidsskillnad vilket ger ett mindre frekvensfel.

Då fasläge endast går att mäta i ett intervall med längden 360° uppstår emellertid ett problem om långa tider mellan faseestimaten används. Den mätta signalen kan ha genomlöpt flera perioder under tiden mellan fasskattningarna, vilket gör att den verkliga fasändringen överskrider 360°.

För att få garanterad entydighet krävs att tiden mellan två mätningar av fasläget är kortare än halva periodtiden för den högsta mätbara frekvensen.

Här finns två krav som står emot varandra, entydighetskravet som kräver ett kort avstånd mellan fasestimaten och noggrannhet vilket kräver ett långt avstånd.

Genom att använda en grov frekvensskattning \hat{f}_g är det möjligt att bestämma det mellanliggande antalet hela perioder \hat{n} mellan två fasskattningar. Kravet för att det ska fungera är enligt bilaga 2 att skillnaden mellan grovskattningen och den sökta frekvensen \hat{f} uppfyller följande villkor.

$$-\frac{1}{2(t_2 - t_1)} \leq \hat{f}_g - \hat{f} < \frac{1}{2(t_2 - t_1)} \quad (10)$$

Är en skattning av antalet perioder tillgänglig kan frekvensen bestämmas utifrån två fasskattningar $\hat{\Phi}_1$ och $\hat{\Phi}_2$. Dessa variabler är skattningar av de verkliga fasvärdena φ_1 och φ_2 , se figur 42, och har således sina värden mellan 0 och 2π . Frekvensestimaten blir då

$$\hat{f} = \frac{(\hat{\Phi}_2 - \hat{\Phi}_1) + 2\pi\hat{n}}{2\pi(t_2 - t_1)} \quad (11)$$

Detta är ett entydigt bestämt frekvensestimat.

Skattningen av antalet hela perioder mellan tidpunkterna för fasestimaten kan med fördel göras med hjälp av en FFT.

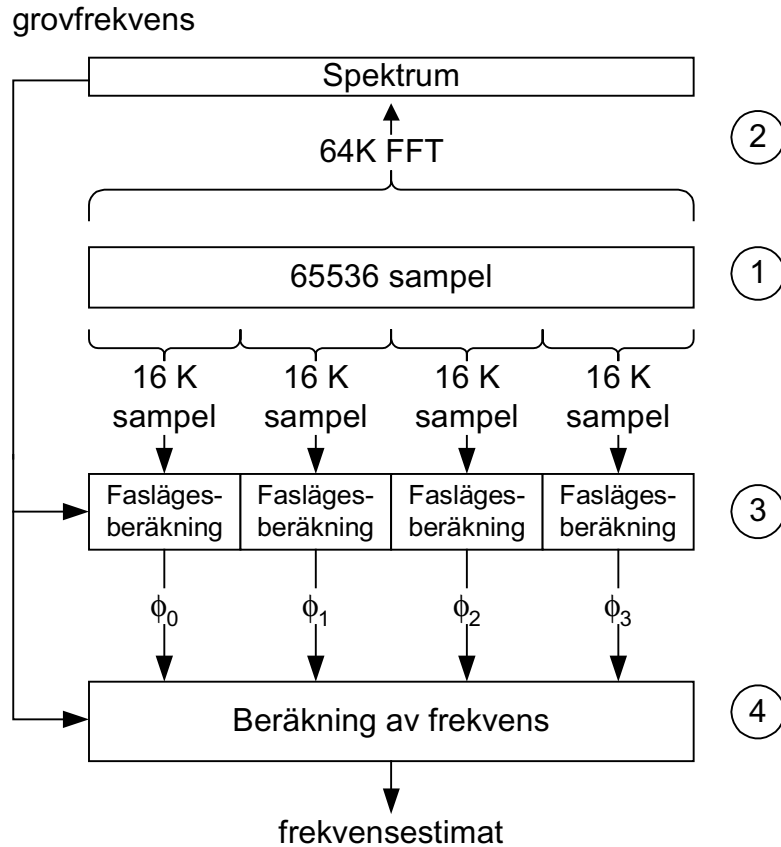
Implementation

I det aktuella systemet samplas en reell signal vilket innebär att det inte finns direkt tillgång till fasvärden för varje sampel vilket skulle vara fallet med en I-Q-uppdelad signal. En I-Q-uppdelning skulle kunna göras antingen genom beräkningar på insamlade data eller analogt före A/D-omvandlingen. Nackdelen med den sistnämnda metoden är bland annat att det kräver en mer komplex hårdvara.

Digitalisering sker med hjälp av insamlingskort från företaget Signatec. Dessa kort är bestyckade med två stycken 12-bitars A/D-omvandlare vars maximala sampeltakt är 62,5 MHz. På kortet finns det även ett minne som rymmer 2 Msampel för att kunna mellanlagra insamlade data. Från insamlingskortets minne förs data över till en vanlig PC för vidare bearbetning d v s frekvensbestämning.

Det program som används för att kommunicera med insamlingskortet och utföra de nödvändiga beräkningarna är skrivet i programspråket C och utnyttjar till stor del färdiga funktionsbibliotek för att underlätta hanteringen av användargränssnitt och hårdvara.

En frekvensmätning inleds med att samla in $65536 (2^{16})$ sampel med en sampeltakt på 62,5 MHz, vilket ger en mättid som är ungefär 1 ms. Därefter görs en frekvensbestämning med hjälp av både en grovskattning och fasmätningar, se figur 43.



Figur 43 Schematisk beskrivning av frekvensmätningen. 64 K sampeldata samlas in (1), och en FFT görs på hela datamängden (2). Ur spektrumet från FFTn väljs den "bin" som har högst amplitudvärde vilket ger ett grovt frekvensestimater. Grovstimatet används sedan till fasskattningar (3) som görs med hjälp av 16 K sampel långa DFter. Slutligen beräknas frekvensen (4) med utgångspunkt från grovfrekvensvärdet och fasskattningarna.

Den inledande grovskattningen görs med hjälp av en FFT över all insamlad data, d v s 65536 sampel, vilket med en sampelfrekvens på 62,5 MHz ger upplösningen 954 Hz. Grovskattningen görs på enklaste sätt genom att välja det "fack" som har mest signalenergi.

För att åstadkomma de fasestimater som behövs till den noggranna frekvensskattningen används diskreta Fouriertransformer, DFT. Det görs fyra stycken sådana vilka ger lika många fasestimater. Ur dessa beräknas de tre fasdifferenser som används vid frekvensbestämningen. Genom att använda det första fasläget som referens fås olika tidsdifferenser för de tre fasdifferenserna vilket löser eventuella problem med mångtydigheter.

Längden på de block som används till fasskattningarna är 16384 (2^{14}) sampel, vilket är en fjärdedel av den insamlade datamängden. Kravet på grovskattningen för att få entydighet mellan det första och sista blocket blir då:

$$f_g = \frac{1}{t_3 - t_0} = \frac{1}{(3 \cdot 16384 - 1)T_s} = \frac{f_s}{49151} = \frac{62,5 \times 10^6}{49151} \approx 1272 \text{ Hz} \quad (12)$$

Införs detta i ekvation 10 fås att grovfrekvensskattningen maximalt får avvika med ± 636 Hz. Då FFTns upplösning på ± 477 Hz är bättre än kravet från PIE kan under goda signal/brus-förhållanden ett entydigt frekvensestimater fås. Kan ingen korrekt grov-

frekvens hittas med hjälp av FFTn ger metoden ett grovt fel i den skattade frekvensen. Detta inträffar vid ett SNR mellan -25 och -30 dB, vilket kan ses i mätresultat.

Efter läsning av ovanstående kan det lätt konstateras att PIE som metod arbetar bäst med signaler utan modulation. Trots detta är det möjligt att använda metoden till att bestämma frekvensen för pulsmodulerade signaler. Förutsättningen är att pulserna är koherenta, d v s fassammanhängande. Det största problemet blir då att bestämma grovfrekvensen med hjälp av en FFT eftersom det inte är säkert att den högsta spektraltoppen motsvarar bärfrekvensen när den sökta signalen är pulsmodulerad. Problematiken berörs närmare i avsnitt 4.4.

Systematiskt fel vid låga frekvenser

Vid framförallt låga frekvenser noterades ett frekvensberoende fel i frekvensskattningarna. Efter lite djupare studier kunde det konstateras att fasestimering med DFT ger ett fel som är både frekvens och fasberoende. Felets storlek och fasberoende minskar avsevärt om den insamlade datan viktas innan DFTn beräknas. Detta är utförligt beskrivet i bilaga 2.

Det kan också visas att fasfelen är som störst när mindre än en period av den sökta signalen finns inom den insamlade datamängd som DFTn beräknas på. I siffror blir det för den aktuella implementationen

$$f_{gr\ddot{a}ns} = \frac{1}{Antal\ sampel \cdot Sampeltid} = \frac{f_s}{16384} \approx 3,81\text{ kHz} \quad (13)$$

Metoden ger alltså stora fel för frekvenser under 3,81 kHz.

Eftersom skattningsfelet avtar med ökad frekvens så kan ett lämpligt val av mellanfrekvens före digitalisering minimera det.

Beräkningsbehov

För tillfället körs frekvensmätningarna på en PC med två 450 MHz Pentium-processorer. Frekvensmättningsprogrammet utnyttjar dock endast en processor men konfigurationen med dubbla processorer gör att omgivande processer stör mindre. Med denna hårdvara tar en frekvensmätning ungefär 50 ms. I denna tid ingår bland annat följande komponenter med efterföljande deltider.

- Insamling av data bör ta lite drygt 1 ms, men tiden går inte att mäta på ett enkelt sätt
- FFT för grovbestämning av frekvens tar cirka 31 ms
- DFT för beräkning av faslägen förbrukar 5 ms
- PIE – det vill säga sammanställning av data för att få en frekvensskattning – 0,2 ms

Tiderna är medelvärden från tiotusen mätningar gjorda med insamlingsprogrammet, men den ”klocka” som har använts har bara en upplösning på 1 ms varför tiderna ska betraktas som ungefärliga. Tyvärr finns det inte i Windowsmiljö något enkelt sätt att mäta tid med en bättre upplösning än 1 ms.

Den största tiden ligger i beräkningen av FFTn, och här har valts ett optimerat beräkningsschema som kallas FFTW, eller ”Fastest FFT in The West”.

Övrig tid åtgår till andra praktiska saker runt omkring de viktiga delarna såsom sparande av data, kommunikation med användargränssnitt med mera.

4.7 Frekvensmätning enligt IEEE-metoden

Bakgrund

Vid diskussioner med Peter Händel* har en frekvensmätmetod som eventuellt skulle kunna vara ett alternativ till den nu använda lyfts fram. Eftersom noggrannheten skulle kunna bli bättre än med den PIE-baserade metoden är den naturligtvis intressant som frekvensmätare vid lägesbestämning som utnyttjar DDOA.

Som beskrivits i föregående kapitel är det inte bara frekvensmätningen som påverkar den slutliga lägesnoggrannheten genom en mer eller mindre noggrann frekvensestimering. Även antalet frekvensmätningar längs en flygbana inverkar vilket innebär att såväl noggrannhet som mättakt bör beaktas vid val av metod för frekvensmätning. I ett större perspektiv har tidigare också konstaterats att andra faktorer än frekvensmätningen och mättakt är betydelsefulla vad gäller resulterande lägesbestämningsprestanda.

Så här långt har därför insatserna vad gäller den så kallade IEEE-metoden avgränsats till en analys av dess funktion och beräkningsbehov. Resultatet framgår bland annat av jämförelsen i avsnitt 4.8 nedan.

Beskrivning av metoden

IEEE Std 1057-1994 enligt referens [7] är en standard för digital inspelning av vågformer. I denna standard ingår en metod att bestämma parametrar för en samplad sinussignal. Metoden beskrivs i två utföranden, en där tre parametrar skattas och där den inspelade signalens frekvens är känd och en där fyra parametrar skattas och frekvensen är okänd.

Det är en så kallad parametrisk metod där den insamlade digitaliserade signalen jämförs med en beräknad referenssignal från en signalmodell. Signalmodellen innehåller ett antal parametrar som beskriver signalens egenskaper. Dessa parametrar innefattar bland annat den sökta signalfrekvensen. Om det efter en jämförelse inte finns en tillräckligt bra överensstämmelse ändras de i modellen ingående parametrarna på ett lämpligt sätt och en ny referenssignal beräknas till en ny jämförelse.

När till sist en tillräckligt god överensstämmelse finns mellan den insamlade signalen och den beräknade återfinns den sökta frekvensskattningen direkt bland de parametrar som ingår i signalmodellen. Förfarandet är som synes liknande det som används för lägesbestämningen. En mer detaljerad beskrivning finns i bilaga 3.

4.8 Jämförelser av frekvensmätmetoderna

Denna jämförelse begränsas till metodernas noggrannhet och beräkningsbehov. Viktiga egenskaper som till exempel bruskänslighet och prestanda under påverkan av avsiktlig och oavsiktlig modulation berörs inte.

Noggrannhet

Noggrannheten med IEEE-metoden är enligt Händel [8] nära Cramér-Rao-gränsen under förhållanden med gaussfördelat brus, medan PIE enligt Dahlin [1] har prestanda som är 4/3 över gränsen.

Det kan utifrån detta konstateras att IEEE-algoritmen bör ge ett bättre estimat än PIE.

* Peter Händel verkar huvudsakligen vid KTH men är även adjungerad forskningschef på FOI vid institutionen Telekrigsystem.

Beräkningsbehov

Eftersom IEEE-metoden är iterativ är det svårt att uttala sig om exakt hur mycket beräkningar som krävs för ett frekvensestimät, det är helt enkelt beroende av hur fort skattningen konvergerar. Metoden kräver inledningsvis en ganska bra skattning av den sökta frekvensen, och kan där likställas med PIE. Därefter tillkommer att skapa en matris med hjälp av trigonometriska funktioner och en del matrisalgebra.

En iteration med tillgång till N sampel kräver för IEEE-metoden:

- $2N$ trigonometriska operationer
- $21N+16$ additioner – här räknas subtraktion och addition lika.
- $24N+16$ multiplikationer

I bilaga 3 förklaras beräkningsstegen för IEEE-metoden utförligare.

I fallet med PIE krävs efter grovskattningen endast ett antal diskreta Fouriertransformer beräknade för en specifik frekvens. Dessutom sker en samordningsvinst då de trigonometriska funktionerna bara behöver beräknas en gång för alla DFter.

Således krävs det för PIE:

- $N/2$ trigonometriska operationer
- $2,5N$ multiplikationer
- $N/4$ divisioner
- $2N$ additioner

Vilket är avsevärt mindre än en iteration i IEEE-algoritmen.

En intressant jämförelse mellan metodernas beräkningsbehov är verklig tidsåtgång. Tyvärr är det inte möjligt att översätta antalet beräkningar till beräkningstid rakt av då olika operationer tar olika lång tid beroende på hur de implementeras i hårdvara. Påverkande faktorer, fränsett klockfrekvens, är bland annat processorarkitektur och minnesåtkomsttid och framförallt graden av parallellisering av beräkningarna, exempelvis genom speciell beräkningshårdvara.

