

Ulrika Ahnström, Johan Falk

Utvärdering av metoder för tidsdifferensestimering ur ett telekrigsperspektiv

TOTALFÖRSVARETS FORSKNINGSINSTITUT

Ledningssystemteknik

Box 1165

581 11 Linköping

FOI-R--0335--SE

December 2001

ISSN 1650-1942

Metodrapport

Ulrika Ahnström, Johan Falk

Utvärdering av metoder för tidsdifferensestimering ur ett telekrigsperspektiv

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Ledningssystemteknik Box 1165 581 11 Linköping	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0335--SE	Klassificering Metodrapport
	Forskningsområde 6. Telekrig	
	Månad, år December 2001	Projektnummer E77424
	Verksamhetsgren 5. Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 61 Telekrigföring med EM-vapen och skydd	
	Författare/redaktör Ulrika Ahnström Johan Falk	
Projektledare Rolf Gustavsson		Godkänd av Stefan Ahlgren
Uppdragsgivare/kundbeteckning FMV		Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Johan Falk
Rapportens titel Utvärdering av metoder för tidsdifferensestimering ur ett telekrigsperspektiv		
Sammanfattning (högst 200 ord) Vid riktningsbestämning genom TDOA-estimering beräknas tidsdifferensen för en signal mottagen i två synkrona mottagarkanalerna kopplade till var sin antenn vilka är spatialt separerade. De båda mottagna signalerna korreleras och tidsdifferensmätningen kan göras antingen i tidsplanet eller i frekvensplanet. Simuleringar har gjorts med syfte att jämföra de båda metoderna avseende skattningsnoggrannhet. Skattningsresultat i frekvensdomän ger bäst resultat för smalbandiga signaler men för bredare signaler ger skattningsresultat i tidsdomän bäst resultat. Simuleringarna har även visat att skattningsresultatet kan förbättras genom medelvärdesbildning samt genom frekvensfiltrering vid skattningsresultat i tidsdomän eller riktningsfiltrering vid skattningsresultat i frekvensdomän. Skattningsresultatet påverkas även av signalbandbredden, ju bredare signal desto bättre skattningsresultat. Även ökad datalängd ger bättre resultat.		
Nyckelord TDOA, korrelation, riktningsbestämning, tidsdifferensmätning		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 53 s.	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista Sekretess	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Command and Control Warfare Technology P.O. Box 1165 SE-581 11 Linköping	Report number, ISRN FOI-R--0335--SE	Report type Methodology report
	Research area code 6. Electronic Warfare	
	Month year December 2001	Project no. E77424
	Customers code 5. Contracted Research	
	Sub area code 61 Electroninc Warfare, Electromagnetic Weapons	
Author/s (editor/s) Ulrika Ahnström Johan Falk	Project manager Rolf Gustavsson	
	Approved by Stefan Ahlgren	
	Sponsoring agency FMV	
	Scientifically and technically responsible Johan Falk	
Report title (In translation) Tools for time difference estimation in electronic warfare		
Abstract (not more than 200 words) In TDOA-based direction finding a signal is received by two synchronous spatially separated antennas. The two received signals are correlated and the TDOA-estimation can be done in time domain as well as in frequency domain. Simulations have been done to compare the two methods concerning estimation precision. The simulations shows that for narrow signal bandwidth estimation in frequency domain gives the best result. For great signal bandwidth the best estimation is done in time domain. The simulations also shows that the estimation result can be improved by averaging and by frequency domain filtering for time domain estimation or by direction filtering for frequency domain estimation. The estimation performance also depends on signal bandwidth, the estimation improves with increasing bandwidth. The estimation is also improved as the datalength grows.		
Keywords TDOA, correlation, direction finding		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 53 p.	
	Price acc. to pricelist Security classification	

Innehållsförteckning

1	Inledning	11
1.1	Bakgrund	11
1.2	Syfte	11
1.3	Disposition	12
2	Definitioner och antaganden	13
3	Riktningsbestämning genom TDOA-estimering	15
3.1	Förhållandet mellan TDOA och ankomstvinkeln	15
3.2	Antennseparationens betydelse	15
3.3	Synkronisering	17
4	TDOA-estimering med hjälp av korrelation	19
4.1	Skattning i tidsdomän med hjälp av triple parabolic interpolation	21
4.2	Skattning i frekvensdomän med minsta kvadrat- metoden	23
5	Medelvärdesbildning	25
5.1	Sammanvägning av delsignaler	25
5.2	Antal medelvärdesbildningar och FFT-längd	27
5.3	Överlapp	27
6	Filtrering	31
6.1	Frekvensdomänfiltrering	31
6.2	Riktningsfiltrering	31
6.2.1	Val av fönsterbredd och fönstertyp	33
6.2.2	För vilka SNR lönar sig riktningsfiltreringen?	33
7	Infallsvinkelns betydelse för kvalitén på skattningen	37
8	Signalbandbreddens betydelse för kvalitén på skattningen	41
9	Datalängdens betydelse för kvalitén på skattningen	45
10	Fastställande av suboptimal algoritm	49
11	Slutsatser och diskussion	51

Notationslista

TDOA	Time Difference of Arrival	Ankomsttidsskillnad
AWGN	Additive White Gaussian Noise	Additivt vitt gaussiskt brus
CCF	Cross Correlation Function	Korskorrelationsfunktion
CSD	Cross Spectral Density	Korsspektraltäthet
DFCCF	Direction Filtered Cross Correlation Function	Riktningsfiltrerad korskorrelationsfunktion
DFCSD	Direction Filtered Cross Spectral Density	Riktningsfiltrerad korsspektraltäthet
FFT	Fast Fourier Transform	
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform	
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying	Fyrfasskiftad modulation
SNR	Signal to Noise Ratio	Signal-brus förhållande
TPI	Triple Parabolic Interpolation	Andragsrads parabolisk interpolation

Kapitel 1

Inledning

För att skapa en liten, snabbgrupperad taktisk signalspaningsenhet kan TDOA-baserad pejling användas då den största fördelen är minskad antenntkomplexitet (från 4 element till 1 element per enhet). Nackdelar som bör nämnas är behovet av hög noggrannhet i synkronisering och hög länkkapacitet mellan enheterna, samt att en ensam enhet inte har någon pejlkapacitet.

Denna rapport riktar sig mot kommunikationssignaler. De simuleringar som presenteras visar att TDOA-baserad pejling har stora fördelar mot traditionella pejlmeter då det gäller att upptäcka och riktningsbestämma bredbandiga smygssignaler vid lågt SNR.

1.1 Bakgrund

Traditionellt används TDOA-baserad pejling för inmätning av bredbandiga RADAR-signaler. De metoder som används för mätning mot RADAR- respektive kommunikationssignaler skiljer sig dock väsentligt åt. Riktningsbestämning av smalbandiga kommunikationssignaler med högt SNR hanteras väl av traditionella pejlmeter. Moderna smyggradiosignaler tillämpar effektanpassning och bandspridning vilket ger mycket låga SNR i signalspaningsmottagaren. TDOA-baserad pejling som använder korrelation har visat sig vara ett alternativ som klarar av att både upptäcka och riktningsbestämma signaler i lågt SNR då det är signalens hela energi som är viktig (inte dess effekt/Hz), dvs en bredbandig signal med lågt SNR kan jämföras med en smalbandig signal med högt SNR.

I [1] visas genom mätningar på kortvåg (kring 9 MHz) att tekniken med TDOA-baserad pejling fungerar i praktiken.

1.2 Syfte

Denna rapport behandlar tidsdifferensmätning med en metod som bygger på korrelation mellan signaler från två synkrona mottagarkanalerna som är kopplade till spatialt separerade antenner. Tidsdifferensmätningen kan göras antingen i tidsplanet eller i frekvensplanet. Syftet med rapporten är att genom simuleringar jämföra de båda metoderna avseende noggrannhet vid skattning av tidsdifferensen samt undersöka hur skattningsresultatet kan förbättras genom medelvärdesbildning och filtrering.

1.3 Disposition

I *kapitel 2* presenteras definitioner, antaganden och begränsningar.

Kapitel 3 beskriver hur TDOA kan användas för riktningsbestämning, samt hur olika faktorer som antennseparation, synkronisering och osäkerhet i antennernas position påverkar resultatet.

I *kapitel 4* beskrivs hur korrelation kan användas för estimering av TDOA i tids- och frekvensdomän.

I *kapitel 5* diskuteras hur skattningen kan förbättras genom medelvärdesbildning och hur medelvärdesbildningen ska göras för bästa resultat.

Kapitel 6 beskriver hur filtrering i tids- respektive frekvensplanet kan användas för att öka SNR och därmed förbättra skattningen.

I *kapitel 7* diskuteras hur resultatet påverkas av tidsfördröjningen, Δ , mellan de båda mottagna signalerna.

I *kapitel 8* diskuteras hur signalbandbredden påverkar resultatet.

I *kapitel 9* används resultaten från de tidigare kapitlen och en algoritm med god prestanda för skattning i tids- respektive frekvensdomän tas fram.

Kapitel 10 innehåller de slutsatser som kan dras utifrån simuleringsresultaten samt en diskussion kring arbetet och förslag på förbättringar.

Kapitel 2

Definitioner och antaganden

Tidsdifferensen, TDOA, för en signal mottagen i två mottagarsystem bestäms och följande komplexa signalmodell används,

$$\begin{aligned} x_1[n] &= s_1[n] + z_1[n] \\ x_2[n] &= s_2[n] + z_2[n] = s_1[n + \Delta] + z_2[n] \quad : n = 0 \dots N - 1 \end{aligned} \quad (2.1)$$

där brustermerna $z_1[n]$ och $z_2[n]$ är oberoende vitt gaussiskt brus. Signalen $s_1[n]$ antas vara aktiv och aperiodisk under hela insamlingstiden.

För att underlätta simuleringar och slutsatser antas signalens bandbredd och centerfrekvens vara kända. Signalernas bandbredd mäts där effekten sjunkit 10 dB från största värdet och anges i procent av mottagarens bandbredd (samplingsfrekvensen). Om inget annat anges används en offset-QPSK signal modulerad med brus som nyttsignal.

Det SNR som anges är $\frac{\text{signalenergi}}{\text{brusenergi}}$ inom signalens 10dB-bandbredd.

Kapitel 3

Riktningsbestämning genom TDOA-estimering

I detta kapitel ges en kort introduktion till TDOA-estimering och hur TDOA kan användas för riktningsbestämning. Med riktningsbestämning avses skattning av azimuthvinkeln, dvs elevationsvinkeln antas vara noll och kompassriktning i planet bestäms.