PIE är i det aktuella fallet således sannolikt att föredra framför IEEE-algoritmen om kort beräkningstid fordras och den sämre noggrannheten i frekvensskattningarna kan godtas.

5. Referenser

- [1] Dahlin Raoul, "Noggrann estimering av frekvensen hos en pulsmodulerad sinussignal i brus", FOA-R--98-00724--SE, januari 1998
- [2] Notstrand Joakim, "Karakterisering av en bredbandig hf-mottagare på mikro-vågsområdet", FOA-R--99-01149-616--SE, maj 1999
- [3] Häggroth Linda, "Passiv lägesbestämning av markfast emitter med hjälp av långbasinterferometri", Examensarbete E246 i Optimeringslära och systemteori vid KTH, november 2001.
- [4] Becker Klaus, "An Efficient Method of Passive Emitter Location", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, vol. 28, No. 4, October 1992
- [5] Rutman Jacques & F. L. Walls, "Characterization of Frequency Stability In Precision Frequency Sources", Proceedings of the IEEE, vol. 79, No. 6, June 1991
- [6] Cutler L. S. & Searle C. L., "Some aspects of the theory and measurement of frequency fluctuations in frequency standards", Proceedings of the IEEE, vol. 54, No. 2, February 1966
- [7] IEEE Std 1057-1994 sidorna 17-27
- [8] Händel Peter, "Properties of the IEEE-STD-1057 Four-Parameter Sine Wave Fit Algorithm", IEEE Transactions on instrumentation and measurement, vol.49, no 6, december 2000.

Bilaga 1 – Beskrivning av simuleringsfall

Inledning

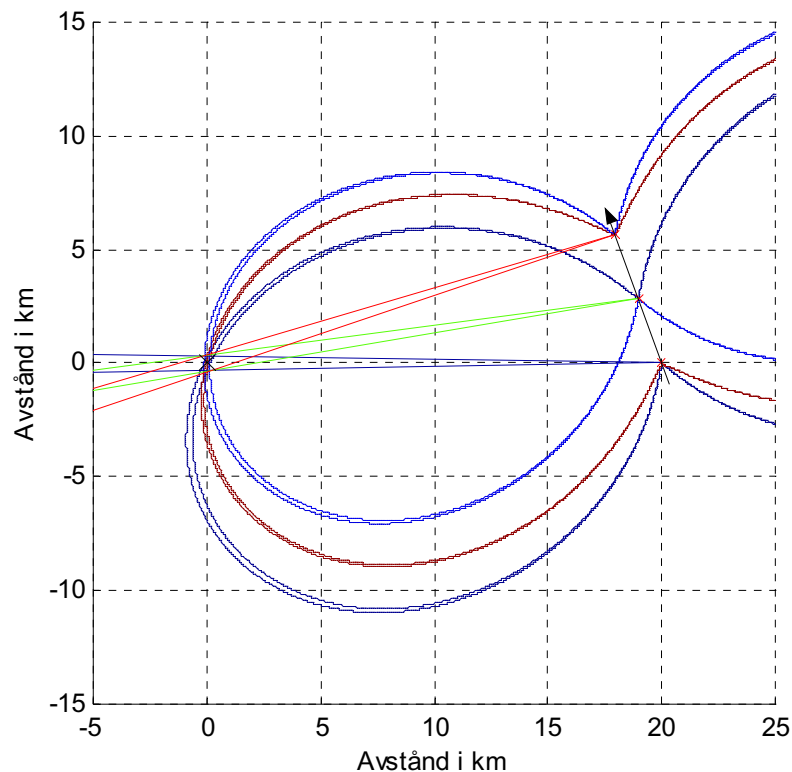
I den här bilagan beskrivs geometrierna i tre av de fyra utvalda simuleringsfall som har använts vid simuleringarna i den framtagna testbänken. Under respektive simuleringsfall illustreras – med hjälp av enkla Matlab-simuleringar – förutsättningarna för lägesbestämning med precision när en metod som kombinerar riktningmätning och DDOA utnyttjas.

Bilagan innehåller även fyra underbilagor som visar utseende för isodopplerskillnads-mönstret vid ett antal enkla typfall. Dessa diagram kan vara användbara när förutsättningar för lägesbestämning med DDOA översiktligt ska bedömas.

Simuleringsfall Rakbana

Geometri

Det sis-försedda flygplanet flyger i detta fall en ren rakbana i 20 sekunder med hastigheten 300 m/s vilket ger 6 km mätsträcka. Emittorn befinner sig på en position som är 20 km från flygbanans startpunkt. I denna punkt är vinkeln mellan hastighetsvektorn och riktningen till emittorn 70 grader. Geometrin är sådan att emittorn nästan befinner sig tvärs flygplanet när simuleringen avslutas, se figur 1.1.



Figur 1.1 Vid simuleringsfall Rakbana flygs en 6 km lång rakbana på 20 sekunder. För att indikera vilken lägesnoggrannhet som är att vänta har en enkel analys baserad på endast tre inmätningar genomförts. Figuren visar lägesbestämning baserad på DDOA men även konventionell triangulering efter riktningbestämning (blåa, gröna och röda linjer). Utanför det analyserade området ger DDOA ett alternativt – felaktigt – emitterläge som alltid uppträder vid rakbana. Detta "skenmål" återfinns när den korrekta emitterpositionen speglas i flygbanan.

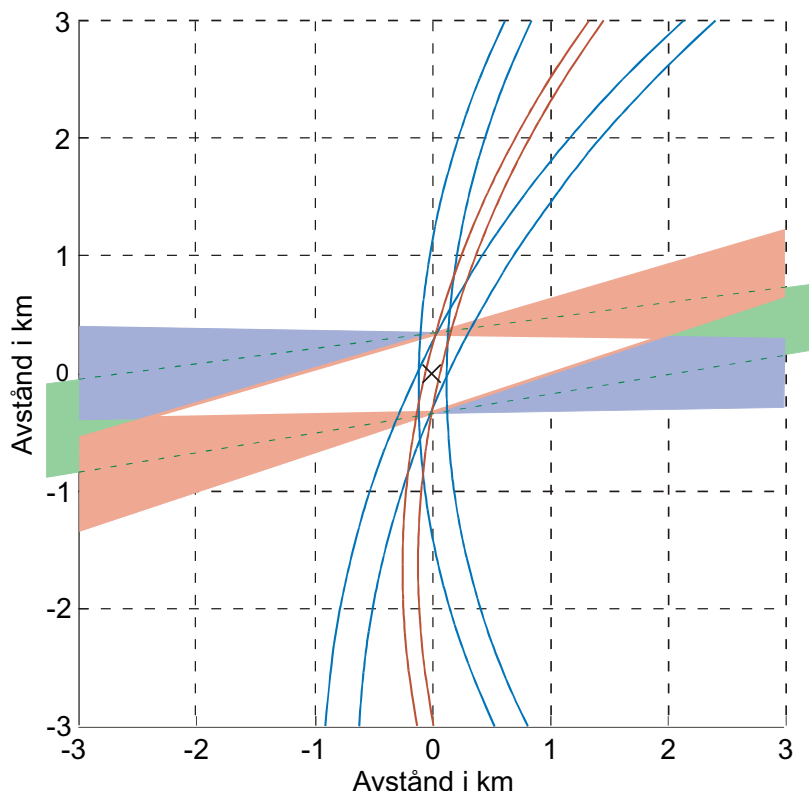
Detta simuleringsfall har en geometri som är en uppskalning av ett av Beckers fall där hastigheten är densamma men mätsträckans längd är 3 km och initialavståndet till emittorn är 10 km, se referens 1 i huvuddokumentet.

Analys av förutsättning för lägesbestämning med precision

Lägesbestämningen har vid de genomförda simuleringarna använt DDOA i kombination med riktningbestämning. Lägesbestämningen har utnyttjat en inmätningfrekvens av cirka 20 Hz, vilket resulterat i ungefär 400 inmätningar under en 20 sekunders simulering.

Det stora antalet mätpunkter tillför en värdefull medelvärdesbildning som reducerar felet i lägesbestämning. En teoretisk analys av det aktuella fallet kan genomföras på t ex liknande sätt som Becker redovisar i sin artikel.

För att snabbt få en uppfattning om potentialen i det aktuella simuleringsfallets geometri har initialt en förenklad analys som endast använder tre inmätningar tagna från flygbanans start-, mitt- och slutposition genomförts. I figur 1.1 och 1.2 indikeras riktningmätningar från de tre mätpunkterna med blåa, gröna och röda linjer och fyllda fält i respektive färg. Riktningfel av ± 1 grad är markerade vilket kan motsvara rms-felet vid riktningmätning med en interferometer. Den kvarstående osäkerheten från riktningmätningen illustreras i figur 1.2 som ett ofärgat fält. På motsvarande sätt är felgränserna för de tre möjliga mätningarna av dopplerskillnad inlagda i figur 1.1 och 1.2. Markerade felgränser anger här ett fel i dopplerskillnad motsvarande $\pm 0,1\%$ av max möjlig dopplerfrekvens vid en enskild mätning. Vid 10 GHz bärfrekvens och 300 m/s indikerar felgränserna därmed ± 10 Hz och vid 3 GHz endast ± 3 Hz.



Figur 1.2 Detaljstudie av området i emittorns (svart kryss) närhet vid simuleringsfallet Rakbana. Med valda mätfel; ± 1 grad vid riktningmätning och $\pm 0,1\%$ i normerad dopplerskillnad framgår att DDOA är överlägsen triangulering vad gäller litet avståndsfel. Kombinerat metoderna erhålls det minsta felområdet.

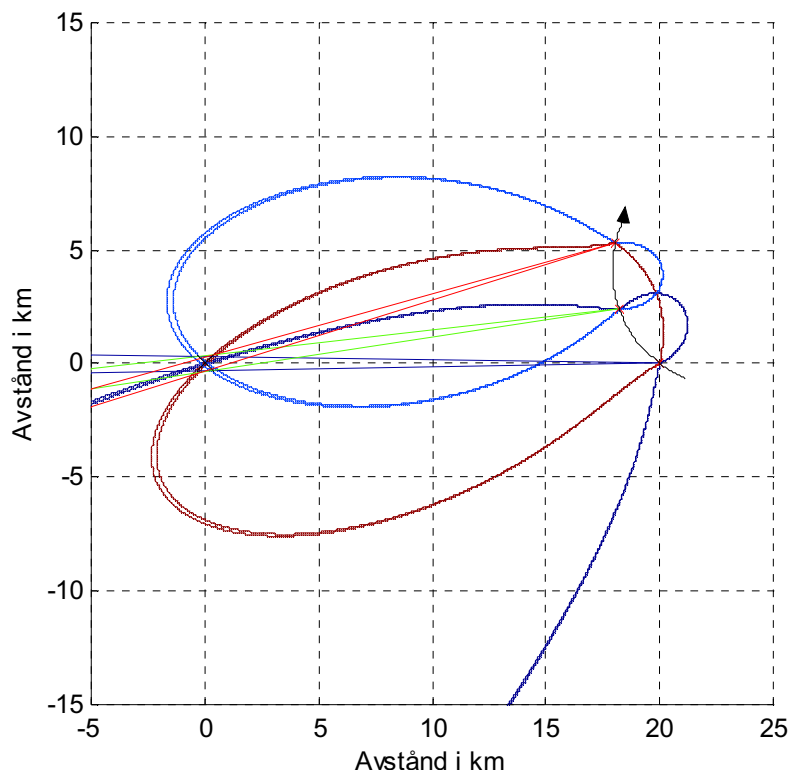
Som framgår av figuren har dopplerskillnadsmätningen – **med ovanstående val av mätfel** – potential att ge ett väsentligt mindre osäkerhetsområde i lägesbestämningen än vid riktningbestämning och triangulering. Med vald geometri har osäkerhetsområdet vid DDOA dessutom sin minsta utbredning i avståndsled till skillnad mot vad som gäller vid trianguleringsfallet. Figur 1.2 indikerar även att felområdet minskas i tvärsled om DDOA kompletteras med triangulering. Slutligen bör noteras att den tvetydighet som DDOA ger kan lösas med hjälp av trianguleringen eller en enstaka riktningbestämning.

Simuleringsfall Frånböj 2G

Geometri

Emitterpositionen och flygplanets startpunkt är identisk med vad som gäller i föregående fall men här flygs medurs på en cirkelbåge i en 2G-sväng. Hastighet och flygtid är liksom tidigare 300 m/s respektive 20 sekunder, vilket tillsammans med G-belastningen resulterar i att den tänkta cirkelns omkrets är 33,28 km, se underbilaga 1A.

Aktuell hastighet motsvarar en ”omloppstid” av knappt 111 sekunder, varför hastighetsvektorn under simuleringstiden – 20 sekunder – vrids cirka 65°. Flygbanan är placerad så att start- och slutpunkt ligger på den rakbana som beskrevs tidigare, vilket innebär att hastighetsvektorn efter halva flygningen är parallell med denna.



Figur 1.3 Vid simuleringsfall Frånböj 2G flygs cirka en sjättedel av en cirkelbåge. Noterbart är att isodopplerskillnadskurvorna skär varandra i mer gynnsamma vinklar än vid den raka flygbanan. Liksom vid Rakbana ger DDOA-metoden ett alternativt – felaktigt – läge på motsatta sidan av flygbanan.

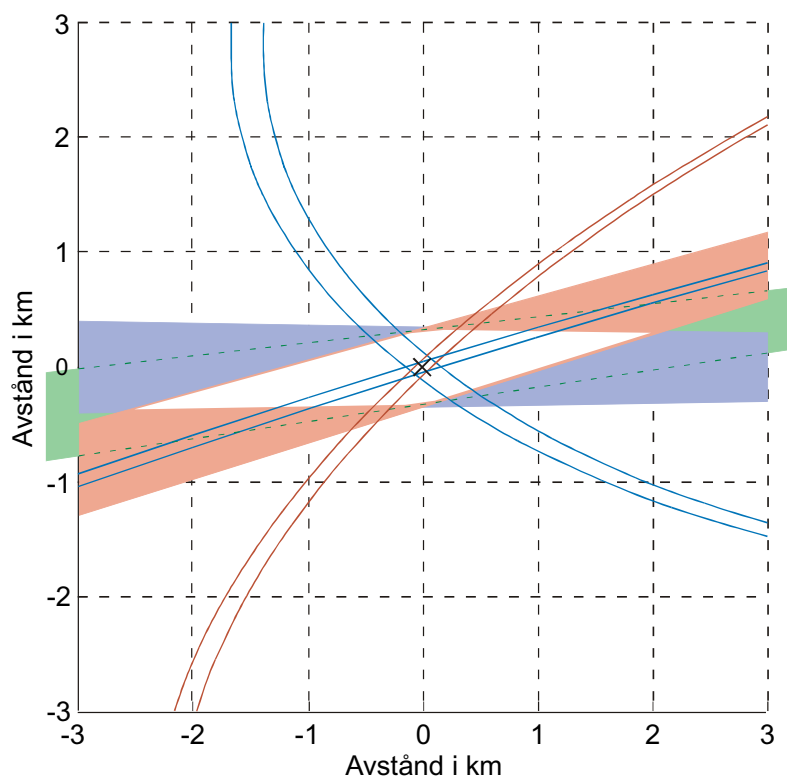
Analys av förutsättning för lägesbestämning med precision

Mätbasen mellan första och sista mätningen är nu på grund av den krökta flygbanan knappt 5,7 km mot tidigare 6 km. Å andra sidan sker inmätningen i den mellersta av de

tre mätpunkterna närmare emittern än vid simuleringsfallet Rakbana vilket borde vara gynnsamt.

Störst inverkan på osäkerheten i lägesbestämning har dock sannolikt att den böjda flygbanan ger isodopplerskillnadskurvor vars ”symmetriaxel” har olika riktning. De tre isodopplerskillnadskurvorna kommer härvid att skära varandra i gynnsammare vinklar (mer vinkelrätt) än vid den rena rakbanan, se figur 1.3.

Sammantaget indikerar figur 1.4 att potentialen för lägesbestämning med precision är bättre i det här simuleringsfallet än det tidigare. Av figuren framgår även att en kompletterande triangulering eventuellt inte minskar felområdet. Situationen kan dock vara en annan om lägesbestämning genomförs när endast en delmängd av flygbanan är avverkad. Trianguleringen är dessutom nödvändig för att undertrycka ett lägesalternativ som återfinns på den andra sidan av flygbanan.



Figur 1.4 Detaljstudie av området i emitterns (svart kryss) närhet vid simuleringsfallet Frånböj 2G. Till skillnad mot vid Rakbana tycks inte en triangulering minska felområdet. Felområdet är dock redan vid enbart DDOA mindre än vid Rakbana. Anmärkningsvärt är att isodopplerskillnadskurvorna från mätning 1 och 2 (blå) uppvisar en lägre spridning än de från mätning 1 och 3 (röd) trots att dessa är baserade på hela mätbasen.

Simuleringsfall Motböj 2G

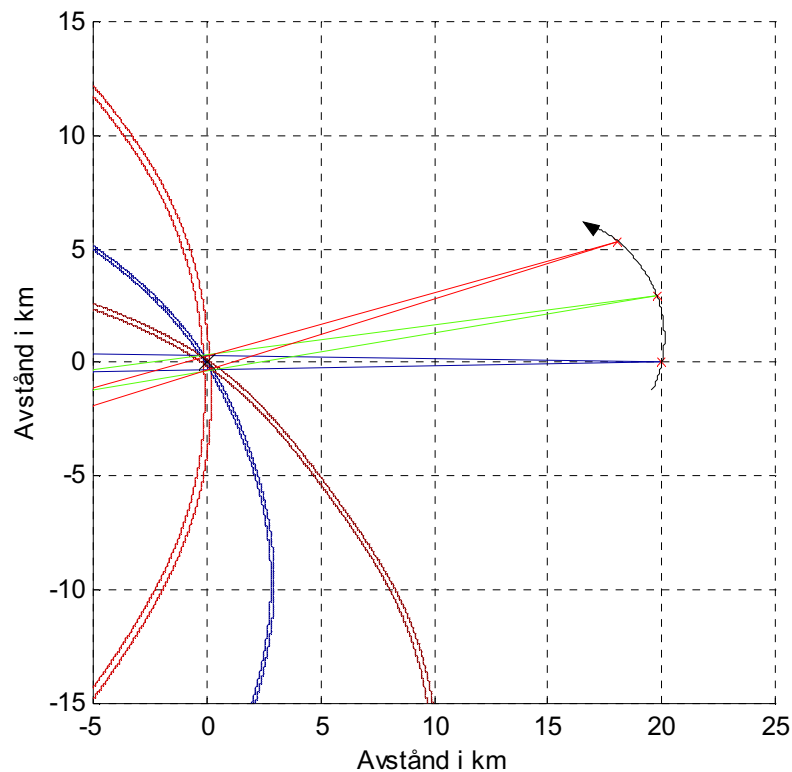
Geometri

Emitterposition, hastighet, G-belastning och flygplanets start- och slutpunkt är identisk med vad som gäller i föregående fall men här flygs istället moturs på en cirkelbåge enligt figur 1.5.

Analys av förutsättning för lägesbestämning med precision

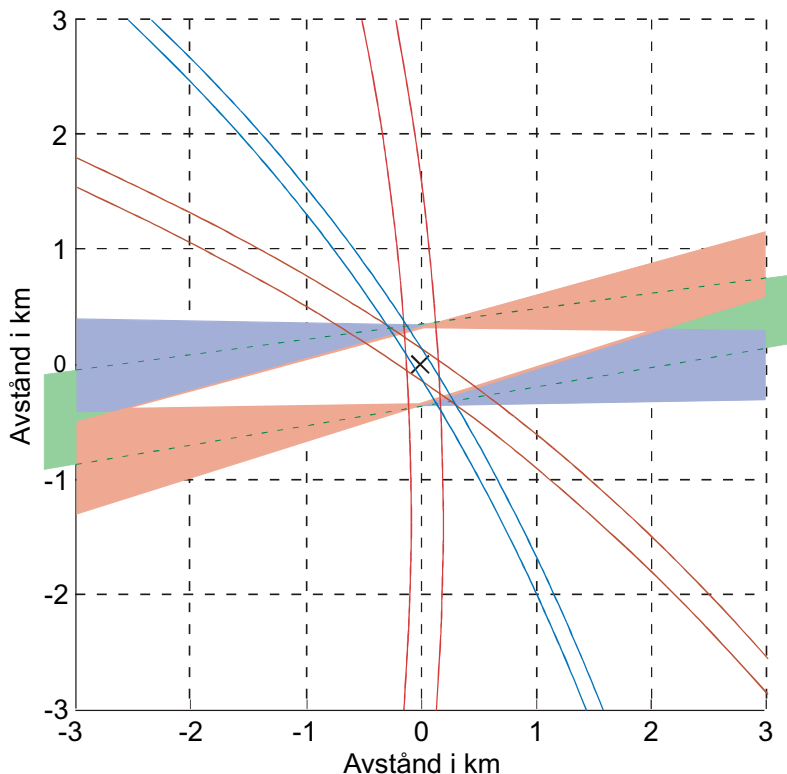
Mätbasen är precis som i fallet Frånböj 2G knappt 5,7 km. Skillnaden är att den mellersta mätpunkten ligger längre bort än i tidigare fall. Detta försämrar prestanda hos trianguleringen men även hos dopplerdifferensmätningen. Det visar sig dock att det faktum att hastighetsvektorn inte är konstant under flygfallet i slutändan ger dopplerdifferensmätningen bättre prestanda än i fallet med rak flygbana.

Det är också värt att notera att de bågar som dopplerdifferensen ger upphov till skiljer sig väsentligt i utseende jämfört med bågarne vid de tidigare flygfällen, se figur 1.5. Noterbart är också att inte isodopplerskillnadslinjerna skär varandra med samma gynnsamma vinklar som i fallet Frånböj 2G.



Figur 1.5 Vid simuleringsfall Motböj 2G flygs en cirkelbåge som motsvarar ca en sjättedel av en cirkel. Noterbart är att isodopplerskillnadslinjerna väsentligen skiljer i utseende jämfört med tidigare fall. En konsekvens av detta är att analysen indikerar att DDOA-metoden inte ger tvetydigheter i lägesbestämningen. Skärningsvinklarna är dock inte lika gynnsamma som i simuleringsfallet Frånböj 2G.

I figur 1.6 syns isodopplerskillnadslinjerna i en omgivning nära emittern. Vid en jämförelse med de båda tidigare simuleringsfallen kan konstateras att Frånböj 2G är något bättre än Motböj 2G, medan Rakbana är det fall som uppvisar sämst prestanda.



Figur 1.6 Detaljstudie av området i emitterns (svart kryss) närhet vid simuleringsfallet Motböj 2G. Precis som i fallet Frånböj 2G tycks inte trianguleringen minska felområdet. Felområdet är dock redan vid enbart DDOA mindre än vid Rakbana. Relativt simuleringsfallet Frånböj 2G är geometrin sådan att förutsättningen att lägesbestämna baserat på DDOA är något sämre, jämför figur 1.4.

Av figuren framgår även att trianguleringen inte heller i detta simuleringsfall minskar det totala felområdet.

Sammanställning av typfall

En ”referens katalog” med isodopplerskillnadsmönster vid olika enkla typfall har tagits fram. Syftet är bland annat att ha tillgång till ett hjälpmedel när okomplicerade flygbanors inverkan på möjligheterna att lägesbestämna med DDOA översiktligt ska värderas.

Typfallen är grupperade i fyra olika kategorier enligt senare beskrivning i den här bilagan. I samtliga fall är figurerna framtagna med ett Matlab-program som endast tillåter två inmätningar. Inmätningens positioner är identiska i samtliga figurer och har valts till $x=-1, y=0$ respektive $x=1, y=0$. Axlarna i x- och y-led är dessutom enhetslösa och kan betraktas som ”normerade”.

Normerad dopplerskillnad

De isodopplerskillnadslinjer som presenteras i figurerna är separerade 20% där 100% motsvarar den dopplerfrekvens som maximalt kan erhållas vid en inmätning. (Om hastigheten i punkterna har olika belopp avses inmätningen där hastigheten är störst.) Har de två hastighetsvektorerna samma belopp men är motriktade blir därmed det maximala dopplerskillnadsområdet $\pm 200\%$, vilket framgår av sista figuren i underbilaga 1D.

Den dopplerskillnad som beräknas är skillnaden mellan inmätt frekvens i vänstra punkten och högra punkten. Högre frekvens i vänstra punkten ger därmed en positiv dopplerskillnad. För vissa av linjerna i respektive figur är värdet markerat i anslutning till linjen. Tyvärr kan det eventuella minustecknet vara svårt att urskilja men generellt gäller att varmare färger på linjerna motsvarar en mer positiv dopplerskillnad när skillnaden definieras som ovan.

Omvandling till verklig dopplerskillnad

Eftersom även dopplerskillnaden på detta sätt är normerad är typfallen inte beroende av emitters bärfrekvens eller hastighetsvektorernas absoluta belopp. Om den normerade dopplerskillnaden önskas omsatt till Hz multipliceras aktuellt värde med bärfrekvensen samt kvoten mellan flyghastigheten och ljushastigheten. Vid 300 m/s blir omräkningen enkel: 100% motsvarar 1 kHz per GHz bärfrekvens.

Referensriktningen för hastighetsvektorerna är x-axelns positiva riktning. Positiv vridningsvinkel är moturs, det vill säga vid 90° är hastighetsvektorn parallell med y-axeln och riktad i positiv y-riktning.

Typfallen

I underbilagorna 1B-1E redovisas figurer från beräkningar på de fyra kategorierna med sina varierande förutsättningar enligt beskrivningen nedan. Samtliga kategorier utgår från samma figur (den övre vänstra) där hastigheten i båda inmätningpunkterna har beloppet 100% och riktningen 0°. Ovanför varje figur redovisas de två hastighetsvektorernas relativa belopp och riktning. Hastigheten i den vänstra punkten är referens och anges därför alltid som 100%.

Antalet typfall har minimerats genom att mönstren för isodopplerskillnad – för andra kombinationer av vridningar och beloppsrelationer – ofta kan återskapas med spegling i x- eller y-axeln.

- **Underbilaga 1B:** Hastighetsvektorerna har samma belopp. De vrids moturs i steg om 15°.
- **Underbilaga 1C:** Hastighetsvektorerna har samma belopp. Den vänstra vrids moturs i steg om 15° medan den högra vrids medurs i samma steg.
- **Underbilaga 1D:** Hastighetsvektorerna har samma belopp. Den vänstra har genomgående riktningen 0° medan högra vrids moturs i steg om 30°.
- **Underbilaga 1E:** Hastighetsvektorerna har riktningen 0°. Den vänstra hastighetsvektorn är 100% medan den högra varierar från 100% i steg om 10% ner till 30%.

De typfall som bäst överensstämmer med simuleringsfallen Motböj 2G och Frånböj 2G återfinns i underbilaga 1C.

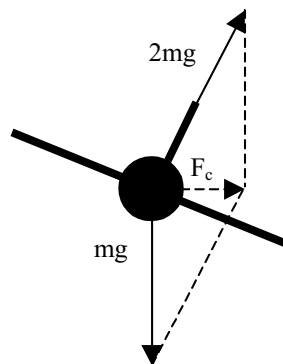
Underbilaga 1A

Beräkning av banparametrar för de tre simuleringsfallen

Följande avsnitt beskriver hur banparametrarna beräknats för de simuleringsfall som analyserats i bilaga 1.

Simuleringsfaller Rakbana är som tidigare beskrivits en ren uppskalning av ett av Beckers simuleringsfall, se referens 1 i huvuddokumentet. Mätsträckan är 6 km och startpunkten ligger 20 km från emittern på x-axeln. Vinkeln mellan hastighetsvektorn och riktningsektorn från sis-plattformen till emittern är 70 grader i startpunkten. Det leder till att vinkeln mellan x-axeln och hastighetsvektorn är 110 grader, vilket gäller under hela flygfallet eftersom hastighetsvektorn inte ändras varken till belopp eller riktning. Mätpunkterna är placerade vid mätsträckans ändpunkter samt mitt på mätsträckan. I tabell 1.1 redovisas koordinater för de tre mätpunkterna.

I princip är grundkonceptet för simuleringsfallen Frånböj 2G och Motböj 2G lika. Båda bygger på en så kallad 2G-sväng, vilket innebär att den totala uppåtriktade kraften som verkar på flygplanet är två gånger tyngdkraften. Denna kraft består dels av en motkraft till tyngdkraften och dels en accelererande kraft riktad in mot rörelsens krökningscentrum, vilken även kallas centripetalkraft F_c . Den geometriska relationen mellan de krafter som verkar på flygplanet framgår av figur 1.7.



Figur 1.7 Illustration av det geometriska förhållandet mellan kraften $2mg$, tyngdkraften mg och F_c vid en så kallad 2G-sväng. Kraften $2mg$ innehåller dels en motkraft till mg och dels en accelerationskraft in mot rörelsecentrum.

Sambandet för centripetalkraft vid cirkulär rörelse är enligt nedanstående.

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}; \text{ där } m \text{ är massan, } v \text{ hastigheten, } r \text{ cirkelns radie och } T \text{ omloppstiden.}$$

Vid en 2G-sväng kommer $F_c = \sqrt{3}mg$, vilket kan fås fram genom att använda Pythagoras sats på geometrin i figur 1.7.