3.1 Förhållandet mellan TDOA och ankomstvinkeln

Den tvådimensionella situationen med en elektromagnetisk våg som tas emot med hjälp av två spatialt separerade antenner visas i figur 3.1. De båda antennerna tar emot signalerna $s_1[n]$ och $s_2[n]$ där $s_2[n] = s_1[n + \Delta]$. Gångvägsskillnaden, Δs , från signalkällan till antenn 2 jämfört med vägen till antenn 1 ges av

$$\Delta s = c \cdot \Delta t = \frac{c \cdot \Delta}{f_s} \quad (3.1)$$

där c är ljushastigheten, f_s är samplingsfrekvensen och Δ är tidsförskjutningen i sampel mellan de båda signalerna $s_1[n]$ och $s_2[n]$.

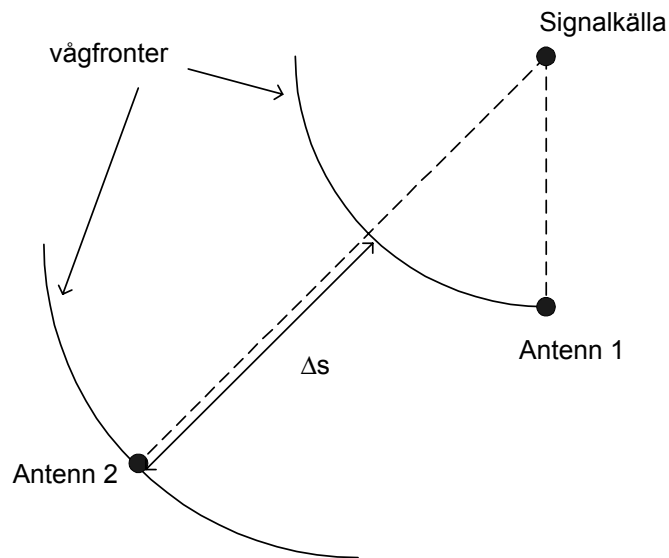
Om avståndet mellan sändare och mottagare antas vara mycket större än avståndet mellan de båda mottagarantennerna kan en modell med plana vågor användas, se figur 3.2. Geometrin ger att $\Delta s = d \sin(\varphi)$ vilket tillsammans med (3.1) ger följande uttryck för ankomstvinkeln φ

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{c \cdot \Delta}{f_s \cdot d}\right). \quad (3.2)$$

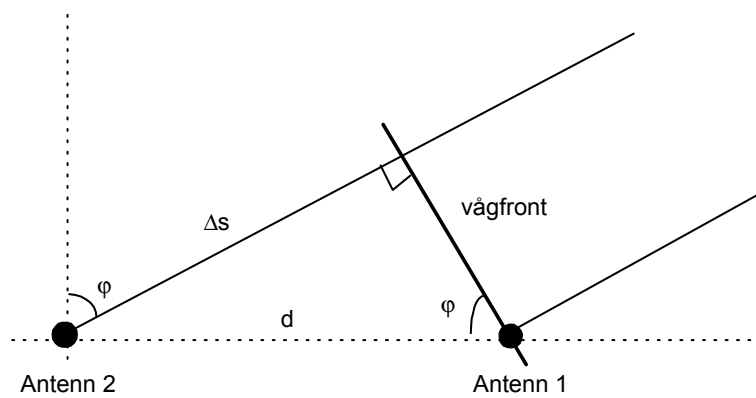
Eftersom signalen tas emot med endast två mottagare kommer de båda vågorna i figur 3.3 ge samma tidsskillnad. För att kunna skilja på de två olika fallen krävs tre eller fler mottagarantennerna.

3.2 Antennseparationens betydelse

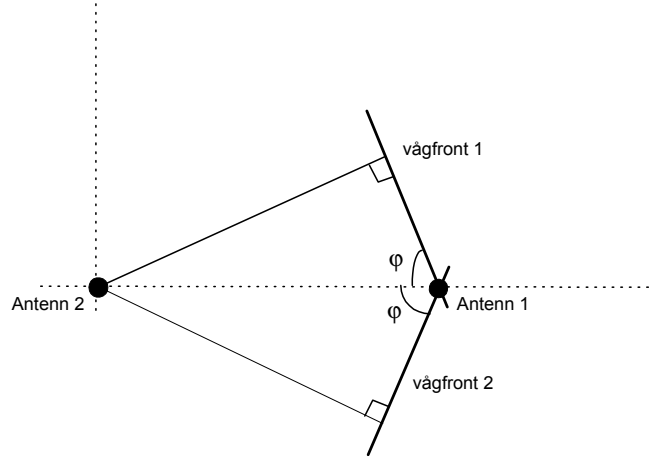
Vid TDOA-estimeringen uppstår ett fel på grund av brusiga signaler och ändligt data dvs



Figur 3.1: Avståndet Δs mellan två vågfronter som tas emot samtidigt av de båda antennerna kan uttryckas som $\Delta s = \frac{c \cdot \Delta}{f_s}$.



Figur 3.2: Ankomstvinkeln φ kan beräknas ur $\varphi = \arcsin\left(\frac{c \cdot \Delta}{f_s \cdot d}\right)$.



Figur 3.3: De båda vågorna ovan kommer att ge samma tidsskillnad.

$$\hat{\Delta} = \Delta + \varepsilon_a$$

där $\hat{\Delta}$ anger skattningen av den sanna tidsskillnaden Δ och ε_a anger skattningsfelet. Eftersom vi i vår datamodell antagit att de mottagna signalerna är lika starka i de båda antennerna är felet som framträder i simuleringarna oberoende av avståndet mellan antennerna.

För ett specifikt fel $\tilde{\varepsilon}_a$, uttryckt i antal sampel, fås vinkelfelet

$$\tilde{\varphi} = \arcsin\left(\frac{c \cdot (\Delta + \tilde{\varepsilon}_a)}{f_s \cdot d}\right) - \arcsin\left(\frac{c \cdot \Delta}{f_s \cdot d}\right). \quad (3.3)$$

Vi ser att vinkelfelet $\tilde{\varphi} \rightarrow 0$ om $d \rightarrow \infty$, dvs stort avstånd mellan antennerna ger mindre vinkelfel för ett specifikt estimeringsfel.

3.3 Synkronisering

En annan felkälla vid TDOA-estimering är synkroniseringsfel mellan mottagarkanalerna. Låt ε_s ange skattningsfelet som orsakas av synkroniseringsfel. Skattningen av tidsskillnaden Δ ges då av

$$\hat{\Delta} = \Delta + \varepsilon_s.$$

För ett specifikt synkroniseringsfel $\tilde{\varepsilon}_s$, uttryckt i antal sampel, fås vinkelfelet

$$\tilde{\varphi} = \arcsin\left(\frac{c \cdot (\Delta + \tilde{\varepsilon}_s)}{f_s \cdot d}\right) - \arcsin\left(\frac{c \cdot \Delta}{f_s \cdot d}\right). \quad (3.4)$$

Vi ser att vinkelfelet $\tilde{\varphi} \rightarrow 0$ om $d \rightarrow \infty$, dvs ett stort antennavstånd minskar effekten av synkroniseringsfelet.

Vi har antagit att inget synkroniseringsfel förekommer i vidare simuleringar.

Kapitel 4

TDOA-estimering med hjälp av korrelation

I detta kapitel beskrivs hur korrelation kan användas vid skattning av tidsdifferenser. Korskorrelationsfunktionen för två komplexa och tidsdiskreta brusfria signaler med begränsad effekt över ändlig tid ges av

$$CCF(k) = \sum_{i=0}^{N-1} s_1^*[i] s_2[k+i] \quad (4.1)$$

där $(\cdot)^*$ anger komplexkonjugat och CCF är en förkortning av det engelska uttrycket *Cross-Correlation Function*. Korskorrelationen mäter överensstämmelsen mellan signalerna $s_1[i]$ och $s_2[i]$ och får en topp för det k som motsvarar Δ avrundat till närmaste heltal,

$$\hat{\Delta} = \max_k CCF(k). \quad (4.2)$$

Högre upplösning kan fås genom TPI (kapitel 4.1), se även figur 4.1.

Genom att fouriertransformera korskorrelationsfunktionen fås korsspektraltätheten, CSD (*Cross Spectral Density*). Om $Z[m]$, $X[m]$ och $Y[m]$ betecknar diskreta fouriertransformerna av $z[n]$, $x[n]$ samt $y[n]$ så gäller följande samband, [2]:

$$z[n] = \sum_{i=0}^{N-1} x^*[i] y[n+i] \implies Z[m] = X^*[m] Y[m] \quad (4.3)$$

Det betyder att CSD'n kan beräknas som en multiplikation mellan fouriertransformerna för de båda mottagna signalerna, se figur 4.2. Signalerna fönstras för att minska effekterna av läckage och nollinbakas till dubbel längd på grund av cyklisk faltning, se [3].

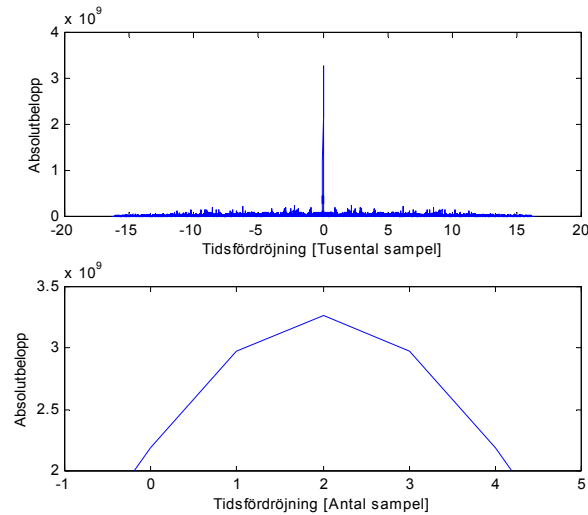
Då signalerna tas emot utan brus samt är komplexa och tidsdiskreta gäller:

$$s_2[n] = s_1[n + \Delta] \implies S_2[m] = e^{j2\pi m \Delta/N} S_1[m] \quad (4.4)$$

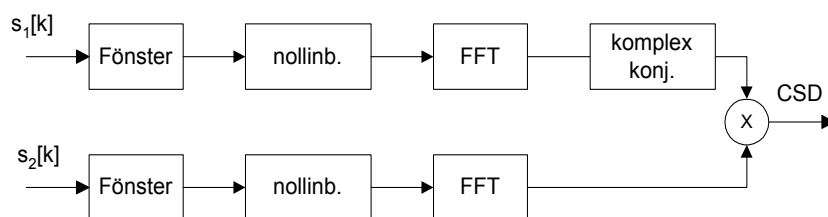
$$\begin{aligned} CSD[m] &= S_1[m] S_2^*[m] = S_1[m] S_1^*[m] e^{-j2\pi m \Delta/N} = \\ &= |S_1(m)|^2 e^{-j2\pi m \Delta/N} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$abs(CSD[m]) = |S_1(m)|^2 \quad (4.6)$$

$$\arg(CSD[m]) = \arg(|S_1[m]|^2 e^{-j2\pi m \Delta/N}) = -2\pi \frac{m}{N} \Delta \quad (4.7)$$

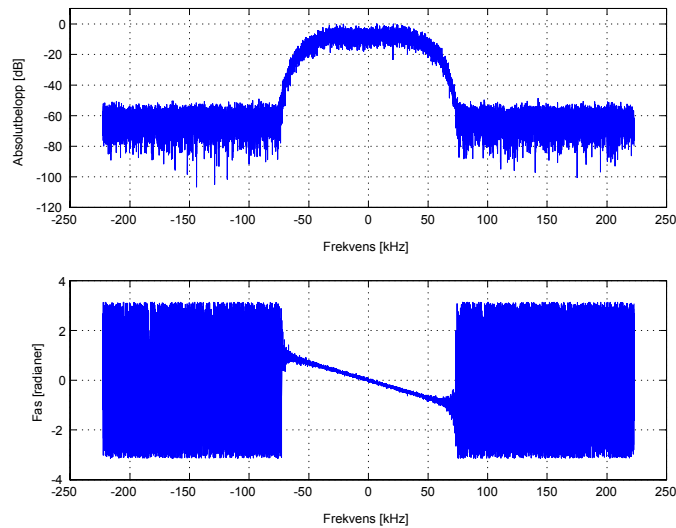


Figur 4.1: Korskorrelationsfunktionen för en signal med bandbredd 25% och $\Delta = 2$ sampel, $SNR=50$ dB. Den nedre plotten visar att korrelationen är störst för tidsfördröjningen 2 sampel.