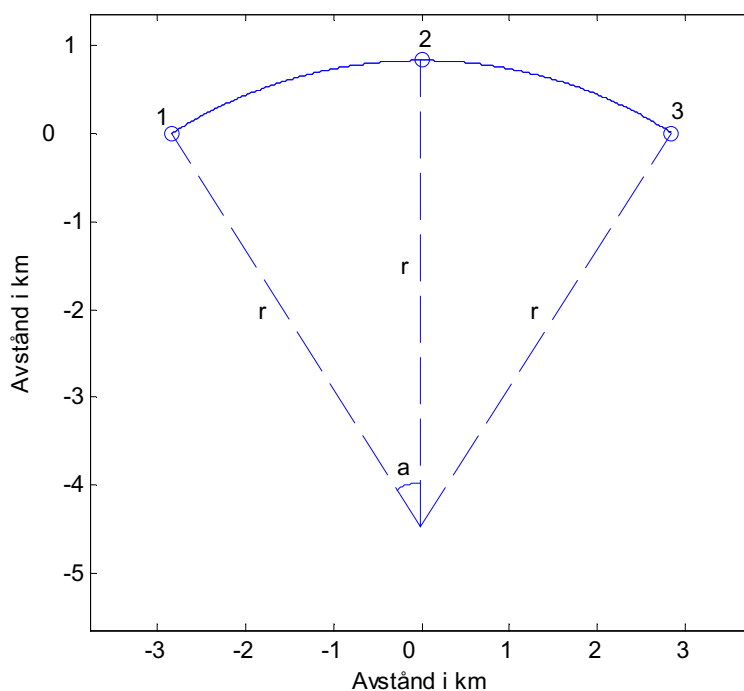
Vidare fås följande uttryck på den cirkulära rörelsens radie via nedanstående samband.

$$F_c = \sqrt{3}mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$r = \frac{v^2}{\sqrt{3}g}$$

I simuleringsfallen Frånböj 2G och Motböj 2G är hastigheten 300 m/s, vilket ger en radie på $\sim 5296,79$ m. Omloppstiden kan också beräknas och blir $\sim 110,94$ s.

Eftersom simuleringsfallen är 20 s långa kommer endast en del av cirkeln att flygas. Den del som flygs svarar mot $\sim 1,1328$ radianer vilket är $\sim 64,9$ grader. Det motsvarar även vinkeln mellan hastighetsvektorerna i flygbanans båda ändpunkter. Figur 1.8 illustrerar de böjda flygbanornas geometri med mätpunkterna markerade med siffror.



Figur 1.8 Illustration av de böjda flygbanornas geometri. Mätpunkterna är markerade med siffror. Bokstaven r står för radien och a för vinkeln mellan två mätpunkter sett från cirkelns centrum. Vid Frånböj 2G och Motböj 2G är radien 5296,79 m och vinkeln a cirka $32,45^\circ$. Notera att vinkeln mellan hastighetsvektor och riktning till cirkelns centrum alltid är rät eftersom rörelsen är cirkulär.

Då den relativa geometrin för de böjda flygbanorna är definierad återstår att placera in dem i ett koordinatsystem för att simuleringsgeometrin ska vara fullständigt definierad.

För att kunna jämföra prestanda i de tre olika simuleringsfallen placeras flygbanorna i Frånböj 2G och Motböj 2G så att startpunkten är densamma som för simuleringsfallet Rakbana samtidigt som ändpunkten väljs så att den ligger på rakbanan.

Frånböj 2G karakteriseras av att vinkeln mellan x-axeln och hastighetsvektorn minskar under hela flygtiden, medan Motböj 2G har ökande vinkel mellan x-axel och hastighetsvektor. I figur 1.8 skulle emittent vid simuleringsfallet Frånböj 2G ligga ovanför flygbanan, medan den vid alternativet Motböj 2G skulle ligga under densamma.

Vid den mittersta mätpunkten i de båda böjda flygbanorna är hastighetsvektorn parallell med hastighetsvektorn i simuleringsfallet Rakbana.

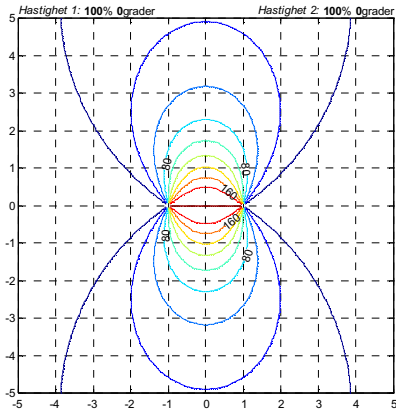
Koordinaterna för mätpunkterna i Frånböj 2G och Motböj 2G har beräknats explicit och redovisas i tabell 1.1 nedan. Även hastighetsvektorns vinkel relativt x-axeln i mätpunkterna finns med i tabellen.

Flygbana	Rakbana			Frånböj 2G			Motböj 2G		
Mätpunkts nummer	1	2	3	1	2	3	1	2	3
X-koordinat (km)	20	18,974	17,947	20	18,251	18,056	20	19,806	18,056
Y-koordinat (km)	0	2,8191	5,638	0	2,388	5,341	0	2,954	5,341
Hastighetsvektorns vinkel mot X-axeln	110°	110°	110°	142,55°	110°	77,55°	77,55°	110°	142,55°

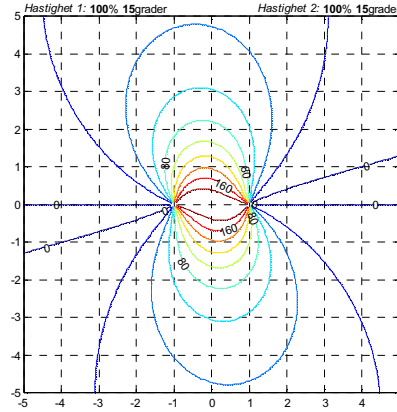
Tabell 1.1 Tabellen redovisar koordinaterna i för de tre mätpunkterna på varje flygbana som använts för beräkning av de i bilaga 1 beskrivna typfallen. Mät punkt 1 är startpunkten på respektive flygbana, mät punkt 2 är mittpunkten och mät punkt 3 är slutpunkten.

Isodopplerskillnadslinjer vid parallella hastighetsvektorer med samma belopp

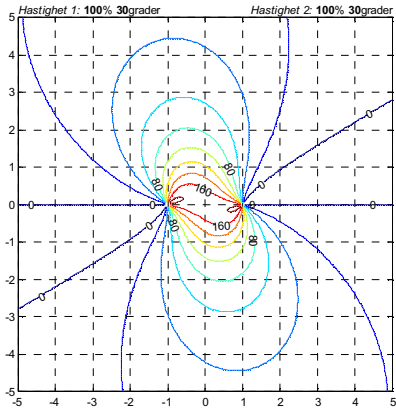
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



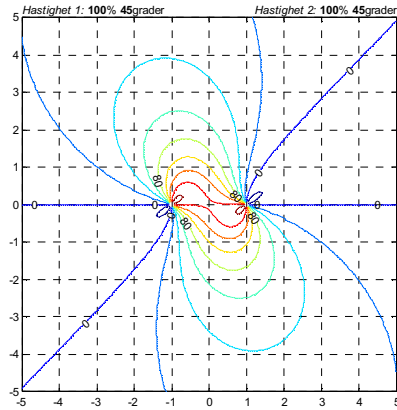
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



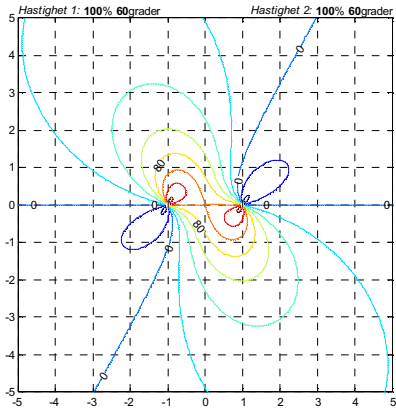
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



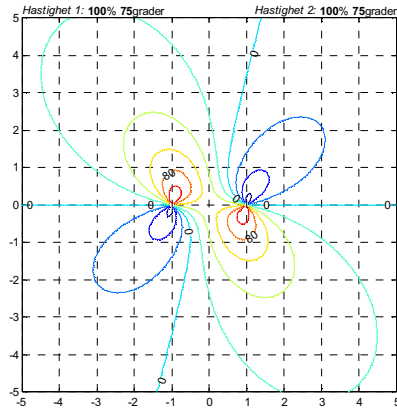
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



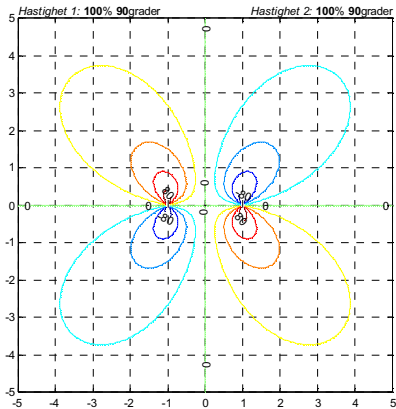
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



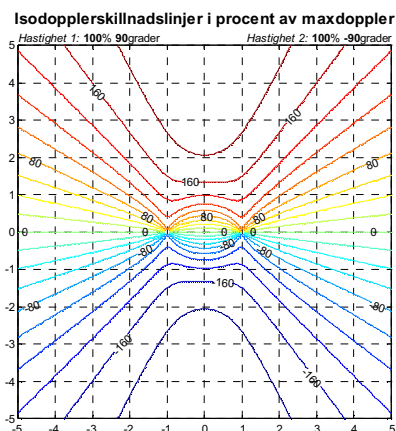
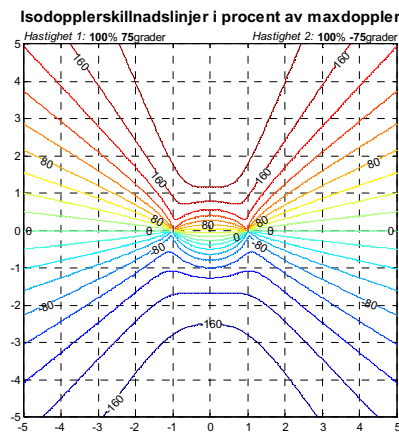
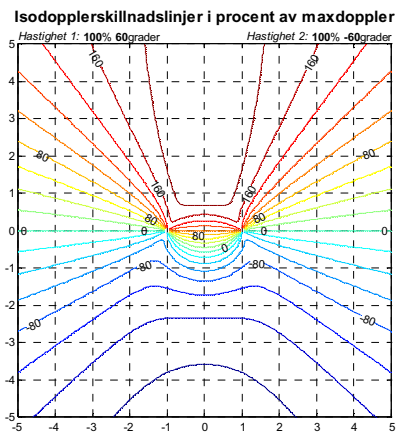
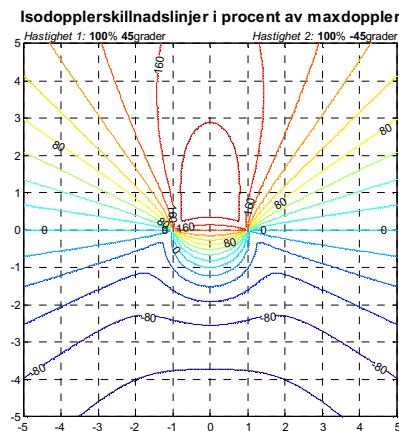
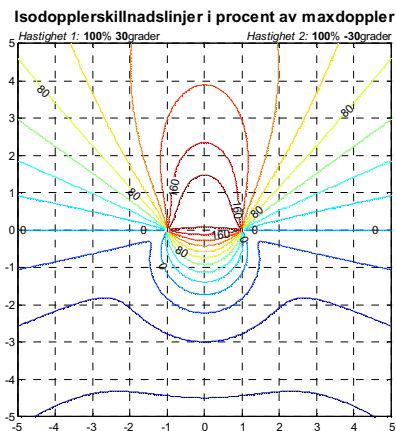
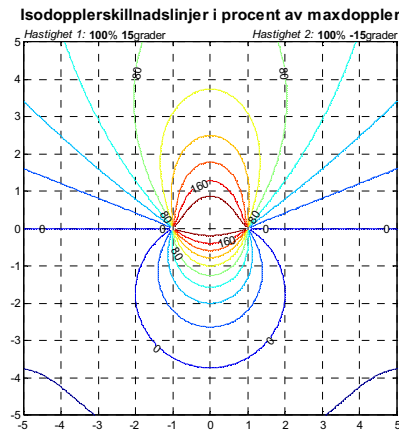
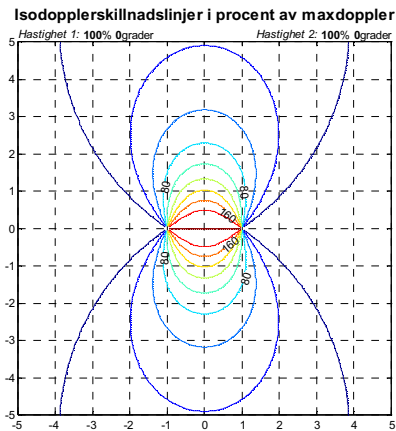
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



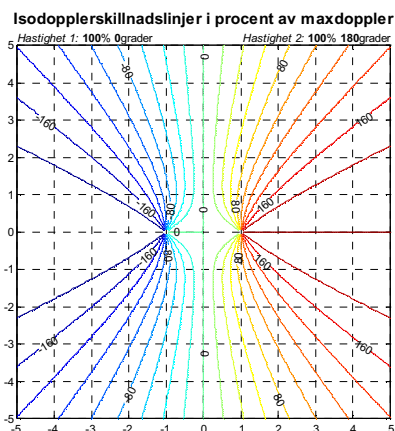
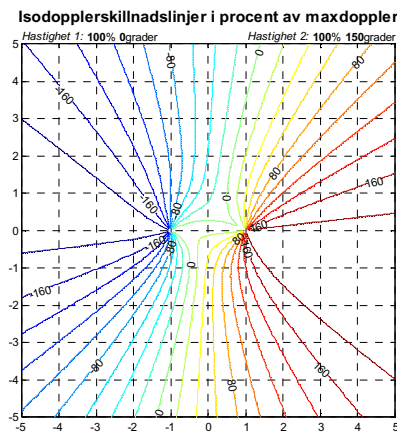
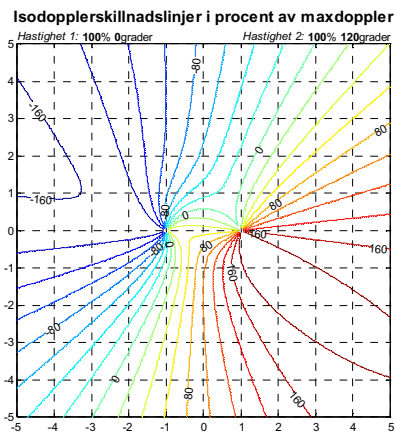
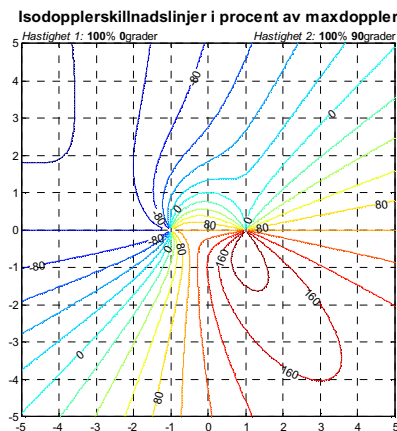
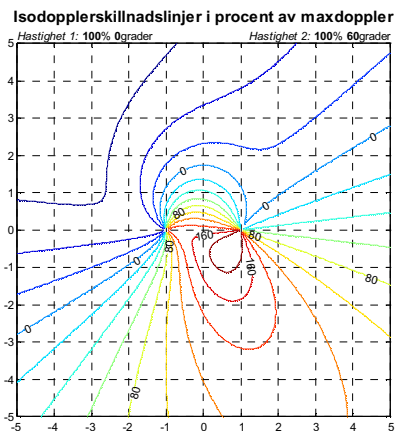
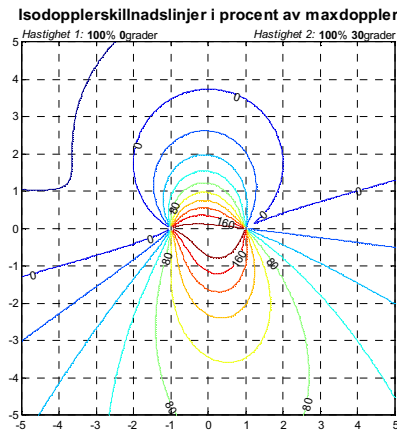
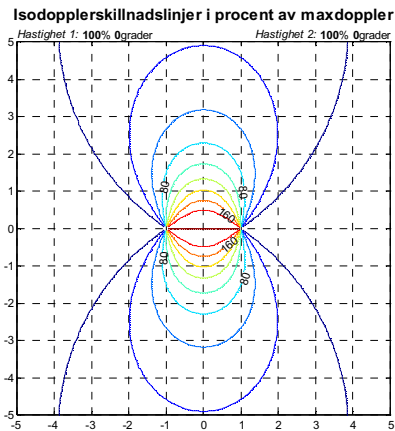
Isodopplerskillnadslinjer i procent av maxdoppler



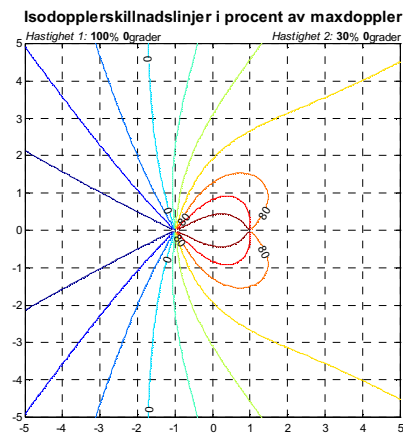
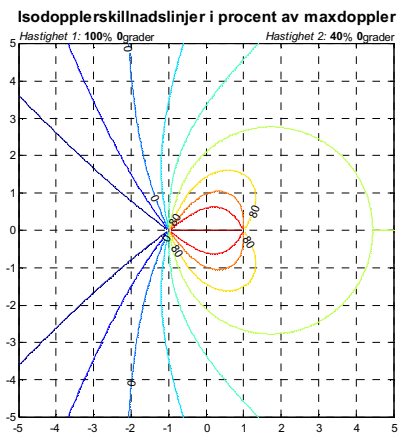
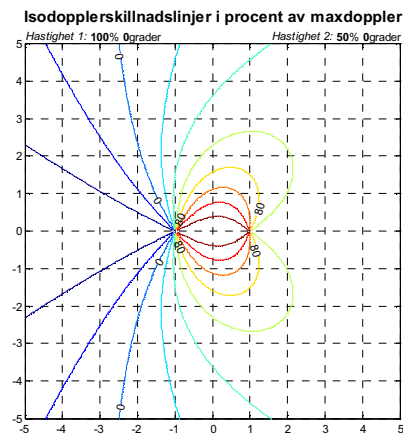
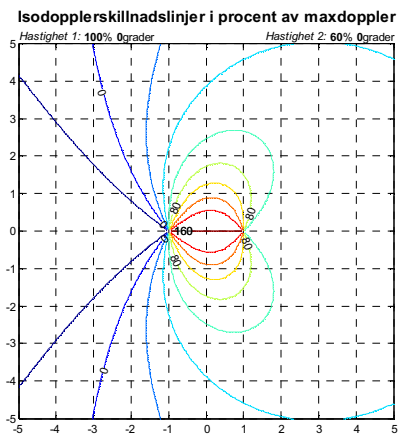
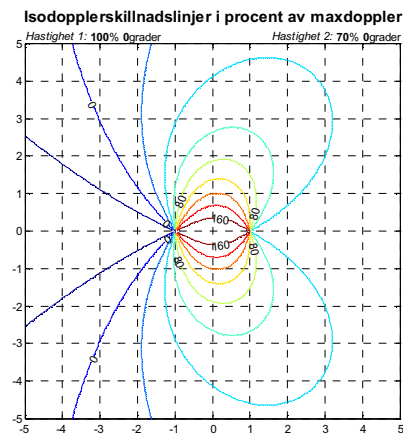
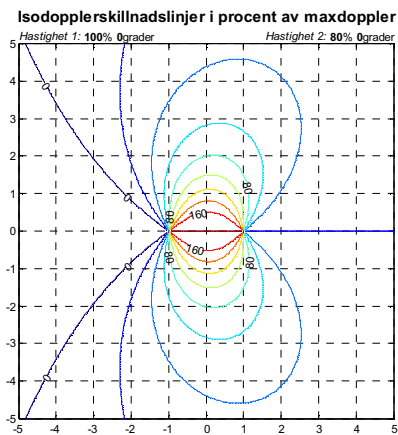
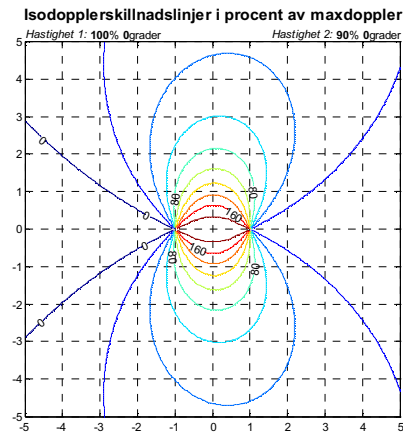
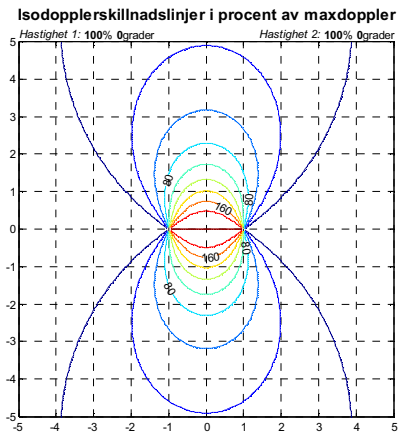
Isodopplerskillnadslinjer vid motvridna hastighetsvektorer med samma belopp



Isodopplerskillnadslinjer vid en vriden hastighetsvektor med samma belopp



Isodopplerskillnadslinjer vid parallella hastighetsvektorer med olika belopp



Bilaga 2 – Frekvensmätning med PIE

Här beskrivs PIE och den i testbänken aktuella implementationen lite noggrannare. Dels i form av en beskrivning av matematiken bakom PIE och kraven på grovfrekvensinvisning. Dels ett stycke som tittar närmare på fasmätning med DFT och de fel som kan uppstå på grund av denna.

En kort beskrivning av matematiken bakom PIE

Denna beskrivning utgår från en brusfri reell sinussignal och är således ingen komplett analys av PIE som metod, utan ska ses som ett sätt att få en grundläggande förståelse för mekanismerna bakom frekvensestimeringen.

Utgångspunkten är en reell sinussignal som kan skrivas

$x(t) = a \cos(\omega_0 t + \theta)$, där ω_0 är frekvensen och θ är utgångsläget för fasen.

Fasläget i två tidpunkter t_1 respektive t_2 betecknas φ_1 och φ_2 , vilket sedan ger en fasskillnad som blir:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega_0 t_2 + \theta - \omega_0 t_1 - \theta = \omega_0 (t_2 - t_1) \quad (2.1)$$

Eftersom uppmätta fasvärden alltid blir modulo 2π kommer ekvation 2.1 i verkligheten få följande utseende:

$$\Delta\varphi = \Delta\Phi + 2\pi n = (\Phi_2 - \Phi_1) + 2\pi n \quad (2.2)$$

Här betecknar Φ_1 och Φ_2 fasvärden modulo 2π .

Utifrån ekvation 2.1 och 2.2 kan den frekvensen beräknas som

$$\omega_0 = \frac{\Delta\Phi + 2\pi n}{t_2 - t_1} \quad (2.3)$$

Överförs signalen till tidsdiskret form med sampelfrekvensen $f_s = \frac{1}{T_s}$ kan signalen

$$\text{skrivas } x[m] = a \cos(2\pi f m T_s) = a \cos\left(2\pi \frac{f}{f_s} m\right)$$

och tidsskillnaden i 2.3 kan skrivas om till

$$t_2 - t_1 = P T_s,$$

där P är antalet sampel mellan de tidpunkter när faseestimaterna tas.

Tas nu hänsyn till den tidsdiskreta världen kan 2.3 nu skrivas

$$\omega_0 = \frac{\Delta\Phi + 2\pi n}{P T_s} \quad (2.4)$$

Söks ett frekvensestimat $\hat{\omega}_0$ utifrån en mätt fasdifferens $\Delta\hat{\Phi}$ gör en liten förändring i variablerna att ekvation 2.4 ser ut som nedan.

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\Delta\hat{\Phi} + 2\pi n}{PT_s} \quad (2.5)$$

Denna ekvation resulterar i en frekvensskattning men den har ett oändligt antal lösningar då n nu är okänd.

Genom att först göra en grov skattning av den sökta frekvensen kan det bli möjligt att lösa ekvationen. Det estimat, här betecknat $\hat{\omega}_g$, som skattningen ger kan användas till att bestämma ett värde för n . Med hjälp av ekvation 2.4 fås då:

$$\hat{n} = \left\lfloor \frac{\hat{\omega}_g PT_s - \Delta\Phi}{2\pi} + 0,5 \right\rfloor \quad (2.6)$$

Där de besynnerliga parenteserna betyder avrundning nedåt till närmsta heltal.

För att \hat{n} ska vara en korrekt skattning av antalet hela perioder n krävs det att det grova frekvensestimaten $\hat{\omega}_g$ ligger tillräckligt nära den sökta frekvensen. Med hjälp av ekvation 2.5 och 2.6 kan ett villkor för detta sättas upp.

$$\frac{\hat{\omega}_0 PT_s - \Delta\Phi}{2\pi} - 0,5 \leq \frac{\hat{\omega}_g PT_s - \Delta\Phi}{2\pi} < \frac{\hat{\omega}_0 PT_s - \Delta\Phi}{2\pi} + 0,5 \quad (2.7)$$

Efter förenklingar övergår ekvation 2.7 till 2.8 som är lite enklare att tyda.

$$-\frac{\pi}{PT_s} \leq \hat{\omega}_g - \hat{\omega}_0 < \frac{\pi}{PT_s} \quad (2.8)$$

Med utgångspunkt från ekvation 2.8 kan det lätt konstateras att två intilliggande fassampel, $P=1$, entydigt kan bestämma frekvensen inom den samplade bandbredden, om grovfrekvensen utelämnas, det vill säga $\hat{\omega}_g = 0$.

För en mer utförlig beskrivning av metoden hänvisas till examensarbetsrapporten "Noggrann estimering av frekvensen hos en pulsmodulerad sinussignal i brus" Dahlin [1].

En praktisk implementering

Antag att det finns N sampel av en sinussignal $x(t)$ tagna med sampelintervallet T_s , där N är en jämn potens av 2. Dessa sampel betecknas $x[m]$, där m är ett heltal.

För att få en grovskattning av frekvensen görs inledningsvis en FFT på de tillgängliga samplen. genom att söka igenom FFTns amplitudvärden hittas den starkaste signalen i något av de "frekvensfack" som bandbredden delas in i. Detta "fack" betecknas i fortsättningen med b och motsvarar då ett frekvensvärde som blir grovfrekvensen.

$$\hat{\omega}_g = b \frac{2\pi f_s}{N} \quad (2.9)$$

där b är ett heltal i intervallet $[0, N-1]$.

Eftersom b är heltal så motsvarar en frekvens $\hat{\omega}_g$ ett frekvensområde vari den sökta frekvensen $\hat{\omega}_0$ finns.

$$b \frac{2\pi f_s}{N} - \frac{2\pi f_s}{2N} \leq \hat{\omega}_0 \leq b \frac{2\pi f_s}{N} + \frac{2\pi f_s}{2N}. \quad (2.10)$$

Efter att ha förenklats 2.10 och infört grovfrekvensen från 2.9 blir resultatet

$$-\frac{\pi}{NT_s} \leq \hat{\omega}_g - \hat{\omega}_0 \leq \frac{\pi}{NT_s} \quad (2.11)$$

Genom att jämföra med ekvation 2.8 är det enkelt att konstatera att en FFT ger ett i teorin tillräckligt bra utgångsresultat för $\hat{\omega}_g$ då $\frac{1}{N} < \frac{1}{P}$ vilket inträffar då $N > P$.

Med utgångspunkt från den frekvens som har estimerats med hjälp av FFTn kan fasläget för ett avsnitt av den samplade signalen beräknas med hjälp av en diskret Fouriertransform.

$$\Phi = \arg \left(\sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j \frac{\hat{\omega}_g}{f_s} m} \right) = \arg \left(\sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j 2\pi b \frac{m}{N}} \right) \quad (2.12)$$

där M är antalet sampel i det valda delintervallet.

Notera att DFTn beräknas för endast en frekvens, och inte för alla ingående frekvenser som brukligt. Detta då DFTn endast används som fasestimator.

Lämpligen väljs längden M på delintervallet på så sätt att de olika delintervallen inte överlappar varandra. Således bör $P \geq M$.

Som sagts tidigare gör begränsningen till 2π i fasskattningarna att frekvensberäkningen enligt 2.5 är mångtydig och beroende av antalet tillagda perioder $n2\pi$. Med ett avstånd P mellan fasskattningarna blir felet i frekvensberäkningen

$$\Delta \hat{\omega}_0 = \frac{\Delta \Phi + 2\pi(n+1)}{PT_s} - \frac{\Delta \Phi + 2\pi n}{PT_s} = \frac{2\pi}{PT_s} = \frac{2\pi f_s}{P} \quad (2.13)$$

För att säkerställa att inget fel uppkommer på grund av osäkerhet i antal hela perioder väljs fyra olika intervall för fasberäkning med olika avstånd P . Det skulle vara tillräckligt med två intervall för att bestämma frekvensen eftersom grovfrekvensen $\hat{\omega}_g$ är tillräckligt bra, men i samband med beräkningen av antalet hela perioder kan det i vissa fall bli fel. Därför används fler intervall för att klara ut eventuella mångtydighetsproblem.

Utgående från ekvation 2.6 och en fasdifferens mellan två delintervall kan ett begynnelsevärde för n , n_0 , beräknas. Kring n_0 kan det finnas andra jämna multipler av 2π som ger frekvenser som passar in i intervallet definierat av ekvation 2.8.

Från möjliga värden på n som har bestämts i närheten av n_0 på ett sådant sätt att 2.11 fortfarande gäller kan nu ett antal olika kandidater till frekvensen $\hat{\omega}_0$ beräknas. Dessa kandidater jämförs med kandidater beräknade med hjälp av andra intervallavstånd P och de kandidater som skiljer minst från varandra ger det sökta resultatet av frekvensen ω_0 genom bildandet av ett medelvärde.