Figur 4.2: Korsspektraltätheten kan beräknas som en multiplikation mellan fouriertransformerna för de mottagna signalerna.

Absolutbeloppet av CSD'n visar alltså hur signalenergin fördelats över de olika frekvenskomponenterna och fasen kommer att vara linjär med lutning $-2\pi\Delta/N$ för de frekvenser där signalen finns, se figur 4.3.



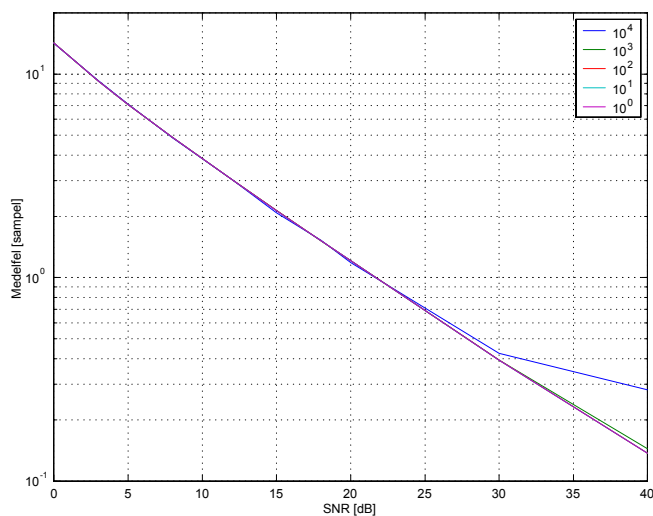
Figur 4.3: Korsspektraltätheten för en signal med bandbredd 25% och $\Delta = 2$ sampel. Tidsdifferensen Δ kan bestämmas ur faskurvans lutning inom signalens bandbredd.

Tidsdifferensen Δ kan alltså bestämmas i både tidsdomän och frekvensdomän. I tidsdomän bestäms det läge för vilket korskorrelationsfunktionen har sitt maximum och i frekvensdomän bestäms lutningen hos korsspektraltäthetens faskurva. Notera att Δ oftast inte är ett heltal. Kvalitén på skattningen beror inte bara på bruset och hur det undertrycks. Resultatet påverkas även av signalbandbredden och TDOA. I de följande kapitlen visas hur kvalitén på skattningen beror på olika faktorer samt hur den kan förbättras genom medelvärdesbildning och filtrering.

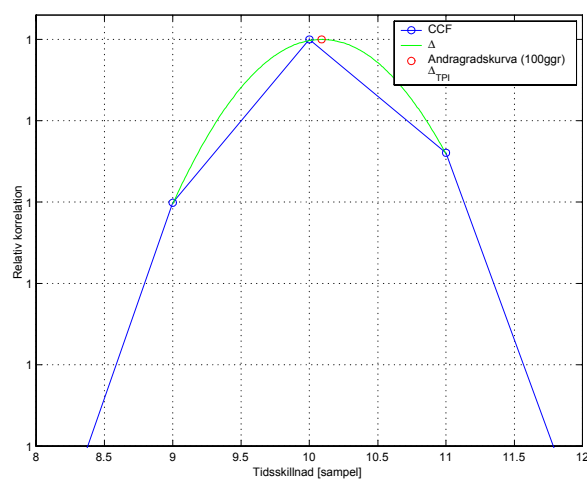
4.1 Skattning i tidsdomän med hjälp av triple parabolic interpolation

I (4.2) ses att upplösningen på $\hat{\Delta}$ är begränsad till $\frac{1}{f_s}$ vilket resulterar i ett medelestimeringsfel på $\frac{1}{2f_s}$ även för höga SNR. I litteraturen nämns flera metoder för att öka upplösningen av CCF. Metoderna ger liknande resultat och vi har valt att använda triple parabolic interpolation (TPI), [4].

Principen för TPI är att anpassa ett andragradspolynom till tre punkter. De punkter som väljs är den som pekas ut av (4.2) samt de två närliggande punkterna. En andragradskurva skapas innehållande fler än de tre ursprungliga punkterna. I figur 4.4 ses att en interpolationsfaktor om ca 100 ggr (300 punkter) ger bäst resultat. Notera dock att skillnaderna är mycket små. För att ytterligare illustrera nyttan med TPI visas i figur 4.5 hur en sann tidsskillnad på $10\frac{1}{3}$ sampel skattas som 10 sampel utan TPI och som 10.3 sampel med TPI (10 ggr). Om interpolationsfaktorn väljs stor och brus adderas kommer resultatet att bli sämre än med en lägre interpolationsfaktor. Det beror på att ökad upplösning leder till ökad känslighet mot brus.



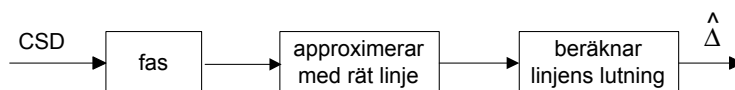
Figur 4.4: Medelfel för olika interpolationsfaktorer, dvs antalet punkter som skapas i andragradskurvan. En smalbandig signal (bandbredd 0.25%) med längd 2^{14} sampel har använts.



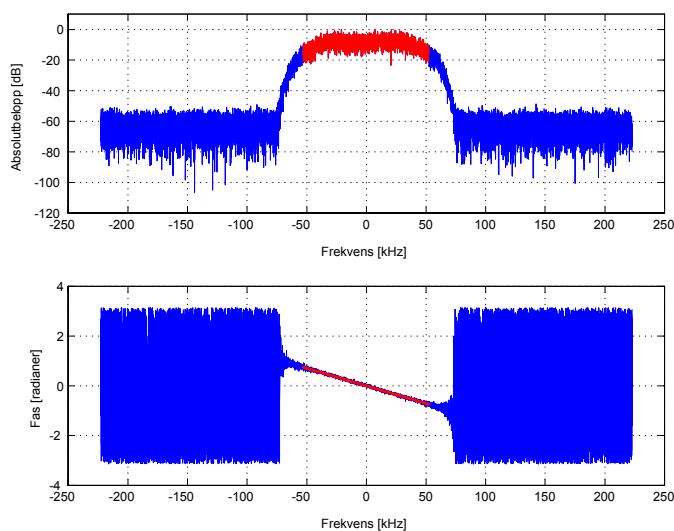
Figur 4.5: Den sanna tidsdifferensen $\Delta = 10.1$ sampel skattas som $\hat{\Delta} = 10$ sampel utan TPI och som $\hat{\Delta} = 10.1$ sampel med TPI_{100} .

4.2 Skattning i frekvensdomän med minsta kvadratmetoden

Enligt (4.7) kan tidsdifferensen Δ mellan två mottagna signaler $s_1[n]$ och $s_2[n] = s_1[n + \Delta]$ beräknas ur lutningen hos faskurvan för korsspektraltätheten mellan de båda signalerna. Då signalerna tas emot med brus kommer fasen inte att bli helt linjär. Om bruset antas vara okorrelerat med medelvärde noll kan minsta kvadratmetoden användas för att approximera fasen med en rät linje inom det frekvensområde där signalen finns. Lutningen hos den räta linjen ger en skattning av Δ , se figur 4.6. I de simuleringar som gjorts för att ta fram resultaten som visas i de följande avsnitten har fasen inom signalernas 10dB bandbredd använts för skattningen. Då signalernas frekvens är okänd, tex för direktsekvensspridda signaler, kan absolutbeloppet hos korsspektraltätheten användas för att välja ut det aktuella frekvensområdet, se figur 4.7 och [2].



Figur 4.6: Tidsdifferensen Δ , kan skattas ur fasen hos korsspektraltätheten.

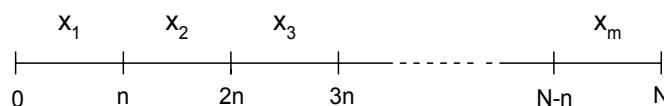


Figur 4.7: Det frekvensområde inom vilket fasen skattas kan väljas med hjälp av absolutbeloppet hos korsspektraltätheten, här markerat med rött.

Kapitel 5

Medelvärdesbildning

Om signalerna tas emot med vitt brus kan skattningen av Δ förbättras genom medelvärdesbildning. Låt de mottagna signalerna bestå av N st punkter. Vid medelvärdesbildningen delas signalerna in i M delsignaler om n st punkter, där $M = \frac{N}{n}$, se figur 5.1. Resultatet beror på hur många medelvärdesbildningar som görs och hur många datapunkter som används. Ett annat val som måste göras är hur medelvärdesbildning ska ske.

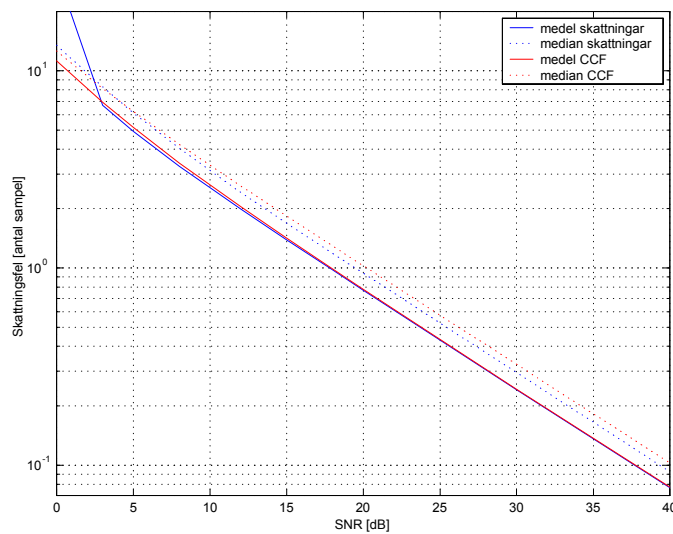


Figur 5.1: Vid medelvärdesbildning delas de mottagna signalerna in i delsignaler enligt ovan.