Fasmätning

För att få en bra skattning av frekvensen behövs även en bra skattning av fasläget. Ett fel i skattningen av fasdifferensen ger ett direkt resultat i estimeringen av frekvensen.

$$\Delta\omega = \frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta t} \quad (2.14)$$

vilket efter omvandling till frekvens blir

$$\Delta f = \frac{\Delta(\Delta\varphi)}{2\pi\Delta t} \quad (2.15)$$

Fasfelet vid Diskret Fouriertransform

Fasestimering med hjälp av Diskret fouriertransform ger ett fel i resultatet som är beroende av bland annat frekvensen hos den mätta signalen och fasläget som mäts. Effekterna av detta kommer här att utredas lite närmare.

En M -punkters DFT skrivs som

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j2\pi\frac{k}{M}m} \quad (2.16)$$

Där X är värdet av DFTn för den diskreta frekvensen k och $x[m]$ är signalen på vilken DFTn utförs. Argumentet för $X[k]$ är signalens fasläge för den frekvens som representeras av k .

I det här fallet söks fasläget för en signal vars frekvens tidigare har bestämts grovt med en FFT. Då kan ekvation 2.16 modifieras en aning så att den anpassas för värden på k som stämmer bättre överens med den större noggrannhet som den längre FFTn har. FFTn har N punkter vilket gör att kvoten mellan k och M inte alltid kommer att vara ett heltal och DFTn får ett utseende som nedan.

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j2\pi\frac{k}{N}m} \quad (2.17)$$

Insignalen antas i det här fallet vara en reell sinussignal utan störningar och kan därför skrivas

$$x[m] = \sin\left(2\pi\frac{f}{f_s}m + \gamma\right) = \frac{e^{j2\pi\frac{f}{f_s}m + j\gamma} - e^{-j2\pi\frac{f}{f_s}m - j\gamma}}{2j} \quad (2.18)$$

Ekvation 2.17 och 2.18 blir tillsammans

$$X[k] = \sum_{m=0}^{m-1} \frac{e^{j2\pi\frac{f}{f_s}m} e^{j\gamma} - e^{j2\pi\frac{f}{f_s}m} e^{-j\gamma}}{2j} \cdot e^{-j2\pi\frac{k}{N}m} =$$

$$\frac{1}{2j} \sum_{m=0}^{M-1} e^{j\gamma} e^{j2\pi\left(\frac{f}{f_s} - \frac{k}{N}\right)m} - e^{-j\gamma} e^{-j2\pi\left(\frac{f}{f_s} + \frac{k}{N}\right)m} \quad (2.19)$$

Det är lätt att se att ekvation 2.19 är en geometrisk summa av formen

$$\sum_{m=0}^{M-1} ax^m = a \frac{1-x^M}{1-x}, x \neq 1 \quad (2.20)$$

Med hjälp av 2.20 kan då ekvation 2.19 skrivas om till följande

$$X[k] = \frac{1}{2j} \left(e^{j\gamma} \frac{1 - e^{j2\pi \left(\frac{f-k}{f_s N}\right) M}}{1 - e^{j2\pi \left(\frac{f-k}{f_s N}\right)}} - e^{-j\gamma} \frac{1 - e^{-j2\pi \left(\frac{f+k}{f_s N}\right) M}}{1 - e^{-j2\pi \left(\frac{f+k}{f_s N}\right)}} \right), \frac{k}{N} \neq \frac{f}{f_s} \quad (2.21)$$

Ett intressant fall är även vad som händer när $\frac{k}{N} \rightarrow \frac{f}{f_s}$ vilket är detsamma som att

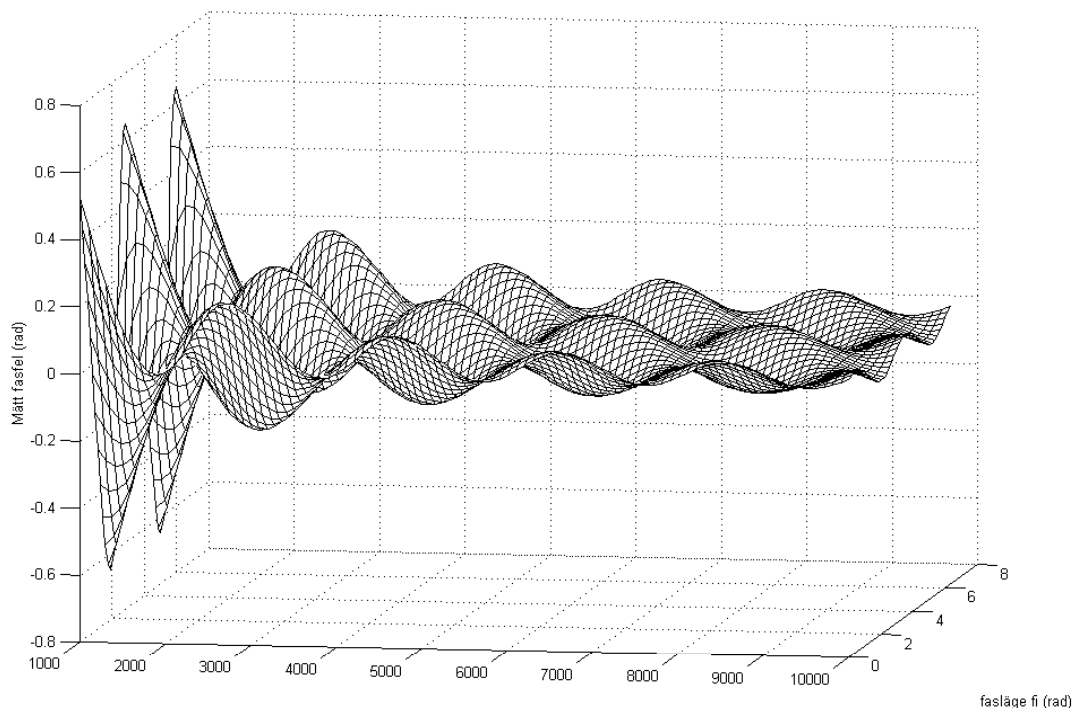
$e^{j2\pi \left(\frac{f-k}{f_s N}\right)} \rightarrow 1$. Detta motsvarar att $x \rightarrow 1$ i ekvation 2.20 vilket resulterar i följande övergång.

$$\lim_{x \rightarrow 1} a \frac{1 - x^M}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} a \frac{-Mx^{M-1}}{-1} = aM \text{ enligt l'Hospitals regler.} \quad (2.22)$$

Sålunda blir

$$X[k] = \frac{1}{2j} \left(e^{j\gamma} M - e^{-j\gamma} \frac{1 - e^{-j4\pi \frac{f}{f_s} M}}{1 - e^{-j4\pi \frac{f}{f_s}}} \right), \text{ för } k = \frac{f}{f_s} N \quad (2.23)$$

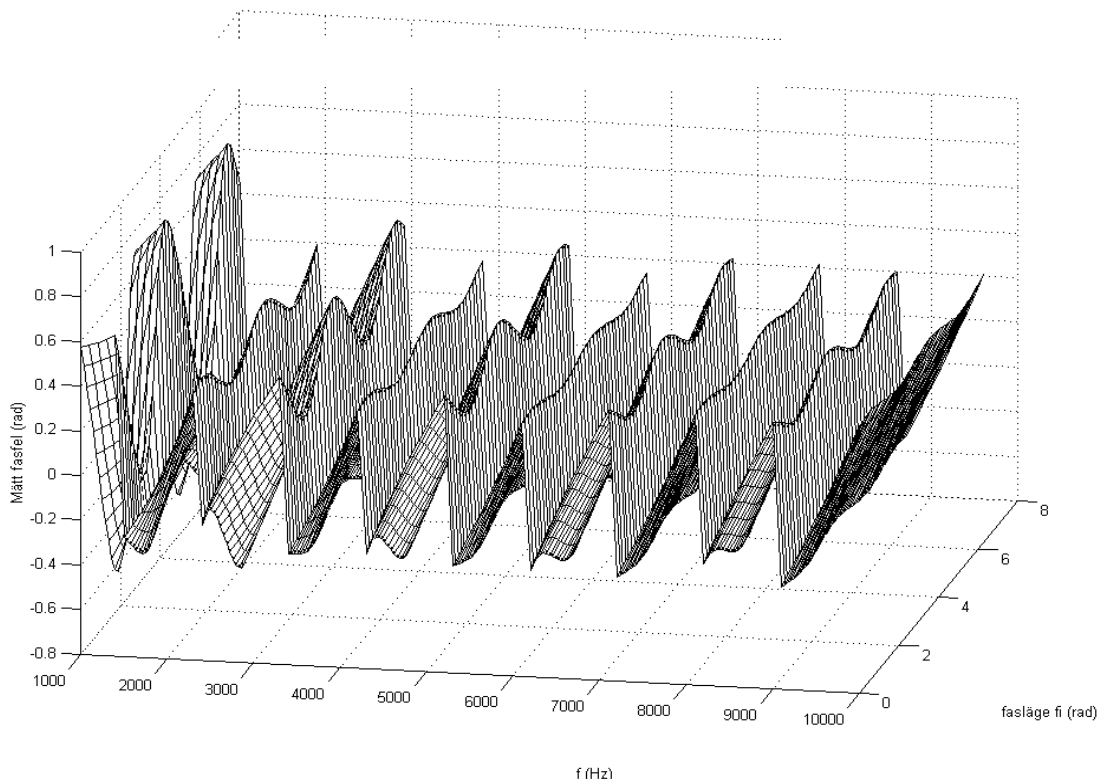
Under förutsättningen att $k = \frac{f}{f_s} N$ skulle felet i fasläge för $X[k]$ få följande utseende beroende på frekvens f och fasvinkel γ .



Figur 2.1 Fasfel som funktion av frekvens och fasvinkel. Värdena är beräknade på 16348 sampel av en sinussignal med frekvens och fasläge motsvarande definitionsaxlarna.

Figuren är skapad med följande förutsättningar. Det totala antalet sampel $N=65536$ (2^{16}), antal sampel som används för fasbestämning $M=16384$ (2^{14}) och sampelfrekvensen $f_s=62,5$ MHz. Fasläget γ för signalen sveps från noll till 2π , och signalfrekvensen varieras från 1 till 10 kHz.

Med antagandet att k pekar ut den frekvens i ett N punkters FFT spektrum som är närmast den sökta frekvensen får figuren det utseende som den har i figur 2.2. Här kan man tydligt se den kvantisering i frekvens som uppkommer på grund av den N punkters FFT som görs för att grovbestämma frekvensen.



Figur 2.2 Fasfel som funktion av frekvens och fasläge. I detta fall har den frekvens som har använts vid fasestimeringen varit kvantiserad till de FFT-steg som är möjliga under de givna förutsättningarna

Utifrån figur 2.1. och 2.2. är det lätt att förledas till att förkasta DFT som ett sätt att mäta faslägen. FASFELN är stora på låga frekvenser. Detta beror på att DFTn har en begränsad längd och den ”utklippta” signalen som används i DFTn i många fall börjar och slutar på värden skilda från noll. För att komma tillrätta med problemen med stora fasfel multipliceras samplen med värden från en speciell viktningsfunktion som börjar och slutar med värdet noll, även kallat fönstring.

En lämplig fönsterfunktion kan vara ett cosinusfönster som har följande utseende när det är anpassat till M punkter.

$$w[m] = a + (1-a) \cos\left(\frac{2\pi\left(m - \frac{M}{2}\right)}{M}\right) = a + (1-a) \frac{e^{j2\pi\left(\frac{m-1}{M-2}\right)} + e^{-j2\pi\left(\frac{m-1}{M-2}\right)}}{2} \quad (2.24)$$

I det fall när $a=0.54$ kallas fönstret ett Hammingfönster, och när $a=0,5$ är det ett Hanningfönster. I den här skriften kommer Hammingfönstret att användas.

DFTn får med fönstring följande utseende:

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m]w[m]e^{-j2\pi\frac{k}{N}m} \quad (2.25)$$

Efter en del tricksande med exponenter och formler fås på samma sätt som ovan följande formel:

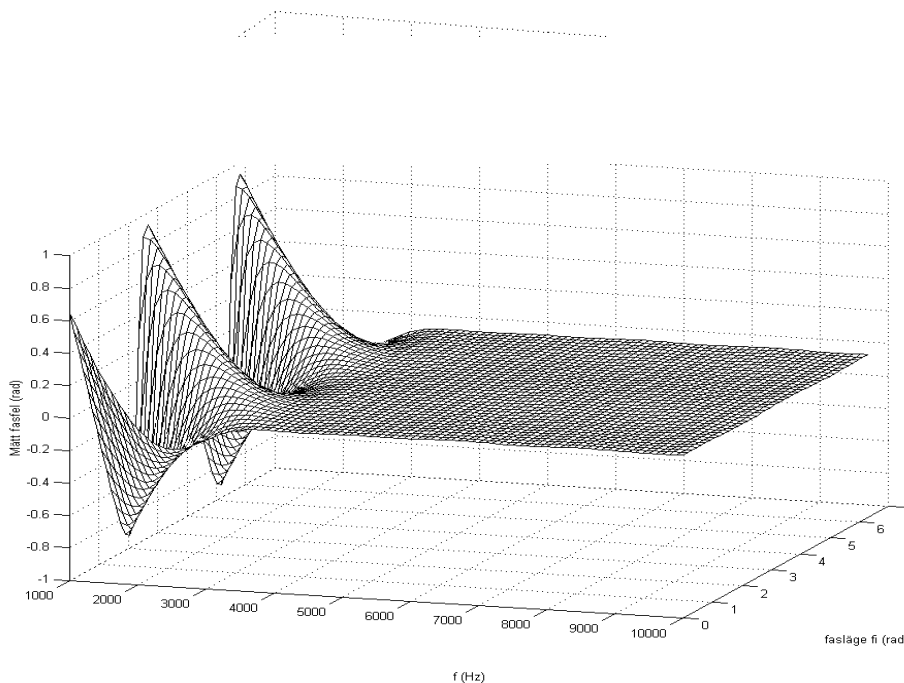
$$\begin{aligned} X[k] = & \frac{a}{2j} \left(\frac{e^{j\gamma} \frac{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k}{f_s N}\right)M}}{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k}{f_s N}\right)}} - e^{-j\gamma} \frac{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k}{f_s N}\right)M}}{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k}{f_s N}\right)}} \right) - \\ & \frac{1-a}{4j} e^{j\gamma} \left(\frac{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k+1}{f_s N+M}\right)M}}{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k+1}{f_s N+M}\right)}} + \frac{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k-1}{f_s N-M}\right)M}}{1-e^{j2\pi\left(\frac{f-k-1}{f_s N-M}\right)}} \right) + \\ & \frac{1-a}{4j} e^{-j\gamma} \left(\frac{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k-1}{f_s N+M}\right)M}}{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k-1}{f_s N+M}\right)}} + \frac{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k+1}{f_s N+M}\right)M}}{1-e^{-j2\pi\left(\frac{f+k+1}{f_s N+M}\right)}} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Om nu $k \rightarrow \frac{f}{f_s} N$ kommer ekvation 2.26 att gå mot

$$\begin{aligned} X\left[\frac{f}{f_s} N\right] = & \frac{a}{2j} \left(e^{j\gamma} M - e^{-j\gamma} \frac{1-e^{-j4\pi\frac{f}{f_s}M}}{1-e^{-j4\pi\frac{f}{f_s}}} \right) - \\ & \frac{1-a}{4j} e^{j\gamma} \left(M e^{-j2\pi\frac{1}{M}} + M e^{j2\pi\frac{1}{M}} \right) + \\ & \frac{1-a}{4j} e^{-j\gamma} \left(\frac{1-e^{-j2\pi\left(2\frac{f}{f_s}-1\right)M}}{1-e^{-j2\pi\left(2\frac{f}{f_s}-1\right)}} + \frac{1-e^{-j2\pi\left(2\frac{f}{f_s}+1\right)M}}{1-e^{-j2\pi\left(2\frac{f}{f_s}+1\right)}} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