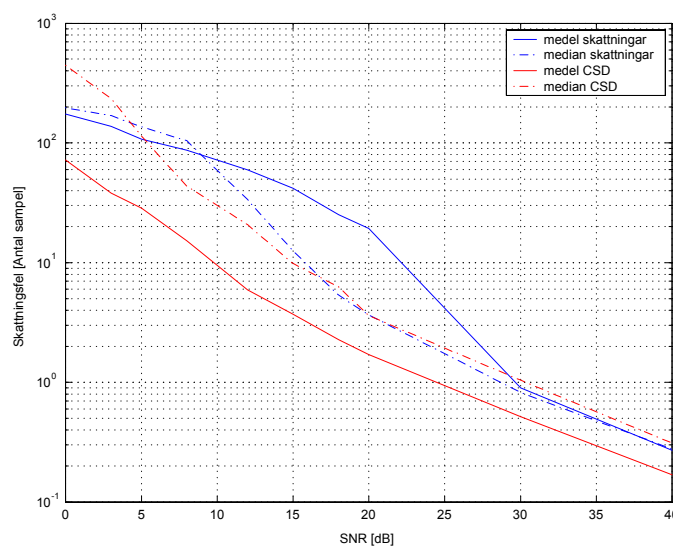
5.1 Sammanvägning av delsignaler

Vid skattning av tidsdifferensen Δ enligt de i föregående kapitel beskrivna metoderna kan medelvärdesbildning göras på flera olika sätt. I tidsplanet kan korskorrelationsfunktionen beräknas för varje delsignal varpå Δ sedan skattas ur medelvärdet av CCF'erna. På motsvarande sätt kan korsspektraltätheten beräknas för samtliga delsignaler och medelvärdesbildas för att sedan användas för skattning av Δ i frekvensplanet. Alternativt kan Δ beräknas för samtliga delsignaler och sedan medelvärdesbildas för att ge skattningen.

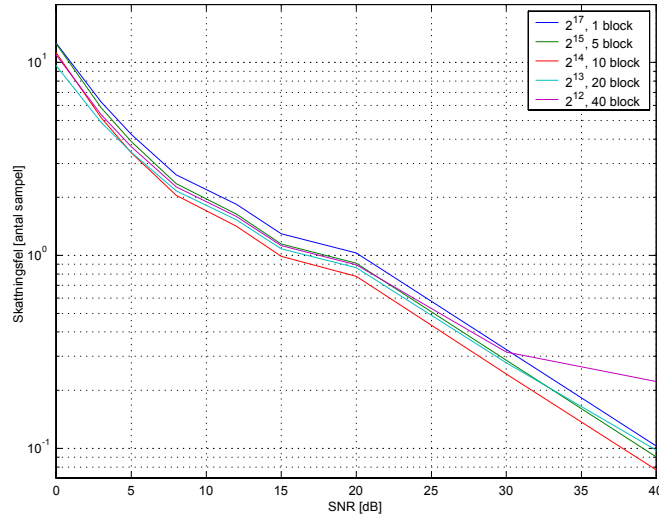
I figurerna 5.2-5.3 visas skattningsfelet som funktion av SNR för medelvärdesbildning enligt de båda föreslagna metoderna i tid- respektive frekvensdomän. En signal med bandbredd 0.25% har använts och fem medelvärdesbildningar om 2^{14} sampel har gjorts, $\Delta = 10$ sampel. De streckade linjerna visar resultatet då medianvärdet använts istället för medelvärdet. Genom att studera simuleringsresultaten i figurerna kan slutsatsen dras att medelvärdesbildning ger bättre skattning än medianbildning samt att skattning från medelvärdesbildad CSD ger bättre resultat än medelvärdesbildade Δ . Ingen skillnad syns mellan skattning från medelvärdesbildad CCF och medelvärdesbildade Δ . Med medelvärdesbildning avses fortsättningsvis medelvärdesbildning av CCF och CSD i tids- respektive frekvensdomän.



Figur 5.2: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR vid skattning i tidsdomän. Skillnaden mellan de fyra metoderna är små men metoden där CCF medelvärdesbildas ger här bäst resultat.



Figur 5.3: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR vid skattning i frekvensdomän. Bäst resultat fås vid medelvärdesbildning av CSD.



Figur 5.4: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR för tidsdomänskattning. För låga SNR bör ett stort antal (≥ 20) medelvärdesbildningar användas. För moderata och höga SNR ger här 10 medelvärdesbildningar bäst resultat. Notera att total mängd data är konstant.

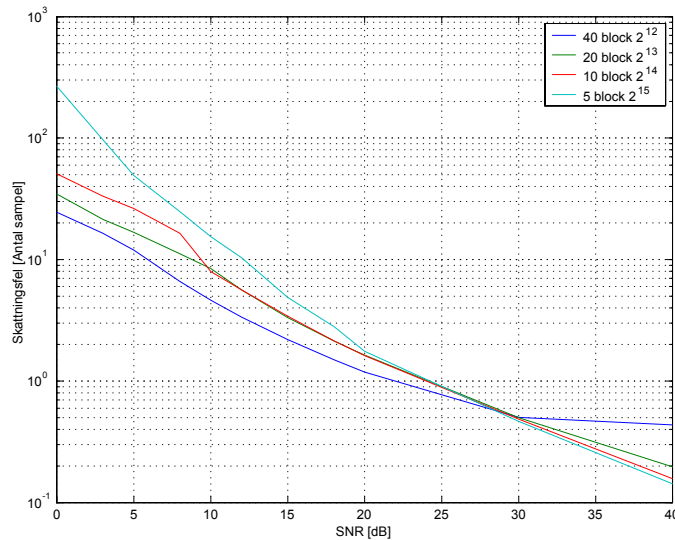
5.2 Antal medelvärdesbildningar och FFT-längd

Vid medelvärdesbildning delas den mottagna signalen in i delsignaler enligt fig 5.1. Resultatet av medelvärdesbildningen beror på hur indelningen görs. I figurerna 5.4-5.5 visas hur skattningen av Δ beror på SNR för olika val av n och M då $N \simeq 2^{17}$, $\Delta = 10$ sampel och bandbredden är 0.25%. Vi ser att för låga SNR lönar det sig att dela in signalen i många block om få sampel vid medelvärdesbildningen.

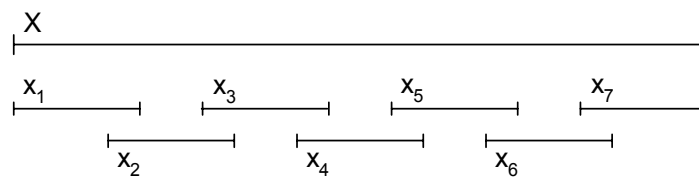
5.3 Överlapp

Delsignalerna fönstras innan fouriertransformeringen vid TDOA-skattningen för att minska effekterna av läckage, se figur, 4.2. Därmed viktas samplen och informationen som finns i början och slutet av delsignalerna utnyttjas inte. Genom att dela in de mottagna signalerna i delsignaler som delvis överlappar varandra, se figur 5.6, används all information som finns i signalerna.

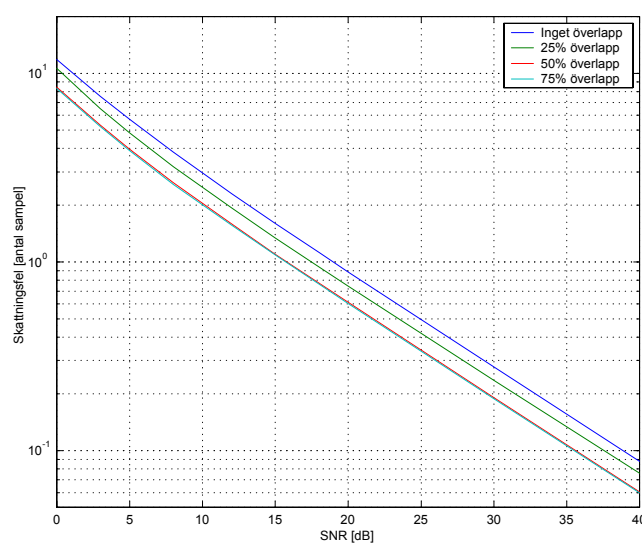
I figurerna 5.7-5.8 visas hur skattningen av Δ i tids- respektive frekvensplanet beror på SNR. En signal med bandbredd 0.25% bestående av totalt $10 \cdot 2^{14}$ sampel har delats in i delsignaler om 2^{14} sampel med olika mycket överlapp. Vi ser att det lönar sig med överlapp upp till 50%, sedan fås ingen förbättring av skattningsresultatet. Det beror på att ingen ny information tillförs vid högre grad av överlapp. Vinsten med överlapp om 50% är en reduktion av medelfelet med ca 30% för skattning i tidsdomän och ca 50% för skattning i frekvensdomän (för smalbandiga signaler).



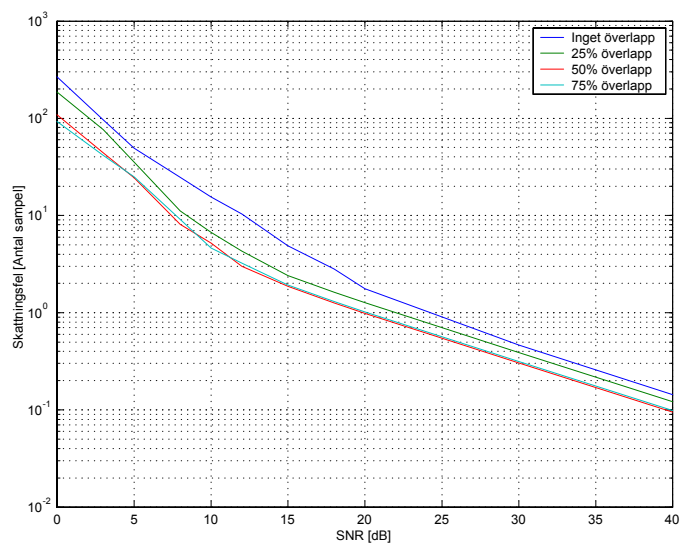
Figur 5.5: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR för frekvensdomänskattning. För låga SNR blir resultatet bättre med ett stort antal medelvärdesbildningar men när SNR > 30 dB blir resultatet här bäst för 5 medelvärdesbildningar. Total mängd data är konstant.



Figur 5.6: De mottagna signalerna kan delas in i delsignaler som överlappar varandra.



Figur 5.7: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR för tidsdomänskattning. Skattningsresultatet förbättras med ökat antal överlappande sampel upp till 50%.



Figur 5.8: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR för frekvensdomänskattning. Skattningsresultatet förbättras med ökat antal överlappande sampel upp till 50%.

Kapitel 6

Filtrering

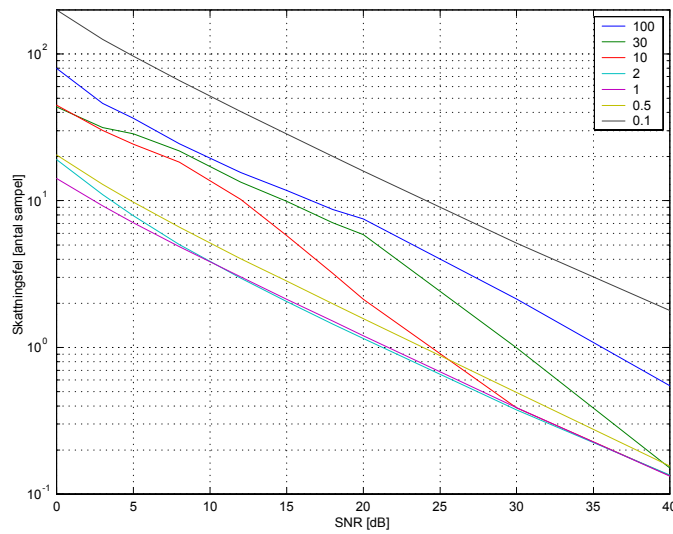
I de fall då de mottagna signalernas frekvens och bandbredd är kända kan frekvensdomänfiltrering användas för att öka SNR hos $s_1[n]$ och $s_2[n]$. Det leder till en ökning av SNR även för korskorrelationsfunktionen och därmed till en bättre skattning av Δ i tidsdomän. Vid skattning i frekvensdomän förbättras inte resultatet eftersom den del av korsspektrat som används vid skattningen inte påverkas av filtreringen. Istället kan en riktningsfiltrering göras i form av en fönstring av korskorrelationsfunktionen innan övergången till frekvensplanet.

6.1 Frekvensdomänfiltrering

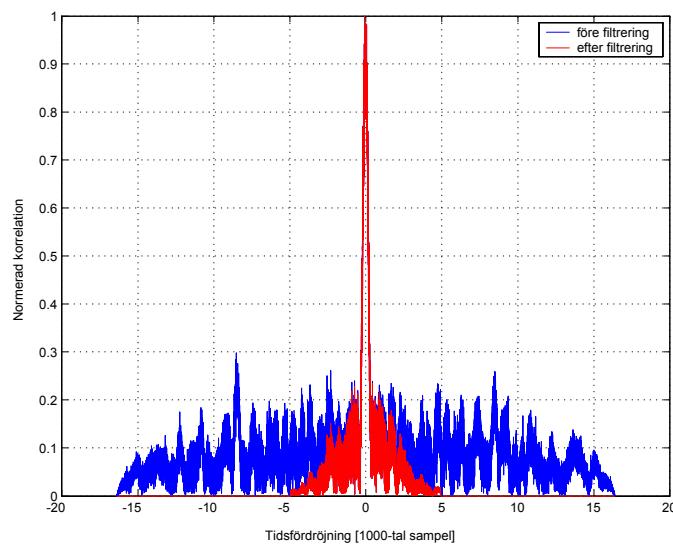
I litteraturen nämns ett flertal filterfunktioner (Roth, SCOT, PHAT, Eckhart, ML beskrivs i [5]) som förbättrar prestanda. Dessa metoder förutsätter dock spektral kunskap om signalen som mottages. Om kunskap saknas måste ett spektralestimat skapas. I en telekrigstillämpning finns ingen, eller liten, kunskap om signalen och vi förutsätter låga eller moderata signalnivåer och ett pålitligt spektralestimat kan inte skapas. Metoderna ovan visar stor känslighet mot fel i spektralskattningen och vi har därför valt att inte använda någon av ovanstående metoder. Istället används multiplikation med ett hanningfönster. Bandbredden hos den filtrerade signalen som används bestäms av längden på hanningfönstret. I figur 6.1 ses resultatet för olika filterbandbredder. Filterbandbredd 1 motsvaras av en skattning av 10 dB-bandbredden av mottagen signal (här 0.25% av mottagarbandbredd). Störst vinst fås vid smalbandiga signaler.

6.2 Riktningsfiltrering

Korskorrelationsfunktionen $CCF[k]$ är ett mått på överensstämmelsen mellan två signaler för olika förskjutningar, k . Då $s_2[n] = s_1[n + \Delta]$ fås en korrelationstopp för det k som motsvarar Δ avrundat till närmaste heltal. Om signalerna tas emot i vitt brus ges en möjlighet att filtrera bort en stor del av bruset genom fönstring av CCF' en. Vid beräkning av korskorrelationsfunktionen kommer nästan hela signalenergin att samlas i korrelationstoppen medans energin för vitt brus sprids över hela tidsaxeln. Eftersom varje k motsvarar en infallsriktning hos de mottagna signalerna kan fönstringen ses som en riktningsfiltrering av korskorrelationsfunktionen. CCF' en multipliceras med en fönsterfunktion $w[k]$ och resultatet blir $DFCCF[k] = CCF[k] \cdot w[k]$, (DFCCF står för *Direction Filtered Cross-Correlation Function*). I figur 6.2 visas korskorrelationsfunktionen före och efter riktningsfiltrering.



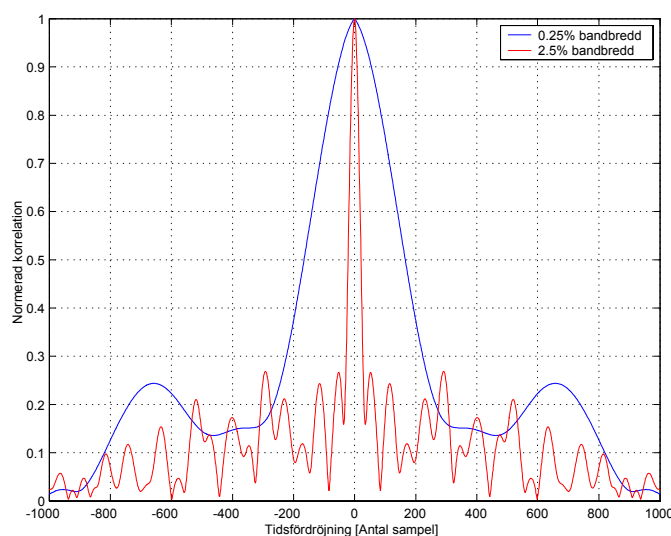
Figur 6.1: Medelfel beroende på filterbandbredd. För höga SNR är filterbandbredden mindre viktig. För låga SNR är dock valet viktigt. Här ses att bäst resultat fås för filterbandbredder kring signalens 10-dB bandbredd.



Figur 6.2: Korskorrelationsfunktionen före och efter riktningsfiltrering med ett hanningfönster, fönsterlängd 1000 sampel.

6.2.1 Val av fönsterbredd och fönstertyp

Resultatet av riktningsfiltreringen beror bland annat på vilken fönsterbredd som används. Ju smalare fönstret är desto mer brus filtreras bort, men om fönstret blir för smalt filtreras även delar av signalens korrelation bort. Fönsterbredden L anges i procent av antalet punkter hos CCF'en. Korrelationstoppen blir bredare för en smalare signal, se figur 6.3, vilket innebär att fönsterbredden måste anpassas efter aktuell signalbandbredd. Därmed är samma L inte nödvändigtvis optimalt för olika signalbandbredder, därför anges signalbandbredden som index fortsättningsvis, tex $L_{0.25\%}$. I figur 6.4 visas korskorrelationen för en signal med bandbredd 2.5% och ett hanningfönster med $L_{2.5\%} = 7\%$.



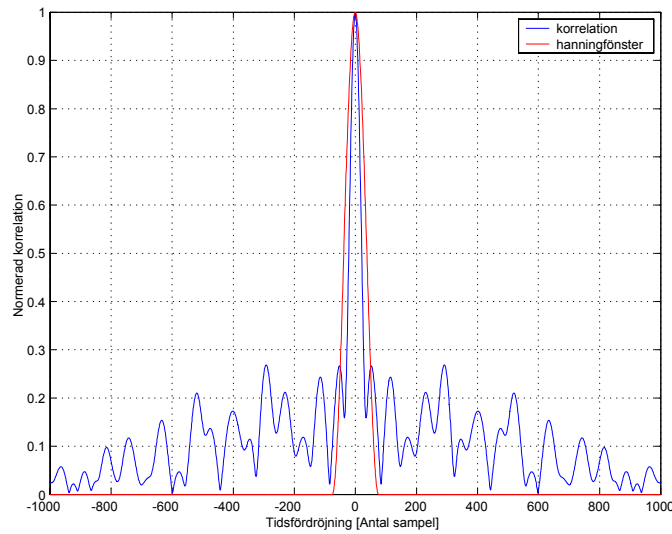
Figur 6.3: Korskorrelationsfunktionen för signalbandbredderna 0.25% och 2.5%. Den smalare signalen ger en bredare korrelationstopp.

I figur 6.5 visas hur skattningen av antal sampel beror på fönsterlängden. Simuleringarna har gjorts med en signal med bandbredd 0.25% och utan brus, SNR=200 dB, för att visa att fönstret i sig ger ett fel på skattningen. För små $L_{0.25\%}$ blir fönstret smalt och felet kan förklaras av att delar av signalens korrelation filtreras bort tillsammans med bruset. Skattningsfelet blir dock inte noll för stora $L_{0.25\%}$. Det beror på att fönstren som används för riktningsfiltreringen ger en fasvridning av korskorrelationsfunktionen. Denna fasvridning kan korrigeras men har här ignorerats.

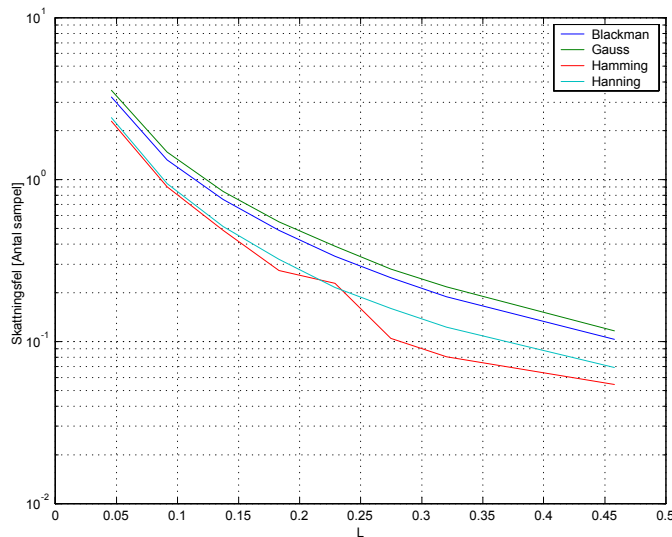
Simuleringar har gjorts med fyra olika fönstertyper: blackman, gauss, hanning samt hamming. För att undersöka vilket av dem som undertrycker bruset bäst bestämdes skattningsfelet för olika SNR då fönsterbredden var samma för samtliga fönstertyper. En signal med bandbredd 0.25% användes och $L_{0.25\%}$ valdes till 18. Resultatet av simuleringarna visas i figur 6.6. Vi ser att de fyra fönstertyperna undertrycker bruset ungefär lika bra. Egenskaper för de olika fönstren visas i [3]. I de fortsatta simuleringarna har ett hanningfönster använts.