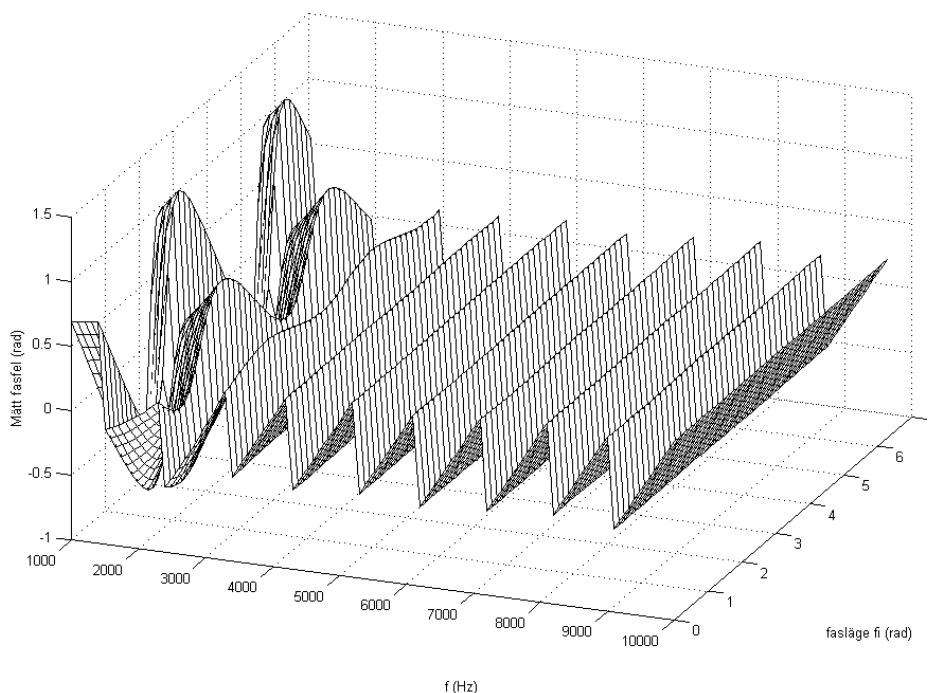
Under samma förutsättningar som de två föregående figurerna beräknas fasfelet med hjälp av ekvation 2.13 och 2.14.

Den första figurens beräkningar bygger på att fasestimeringen har tillgång till den korrekta frekvensen.



Figur 2.3 Fasel som funktion av frekvens och fasläge med ett Hammingfönster som viktfunktion i DFTn

Som synes i figur 2.3 är resultatet avsevärt bättre jämfört med figur 2.1. Fördelen med att vikta sampeldata syns klart. Det kan också konstateras att den initiala insvängningen slutar vid en frekvens som motsvaras av $\frac{4f_s}{N}$. Anledningen till faktorn fyra är att det intervall som fasen mäts på är en fjärdedel av den totala sampelmängden N , och den diskreta Fouriertransformen behöver en hel period av signalen för att ge ett bra resultat.



Figur 2.4 Fasel som funktion av signalens frekvens och fasläge. Här har viktning och kvantiserade frekvenser använts vid fasbestämningen. Även här kan tydligt ses hur kvantiseringen påverkar fasfelet. Till skillnad från figur 2.3 ändras inte fasfelet speciellt mycket beroende på fasläget γ .

Fel i estimerad frekvens uppkommer främst på grund av variationer i fasfelet som är beroende av fasläget. Ett fasoffset som härrör från att grovfrekvensen inte är exakt och som är konstant i förhållande till fasläget påverkar inte frekvensestimaten. Där ligger den stora skillnaden i resultat vid frekvensestimering med eller utan fönstring när fassen mäts med en frekvens som inte är den korrekta som i fallen i figur 2.2 och 2.4.

Fasfelets inverkan på frekvensmätning

Den sökta frekvensen $\hat{\omega}_0$ blir på grund av felet i estimerat fasläge behäftad med ett fel $\Delta\hat{\omega}_0$.

Den estimerade frekvensen med fel kan skrivas

$$\hat{\omega}_0 + \Delta\hat{\omega}_0 = \frac{(\hat{\Phi}_2 + \Delta\hat{\Phi}_2) - (\hat{\Phi}_1 + \Delta\hat{\Phi}_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\hat{\Phi}_2 - \hat{\Phi}_1}{t_2 - t_1} - \frac{\Delta\hat{\Phi}_2 - \Delta\hat{\Phi}_1}{t_2 - t_1} \quad (2.28)$$

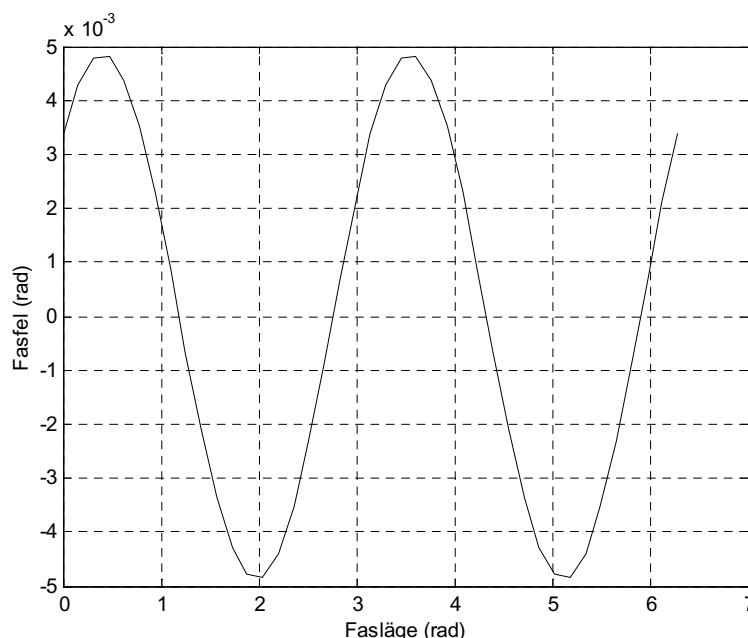
där $\hat{\Phi}_i$ är estimerad fas och $\Delta\hat{\Phi}_i$ är fel i fasestimaten.

Ett intressant mått för felet i frekvensskattningen är standardavvikelsen.

Med antagande om att den insamlade signalens fasläge är likformigt fördelat över intervallet $[0, 2\pi[$ kan en standardavvikelse beräknas för varje frekvens.

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \forall x \in [0, 2\pi[\\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad (2.29)$$

Genom att visuellt studera ett snitt i fasled från figur 2.3 kan antagandet att fasfelet som funktion av fasläge är en sinusfunktion.



Figur 2.5 Fasfel som funktion av fasläge vid frekvensen 10 kHz. Fasfelet är uppenbarligen väldigt lik en sinusfunktion med perioden π . Därför används det antagandet vid beräkning av standardavvikelsen för frekvensfelet.

Med utgångspunkt från fördelningen av fasläget från ekvation 2.29 och kunskapen om att fasfelet är en sinusfunktion kan standardavvikelsen för frekvensfelet beräknas.

I denna implementation av frekvensmätningen görs fyra mätningar av fasläget vid fyra tidpunkter. Dessa har ett inbördes avstånd av $N/4$ sampel vilket i siffror blir 16384 (2^{16}) sampel. Med utgångspunkt från dessa fyra fasestimater kan tre fasdifferenser beräknas vilka har tre olika inbördes avstånd. Gemensamt för de tre fasdifferenserna är att de har den första fasskattningen som referens. De tre fasdifferenserna ger sedan med hjälp av grovskattningen från FFTn upphov till tre frekvensskattningar enligt ekvation 2.5. Dessa tre frekvensskattningar vägs sedan samman till en genom att ett medelvärde beräknas.

Beteckna nu de tre frekvensskattningarnas felfördelning med W_1 , W_2 , respektive W_3 . Medelvärdet får då felfördelningen W enligt nedan.

$$W = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{3} \quad (2.30)$$

Införs nu antagandet om sinusfördelning som har gjorts ifrån figur 2.5 och en ett par variabler som handhar sinusfunktionens amplitud a , antalet perioder b samt den sanna fasskillnaden mellan de båda fasestimaten som ger frekvensskattningen fås:

$$W_i = \frac{a(\sin(bX + k_i) - \sin(bX))}{\Delta t_i} \quad (2.31)$$

Skall variansen för W beräknas så gäller att

$$\text{var}\left(\frac{W_1 + W_2 + W_3}{3}\right) = \frac{1}{9} \text{var}(W_1 + W_2 + W_3) = \frac{1}{9} \text{var}(W) \quad (2.32)$$

Med kunskapen om hur varians beräknas och efter lite räknande och fås att variansen kan skrivas på följande sätt.

$$\text{var}(W) = E[W_1^2] + E[W_2^2] + E[W_3^2] - (E[W_1] + E[W_2] + E[W_3])^2 + 2(E[W_1W_2] + E[W_2W_3] + E[W_1W_3]) \quad (2.33)$$

De olika momenten i ekvation 2.33 beräknas enligt följande

Förstamoment eller medelvärdet av W_i .

$$E[W_i] = E\left[\frac{a(\sin(bX + k_i) - \sin(bX))}{\Delta t_i}\right] = \frac{a}{\Delta t_i} E\left[2 \sin\left(\frac{bX + k_i - bX}{2}\right) \cos\left(\frac{bX + k_i + bX}{2}\right)\right] = \frac{2a}{\Delta t_i} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) E\left[\cos\left(\frac{2bX + k_i}{2}\right)\right] \quad (2.34)$$

vilket under förutsättning att X är likformigt fördelad blir

$$E[W_i] = \frac{2a}{\Delta t_i} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos\left(bx + \frac{k_i}{2}\right) dx = \frac{a}{\pi \Delta t_i} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) \frac{1}{b} \left(\sin\left(2\pi b + \frac{k_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{k_i}{2}\right)\right) = \frac{2a}{\pi b \Delta t_i} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) \sin(\pi b) \cos\left(\pi b + \frac{k_i}{2}\right) \quad (2.35)$$

Andramomentet blir under samma förutsättningar

$$E[W_i^2] = E\left[\left(\frac{a(\sin(bX + k_i) - \sin(bX))}{\Delta t_i}\right)^2\right] = \frac{4a^2}{\Delta t_i^2} \sin^2\left(\frac{k_i}{2}\right) E\left[\cos^2\left(bX + \frac{k_i}{2}\right)\right] =$$

$$\frac{4a^2}{\Delta t_i^2} \sin^2\left(\frac{k_i}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + E\left[\frac{\cos(2bX + k_i)}{2}\right]\right) = \frac{4a^2}{\Delta t_i^2} \sin^2\left(\frac{k_i}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2bx + k_i) dx\right) = (2.36)$$

$$\frac{2a^2}{\Delta t_i^2} \sin^2\left(\frac{k_i}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2\pi b} \sin(2\pi b) \cos(2\pi b + k_i)\right)$$

På liknande sätt fås förstamomentet av produkten

$$E[W_i W_j] = E\left[\frac{a(\sin(bX + k_i) - \sin(bX))}{\Delta t_i} \frac{a(\sin(bX + k_j) - \sin(bX))}{\Delta t_j}\right] =$$

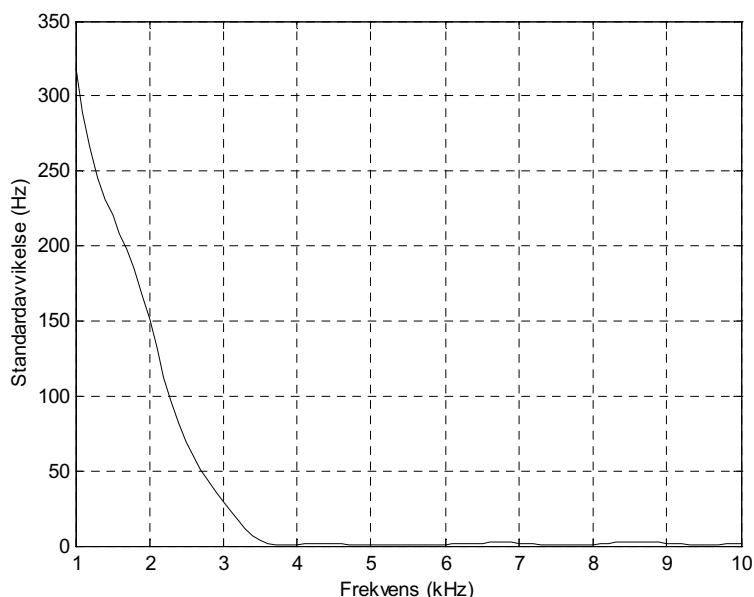
$$\frac{4a^2}{\Delta t_i \Delta t_j} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) \sin\left(\frac{k_j}{2}\right) \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{k_i - k_j}{2}\right) E\left[\cos\left(2bX + \frac{k_i + k_j}{2}\right)\right]\right) \quad (2.37)$$

Efter lite räknande med integraler så fås att

$$E[W_i W_j] = \frac{2a^2}{\Delta t_i \Delta t_j} \sin\left(\frac{k_i}{2}\right) \sin\left(\frac{k_j}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{k_i - k_j}{2}\right) + \frac{1}{2\pi b} \sin(2\pi b) \cos\left(2\pi b + \frac{k_i + k_j}{2}\right)\right) \quad (2.38)$$

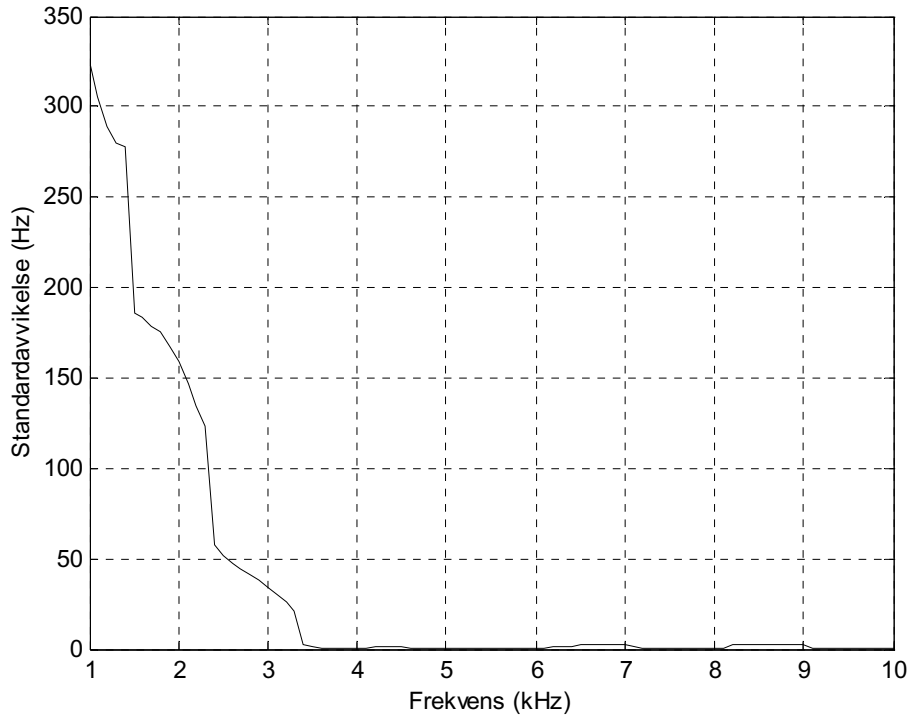
Genom att använda resultatet i 2.35, 2.36 och 2.38 till att sätta in i ekvation 2.33 kan variansen för frekvensfelet beräknas.