6.2.2 För vilka SNR lönar sig riktningsfiltreringen?

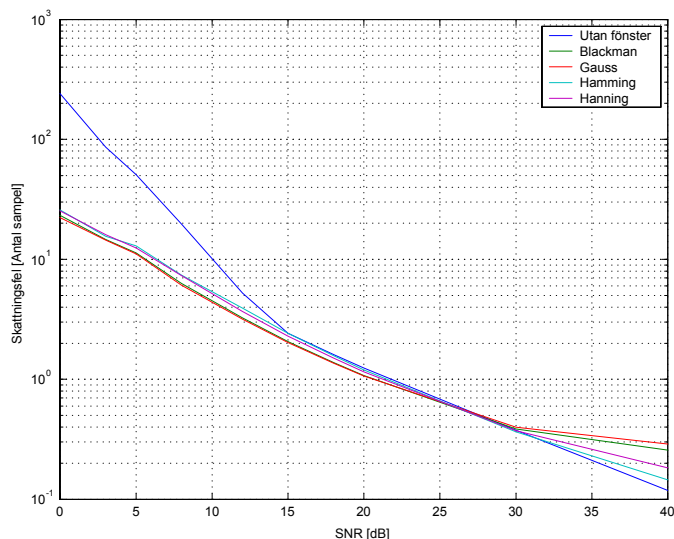
Vi ser i figur 6.6 att riktningsfiltrering med $L_{0.25\%} = 18$ förbättrar skattningen för SNR < 20 dB men för SNR > 30 dB fås bäst resultat utan filtrering vilket beror på det införda



Figur 6.4: Korskorrelation för en signal med bandbredd 2.5% och ett hanningfönster med $L_{2.5\%} = 7\%$.

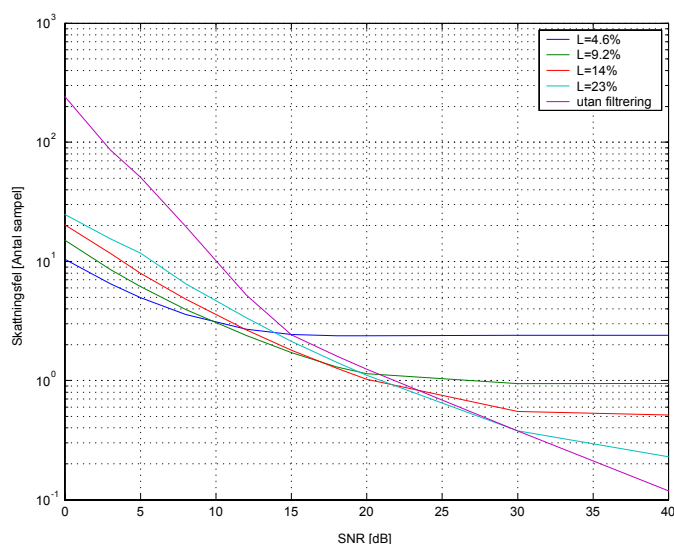


Figur 6.5: Absolutbeloppet av sampelfelet vid skattningen av TDOA för olika $L_{0.25\%}$ och olika fönstertyper, $SNR=200$ dB. (datalängd: $2^{15},5$ medelv ärdesbildningar) Då fönstret blir för smalt filtreras delar av korrelationen bort och felet ökar. Signalbandbredd 0.25%.

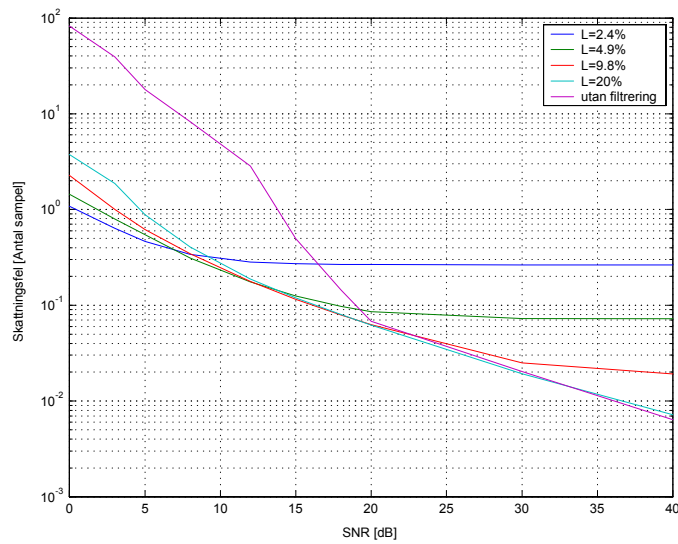


Figur 6.6: Absolutbeloppet av skattningsfelet som funktion av SNR för olika fönstertyper. (datalängd: 2^{15} , 5 medelvärdesbildningar) Signalbandbredd 0.25%.

felet i fönstringen (ej riktningsfiltreringen) vilket är försumbart för låga SNR. Det antyder att signal-brusförhållandet har betydelse för vilken fönsterlängd som ger bäst resultat. I figurerna 6.7 och 6.8 visas skattningsfelet som funktion av SNR för olika fönsterlängder och olika signalbandbredder. Vi ser att ju lägre SNR vi har, desto smalare fönster bör väljas. Slutsatsen blir att ett "optimalt" fönster bör väljas med hänsyn till signalbandbredd och SNR.



Figur 6.7: Skattningsfelet som funktion av SNR för olika fönsterbredder, signalbandbredd 0.25%. (datalängd: 2^{15} , 5 medelvärdesbildningar) För låga SNR bör små fönsterlängder väljas.



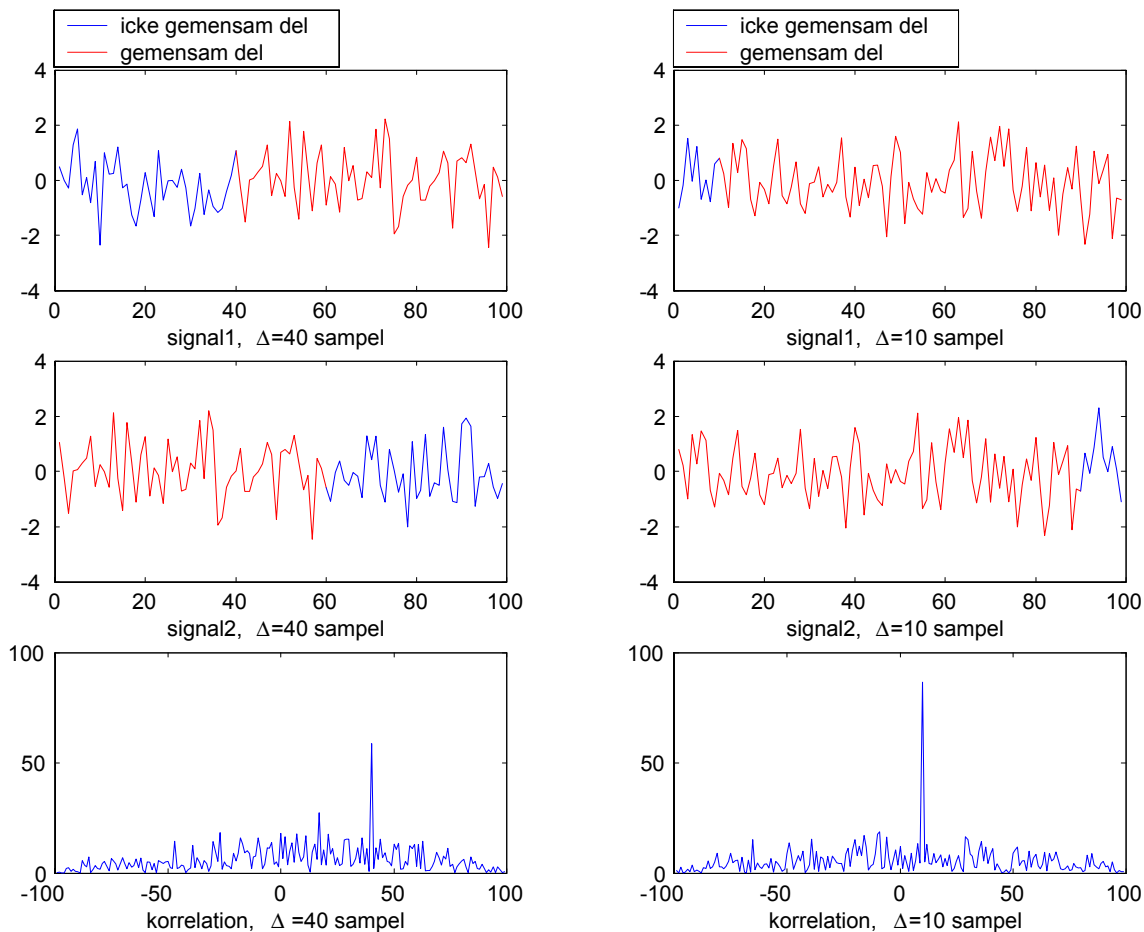
Figur 6.8: Skattningsfelet som funktion av SNR för olika fönsterbredder, signalbandbredd 2.25%. (datalängd: 2^{15} , 5 medelvärdesbildningar) För låga SNR bör små fönsterlängder väljas.

Kapitel 7

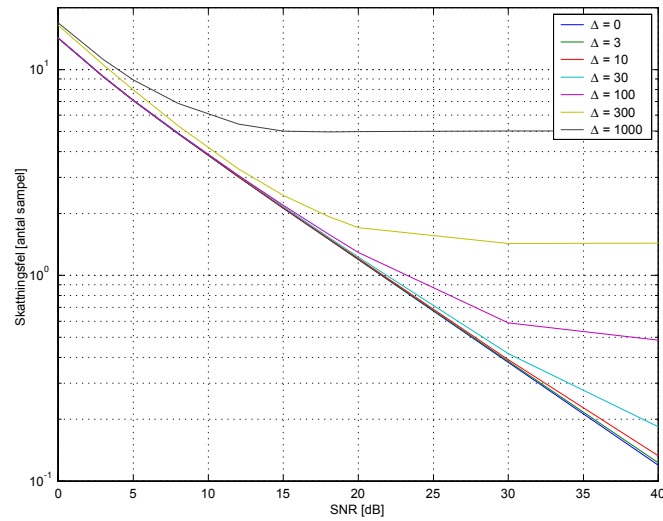
Infallsvinkelns betydelse för kvalitén på skattningen

I kapitel 3.2 visades hur antennseparationen påverkar noggrannheten vid riktningsbestämning. Antennseparationen påverkar även storleken på Δ och i detta kapitel visas att storleken på skattningsfelet, till viss del, beror på tidsfördröjningen, Δ .