Görs en frekvensskattning enligt den metod som har beskrivits med sampelfrekvensen 62,5 MHz och 65536 sampel fås ett frekvensfel som i figur 2.6 under förutsättning att verklig frekvens används som grovfrekvens.



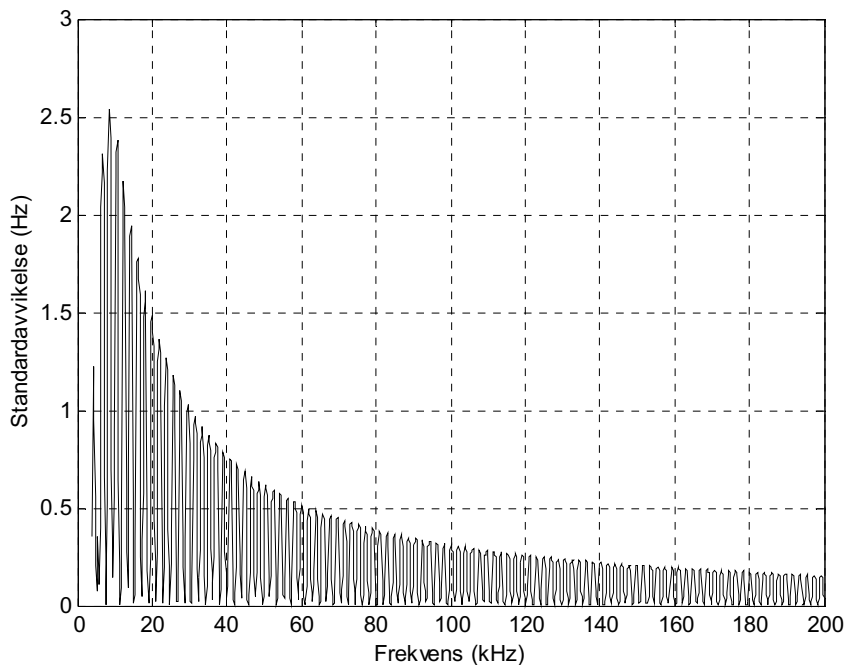
Figur 2.6 Felfrekvensens standardavvikelse som funktion av frekvens. Standardavvikelsen är beräknad utifrån att 216 sampel används. Som synes skenar felet iväg kraftigt för frekvenser under 3,8 kHz. I figuren har verklig frekvens använts för att beräkna "grovfrekvensen"

Används istället en FFT för att skatta grovfrekvensen ändras figuren något på grund av FFTns kvantiseringseffekter i frekvensled och figuren ser ut som nedan.



Figur 2.7 Standardavvikelse för frekvensestimaten. Figuren är gjord under nästan samma förutsättningar som den föregående med undantaget att grovfrekvensen har bestämts med en FFT.

I figur 2.6 och 2.7 syns att frekvensfelen blir oacceptabelt höga när den sökta frekvensen är under 3,8 kHz. Detta är förväntat med tanke på att fasfelen är stora för så låga frekvenser.



Figur 2.8 En förstoring av partiet efter 3,8 kHz. Sampelfrekvensen är 62,5 kHz och antalet sampel 65536. En FFT har använts för att skatta grovfrekvensen. Det syns här hur frekvensfelet avtar exponentiellt med ökad frekvens.

En uppförstoring av området efter 3,8 kHz syns i figur 2.8. Där syns det att frekvensfelet är avtagande med högre frekvens. Detta beror på att DFTerna som används till fasskattningen fungerar bättre när det finns fler perioder att arbeta med och det därigenom blir en större variation i signalen.

Bilaga 3 – Frekvensmätning enligt IEEE-STD-1057

Bakgrund

IEEE-STD-1057 [7] är en standard för digital inspelning av vågformer. För att kunna mäta prestanda hos utrustningen används bland annat algoritmer för att bestämma ett antal parametrar hos en samplad sinussignal i brus. Två algoritmer beskrivs som estimerar tre eller fyra parametrar. Den parameter som skiljer är frekvensvärdet varför denna skrift kommer att koncentreras på metoden med fyra parametrar. Algoritmerna ger enligt Händel [8] ett estimat av signalens frekvens som ligger nära Cramér-Rao-gränsen.

Då lägesbestämningsmetoder som bygger på frekvensvariationer hos den mottagna signalen (DDOA och FDOA) behöver en noggrann frekvensmätning är då denna metod värd att studera ur det perspektivet.

Algoritmen för bestämmande av fyra parametrar presenteras i [7] med två varianter, en som bygger på matrisberäkningar och en som arbetar utan. I den här bilagan studeras den matrisbaserade varianten lite närmare.

Metoden är iterativ och söker sig därmed fram till resultatet. Den behöver liksom PIE ett hyfsat startestimat för att konvergera till ett bra slutresultat.

En kort beskrivning av metoden

Antag att vi har en signal

$$y(t) = \alpha \sin(\omega t + \phi) + C \quad (3.1)$$

Denna signal samplas vid vissa tidpunkter t_1, t_2, \dots, t_N och ger då motsvarande sampel y_1, y_2, \dots, y_N .

Dessa sampel kan också skrivas på ett annat sätt

$$y_n[A, B, C, \omega] = A \cos(\omega t_n) + B \sin(\omega t_n) + C \quad (3.2)$$

där $A = \alpha \sin(\phi)$ och $B = \alpha \cos(\phi)$.

Då en av de eftersökta parametrarna är ω blir ekvationssystemet olinjärt. Detta kan till viss del lösas genom att göra en Taylorutveckling kring en antagen frekvens. Ekvation 3.2 övergår då till ekvation 3.3.

$$y_n[\boldsymbol{\theta}] \approx A \cos(\hat{\omega}_i t_n) + B \sin(\hat{\omega}_i t_n) + C - A t_n \Delta \omega_i \sin(\hat{\omega}_i t_n) + B t_n \Delta \omega_i \cos(\hat{\omega}_i t_n) \quad (3.3)$$

där

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ \Delta \omega_i \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ekvation 3.3 är inte heller den linjär, men om antagandet att $\Delta\omega_i$ är nära noll görs så är linjäritet ett befogat följdantagande. Sätts dessutom värden från A och B in som kommer från en tidigare iteration så blir ekvationen linjär med avseende på komponenterna i x. Med insamlad data kan nu följande överbestämda ekvationssystem sättas upp.

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{D}}_i \mathbf{x}_i \quad (3.5)$$

Där matrisen $\hat{\mathbf{D}}_i$ har storleken Nx4 och sätts upp enligt följande.

$$\hat{\mathbf{D}}_i = \begin{bmatrix} \cos(\hat{\omega}_i t_1) & \sin(\hat{\omega}_i t_1) & 1 & -\hat{A}_{i-1} t_1 \sin(\hat{\omega}_i t_1) + \hat{B}_{i-1} t_1 \cos(\hat{\omega}_i t_1) \\ \cos(\hat{\omega}_i t_2) & \sin(\hat{\omega}_i t_2) & 1 & -\hat{A}_{i-1} t_2 \sin(\hat{\omega}_i t_2) + \hat{B}_{i-1} t_2 \cos(\hat{\omega}_i t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\hat{\omega}_i t_N) & \sin(\hat{\omega}_i t_N) & 1 & -\hat{A}_{i-1} t_N \sin(\hat{\omega}_i t_N) + \hat{B}_{i-1} t_N \cos(\hat{\omega}_i t_N) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Nu kan en iterativ process köras som så småningom ger ett estimat.

Varje iteration utför grovt sett följande tre steg

I. Beräkna ett frekvensestimä

$$\hat{\omega}_i = \hat{\omega}_{i-1} + \Delta\hat{\omega}_{i-1}$$

II. Skapa en matris \mathbf{D} enligt ekvation 3.6.

III. Lös ekvationen

$$\hat{\mathbf{x}}_i = (\hat{\mathbf{D}}_i^T \hat{\mathbf{D}}_i)^{-1} \hat{\mathbf{D}}_i^T \mathbf{y} \quad (3.7)$$

Det tillkommer ett villkor för att bestämma när iterationerna ska avbrytas, förslagsvis när förändringen i den sökta frekvensen är mindre än ett förutbestämt tröskelvärde.

Utöver iterationerna behövs även ett inledande estimat av frekvensen $\hat{\omega}_0$ samt \hat{A}_0 och \hat{B}_0 . Dessa kan till exempel skattas med hjälp av en FFT. Frekvenssteget $\Delta\hat{\omega}_0$ sätts inledningsvis till 0.

Bilaga 4 – Beräkningskrav IEEE-STD och PIE

I denna bilaga jämförs frekvensskattning med metoden som beskrivs i IEEE-std-1057 med PIE utifrån beräkningskrav. Jämförelsen beaktar endast antalet operationer som används av de båda metoderna och fäster inget större avseende vid den praktiska implementationen.

IEEE-Std

Studeras antalet beräkningar som krävs för att åstadkomma ett frekvensestimater blir det enligt följande.

Varje rad i matrisen \mathbf{D} innehåller en cosinus och en sinus beräkning, eftersom dessa kan återanvändas.

$\hat{\omega}_i t_n$ beräknas en gång för varje rad och återanvänds sedan, vilket ger en multiplikation.

Skrivs den sista kolumnen om enligt nedan sparas en multiplikation

$$- \hat{A}_{i-1} t_n \sin(\hat{\omega}_i t_n) + \hat{B}_{i-1} t_n \cos(\hat{\omega}_i t_n) = t_n (\hat{B}_{i-1} \cos(\hat{\omega}_i t_n) - \hat{A}_{i-1} \sin(\hat{\omega}_i t_n))$$

och resultatet blir en subtraktion och tre multiplikationer.

Totalt kräver uppställningen av en matris med N rader $2N$ trigonometriska operationer, N subtraktioner och $4N$ multiplikationer.

Ekvationslösningen involverar matrisoperationer, främst multiplikationer vilka består av additioner och multiplikationer av skalärer. Den inledande multiplikationen $\hat{\mathbf{D}}_i^T \hat{\mathbf{D}}_i$ multiplicerar en $4 \times N$ matris med en $N \times 4$ och kräver sålunda $4 \cdot 4 \cdot N = 16N$ additioner och multiplikationer. Multiplikationen $\hat{\mathbf{D}}_i^T \mathbf{y}$ är en $4 \times N$ matris med en $N \times 1$ vektor och resulterar i $4N$ multiplikationer och additioner. Slutligen görs en multiplikation mellan en inverterad 4×4 matris och en 4×1 , vilket kräver $4 \cdot 4 = 16$ multiplikationer och additioner. Totalt tar beräkningen av (3.7) $20N + 16$ additioner och multiplikationer om inte invertering av en matris inräknas.

Ett steg i iterationen innehåller då grovt räknat

- $2N$ trigonometriska operationer
- $21N + 16$ additioner – här räknas subtraktion och addition lika.
- $24N + 16$ multiplikationer.

Detta ska sedan multipliceras med antalet steg som görs i iterationen innan ett godkänt resultat har nåtts.

PIE

Metoden PIE i sig är inte speciellt beräkningskrävande då den arbetar med fasdifferenser varför denna skrift kommer att fokusera på fasmätningen.

Antag att en fasmätning görs på fyra segment i en serie sampel. Dessa segment har en längd som är en fjärdedel av det totala sampelsegmentet. Fasmätningen görs med hjälp av en DFT enligt nedan.

$$\hat{\phi} = \arg \left(\sum_{m=0}^{M-1} y[m] e^{-j2\pi \frac{k}{N} m} \right) = \arg \left(\sum_{m=0}^{M-1} y[m] \left(\cos \left(2\pi \frac{k}{N} m \right) - j \sin \left(2\pi \frac{k}{N} m \right) \right) \right) \quad (4.1)$$

där k/N är en av tidigare grovfrekvensestimering utpekad frekvens.

Delas DFTn i en real och imaginärdel krävs $2M$ trigonometriska operationer, $2M+2M$ multiplikationer, M divisioner och $2M$ additioner.

Görs sedan fyra fasestimeringar kommer dessa att alltid utgå från samma referens, varför de trigonometriska operationerna bara behöver beräknas en gång vilket ger

- $2M$ trigonometriska operationer
- $4*2M+2M=10M$ multiplikationer
- M divisioner
- $4*2M=8M$ additioner

Till detta kommer en bestämning av fasläget

$$\hat{\phi} = \arg(Y[k]) = \text{sgn}(\text{Im}(Y[k])) \arccos\left(\frac{\text{Re}(Y[k])}{\sqrt{\text{Re}(Y[k])^2 + \text{Im}(Y[k])^2}}\right) \quad (4.2)$$

Vilket innehåller en invers trigonometrisk funktion och en kvadratrots som tunga delar.

Antas nu $M=N/4$ fås att PIE kräver

- $N/2$ trigonometriska operationer
- $2,5N$ multiplikationer
- $N/4$ divisioner
- $2N$ additioner

vilket är avsevärt mindre än IEEE-algoritmen.

Båda metoderna kräver ett inledande frekvensestimat för att fungera. Rent beräkningsmässigt är PIE med DFT som fasmätningssalgorithm den minst krävande. Noggrannheten hos estimatet är dock bättre med IEEE-algoritmen. PIE har en teoretisk gräns som ungefär är $4/3$ av Cramér-Rao-gränsen, emedan IEEE-algoritmen uppfyller CR-gränsen.

Om faktiska förhållanden undersöks och följande parametrar anges

$$N=65536$$

$$f_s=62,5 \text{ MHz}$$

$$\text{SNR}=0 \text{ dB}$$

fås att PIE har en teoretisk gräns på 2,4 Hz medan den teoretiska för frekvensbestämning och sålunda även för IEEE-algoritmen är 2,1 Hz.