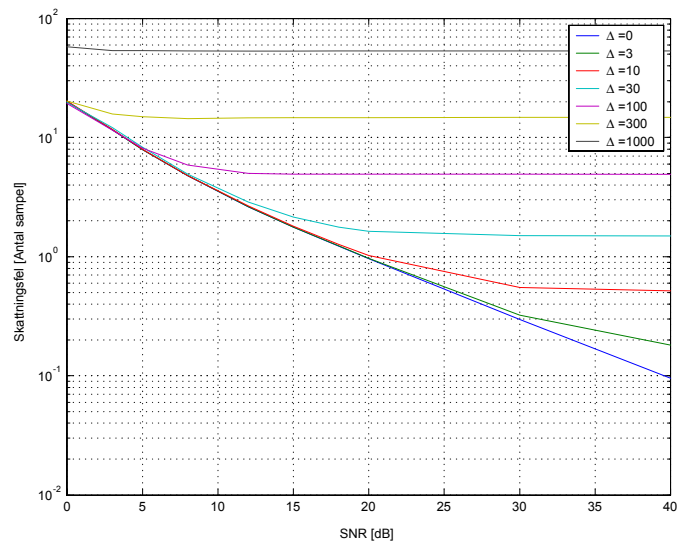
Uppbyggnaden av CCF ger att skattningens godhet minskar då TDOA ökar. Bäst resultat fås då $\Delta = 0$, eftersom de två mottagna signalerna som korreleras då innehåller precis samma del av den sända signalen. När Δ ökar kommer den del av sänd signal som är gemensam för de båda mottagna signalerna att minska. Därmed kommer energin från sänd signal i korrelationstoppen att minska, se figur 7.1. För signaler i brus är det önskvärt att värdet på toppen i CCF är stort jämfört med omgivande värden. Detta kan ses som ett spatialt SNR. Stort Δ betyder alltså lågt spatialt SNR och leder till att medelfelet på skattningen ökar. Genom sambandet i (4.3) kommer medelfelet för frekvensdomänskattningen att påverkas på samma sätt. Detta visas i figurerna 7.2-7.3.



Figur 7.1: För ett litet Δ blir den del av sänd signal som är gemensam för de båda mottagna signalerna stor. Därmed blir energin i korrelationstoppen stor. Till vänster visas mottagna signaler och korrelation då $\Delta = 40$ sampel, signallängd 100 sampel. Till höger visas motsvarande då $\Delta = 10$ sampel. Den del som är gemensam mellan signalerna har markerats med rött.



Figur 7.2: Skattningsfelet som funktion av SNR för olika tidsfördröjningar. Skattningen har gjorts i tidsdomän med signalbandbredd 0.25%, datalängd 2^{15} och 5 medelvärdesbildningar. Vi ser att skattningsfelet blir större då Δ ökar.



Figur 7.3: Skattningsfelet som funktion av SNR för olika tidsfördröjningar. Skattningen har gjorts i frekvensdomän med signalbandbredd 0.25%, datalängd 2^{15} och 5 medelvärdesbildningar. Vi ser att skattningsfelet blir större då Δ ökar.

Kapitel 8

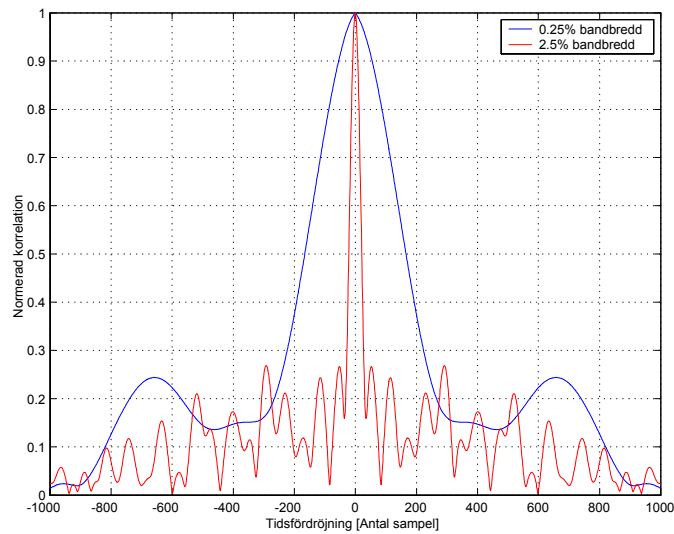
Signalbandbreddens betydelse för kvalitén på skattningen

Hittills har vi diskuterat hur noggrannheten vid skattningen av Δ kan förbättras genom medelvärdesbildning, filtrering mm. I detta kapitel undersöks hur en viktig egenskap hos signalen, dess bandbredd, påverkar resultatet.

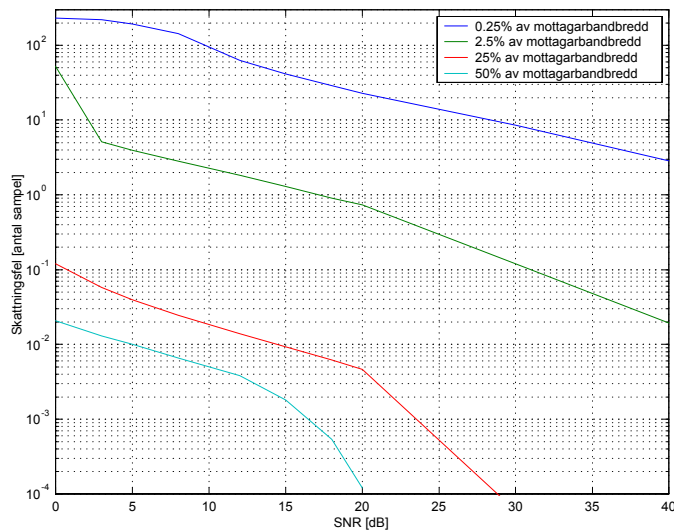
Vid skattning i tidsdomän söks toppen i CCF och dess läge bestämmer skattningen. Fel uppstår då fel läge väljs. Bredden på toppen i CCF är omvänt proportionell mot signalens bandbredd. En liknelse med fouriertransformens förmåga att undertrycka bredbandigt brus samtidigt som smalbandiga signaler framhävs kan göras – här är toppen smal och bruset spatiellt bredbandigt. En bredbandig signal ger en smal korrelationstopp och risken att fel läge för maximalt värde hos CCF väljs minskar. För en smalbandig signal blir toppen bred precis som bruset och därmed är risken större att fel läge för korrelationstoppen väljs. I figur 8.1 visas korrelationstoppen för signaler med olika bandbredd.

I frekvensplanet används fler punkter i minsta kvadratskattningen av faskurvans lutning för en bredbandig signal än för en smalbandig signal. Det leder till att en bredbandig signal kan skattas bättre än en smalbandig vid samma SNR.

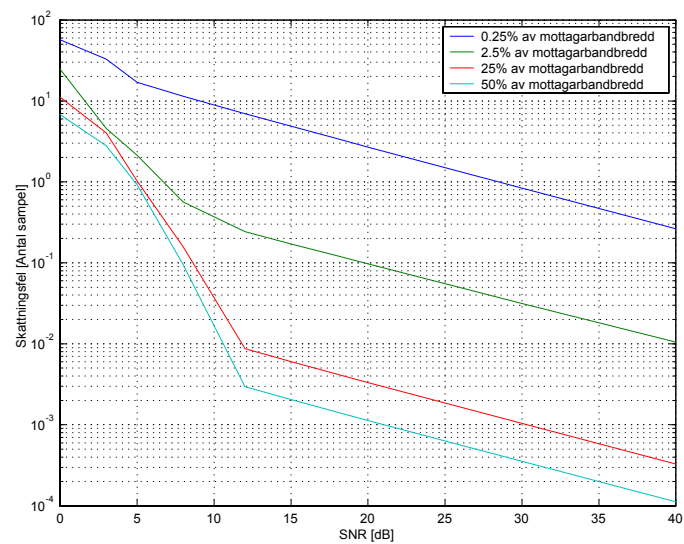
Simuleringar har gjorts för signaler med bandbredder 0.25% , 2.5%, 25% och 50% av mottagarbandbredden. Resultatet visas i figurerna 8.2-8.3.



Figur 8.1: Signalbandbredden har betydelse för skattnings godhet. Här har två signalbandbredder jämförts (0.25% & 2.5% av mottagarbandbredden). Vi ser att en signal med större bandbredd (smalare topp) tydligare pekar ut läget p på toppen och därigenom fås en bättre skattning av tidsdifferensen.



Figur 8.2: Skattningsfelet som funktion av SNR och signalernas bandbredd för skattning i tidsdomän. Här har 2^{12} sampel använts och ingen frekvensfiltrering eller medelvärdesbildning har gjorts.

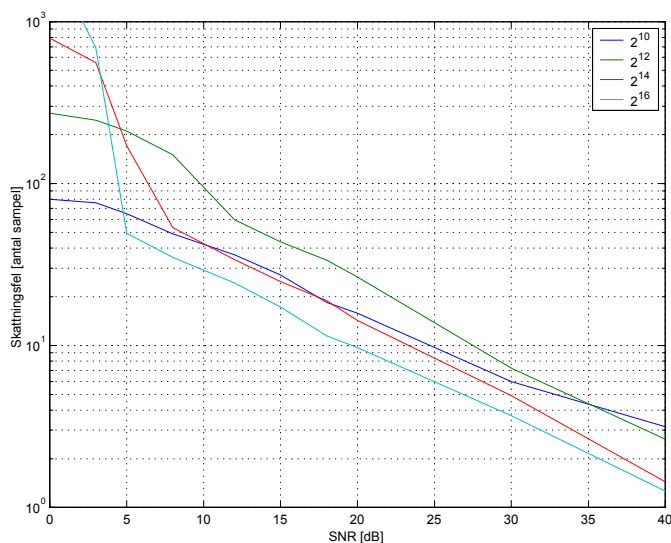


Figur 8.3: Skattningsfelet som funktion av SNR och signalernas bandbredd för skattning i frekvensdomän. Här har 2^{12} sampel använts och fem medelvärdesbildningar har gjorts. Ingen riktningsfiltrering.

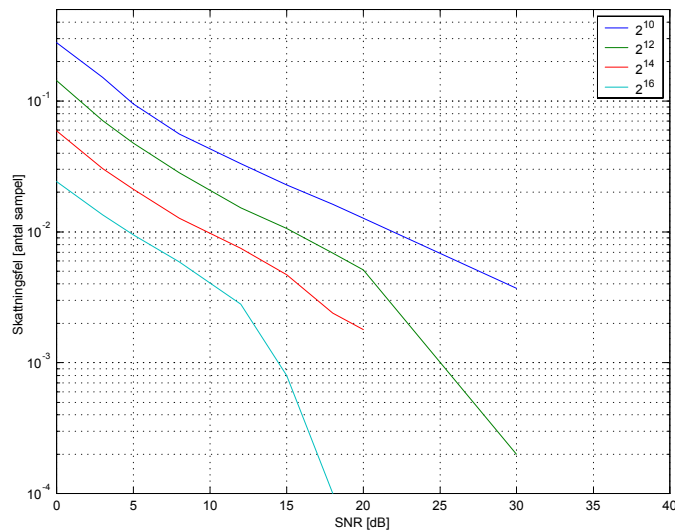
Kapitel 9

Datalängdens betydelse för kvalitén på skattningen

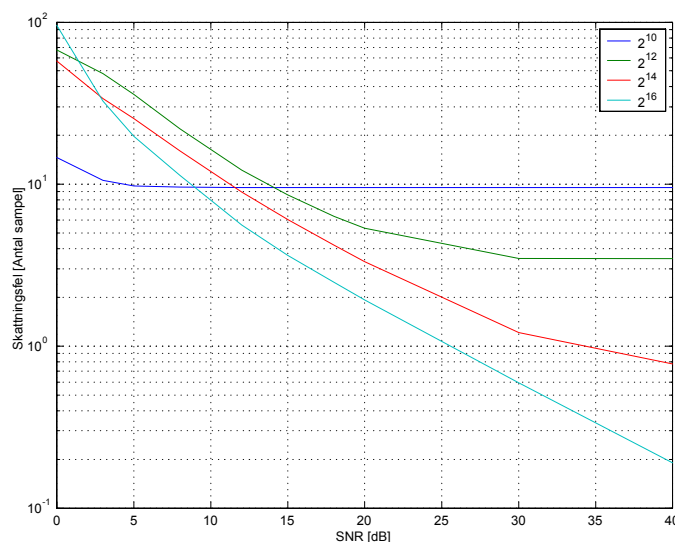
En av felkällorna i skattningen är datalängden, dvs antalet sampel som används för att skapa skattningen. Om datalängden går mot oändligheten kommer felet att gå mot noll för alla SNR (väntevärdesriktig skattning). Oändlig datalängd är inte praktiskt möjligt och skattningsfel uppstår. I figurerna 9.1–9.2 ses att då datalängden ökas kommer skattningsfelet att minska.



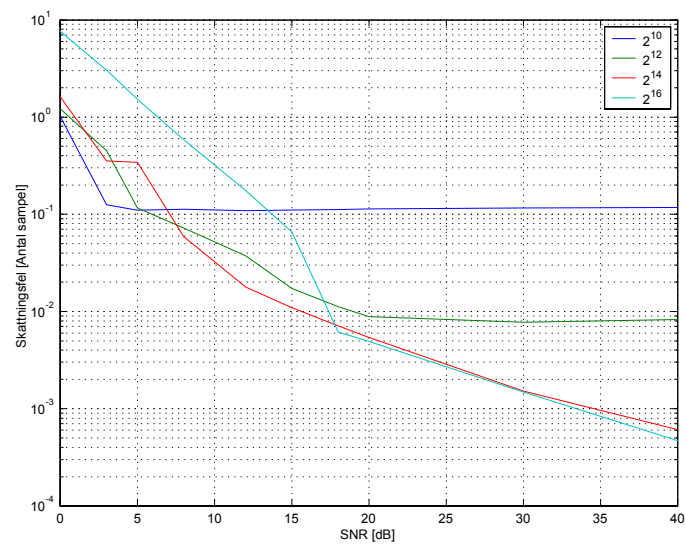
Figur 9.1: Skattningsfelet visas för fyra olika datalängder vid 0.25% bandbredd. Vi ser att den största datalängden ger bäst resultat för alla SNR undantaget de allra lägsta där extremvärden skapar mycket stora fel i monte carlo-simuleringen. På grund av den stora datalängden kan extremvärdena bli mycket stora vilket inte är fallet för de kortare datalängderna.



Figur 9.2: Skattningsfelet visas för fyra olika datalängder vid 25% bandbredd. Vi ser att den största datalängden ger bäst resultat för alla SNR. Värden för samtliga kurvor saknas för höga SNR då inget fel detekterades, dvs skattningsfelet är noll. Detta beror på att ett otillräckligt antal monte carlo-simuleringar utfördes.



Figur 9.3: Skattningsfelet som funktion av SNR för fyra olika datalängder, signalbandbredd 0.25%. Riktningfiltrering med $L_{0.25\%} = 23\%$ har gjorts, ingen medelvärdesbildning. Vi ser att felet blir mindre med ökad datalängd utom för låga SNR. Extremvärden skapar mycket stora fel i monte carlo-simuleringen och för stora datalängder kan extremvärdena bli mycket stora vilket inte är fallet för de kortare datalängderna.



Figur 9.4: Skattningsfelet som funktion av SNR för fyra olika datalängder, signalbandbredd 25%. Riktningsfiltrering med $L_{25\%} = 9.8\%$ har gjorts, ingen medelvärdesbildning. Även här blir felet mindre med ökad datalängd utom för låga SNR.

Kapitel 10

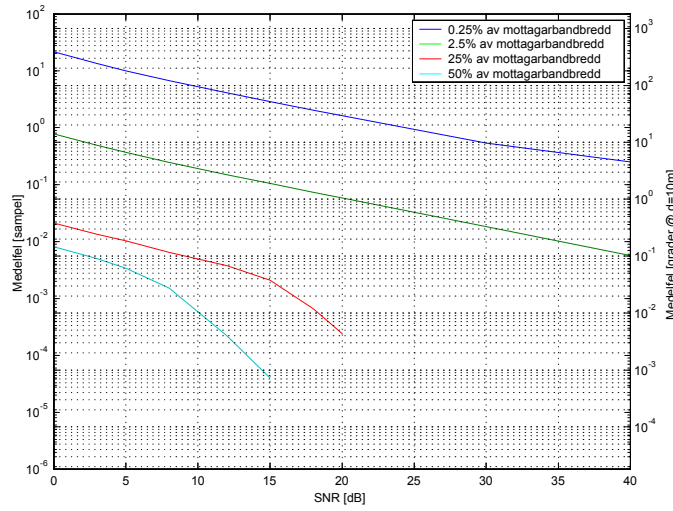
Fastställande av suboptimal algoritm

I de föregående kapitlen har vi visat hur skattningen av TDOA kan förbättras genom medelvärdesbildning och filtrering samt hur resultatet påverkas av infallsvinkeln, signalbandbredd och datalängd. I detta kapitel har de föregående resultaten använts till att fastställa en suboptimal algoritm för TDOA-estimering i tids- respektive frekvensdomän för fyra olika bandbredder. Observera att det inte finns någon generell bästa TDOA-estimator för en viss bandbredd och datalängd. Valet av antal medelvärdesbildningar, överlapp samt filtrering bör göras med hänsyn till rådande signal-brus förhållande. De algoritmer som presenteras här kan ses som förslag till hur de presenterade resultaten kan användas för att optimera en TDOA-estimator i tids- respektive frekvensdomän. Fyra olika signaler med bandbredder 0.25%, 2.5%, 25% samt 50% och datalängd ~ 41000 sampel har använts. Tidsdifferensen $\Delta = 10$ sampel har simulerats.

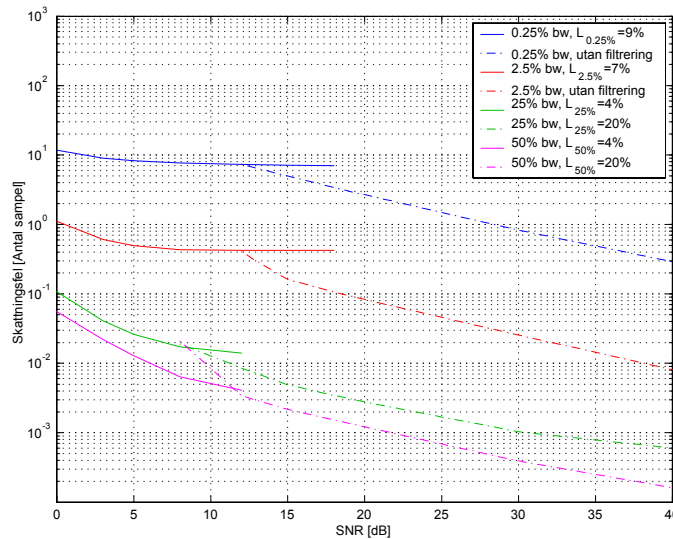
För skattning i tidsdomän väljs datalängd 2^{12} med 10 medelvärdesbildningar och inget överlapp (vi vet att man tjänar ca 30 % på överlapp). Filterbandbredden är vald till signalens 10dB-bandbredd.

Vid skattning i frekvensdomän har fem medelvärdesbildningar om 2^{13} sampel gjorts. Enligt figur 5.5 ger få medelvärdesbildningar med ett stort antal sampel bäst resultat för $\text{SNR} < 30$ dB. Figur 5.8 visar att skattningsresultatet förbättras med ökat antal överlappande sampel upp till 50%. Därför har 50% överlapp använts vid medelvärdesbildningen. Riktningfiltrering innebär fönstring av korskorrelationsfunktionen för att öka SNR. Enligt kapitel 6.2 spelar inte valet av fönsterfunktion så stor roll men fönsterlängden bör anpassas efter signalbandbredd och SNR. Här har ett hanningfönster med två olika längder använts, en för låga SNR och en för höga SNR.

Resultaten av simuleringarna med de olika optimerade TDOA-skattarna visas i figurerna 10.1-10.2. Vi ser att tidsdomänskattning ger bäst resultat. Skattning i frekvensdomän kan trots det ibland väljas framför tidsdomänskattning, t ex på grund av den inbyggda frekvensfiltrering som metoden medför.



Figur 10.1: TDOA-skattare i tidsdomän för fyra olika signalbandbredder. 10 medelvärdesbildningar med datalängd 2^{12} har gjorts, 0% överlapp. Filterbandbredden har valts till 10dB bandbredden av aktuell signal. Skalan p på högra x -axeln gäller för $d = 10\text{m}$, $f_s = 300\text{MHz}$. Avsaknaden av linjer för höga SNR för de två bredaste signalerna beror på att inget fel detekterades.



Figur 10.2: Simuleringsresultat för optimerade TDOA-skattare i frekvensdomän för fyra olika signalbandbredder. Fem medelvärdesbildningar med datalängd 2^{13} har gjorts, 50% överlapp. Hanningfönster med två olika l längder, för låga respektive höga SNR, har använts för riktningsfiltrering.

Kapitel 11

Slutsatser och diskussion

Ett flertal viktiga egenskaper hos signalen som skall riktningsbestämmas har identifierats. Egenskapernas inverkan på slutresultatet har analyserats och resultatet presenteras tidigare i denna rapport. De viktigaste egenskaperna har visat sig vara signalens bandbredd, längd och infallsriktning. Vidare har flera metoder för förbättrad skattning analyserats. De viktigaste metoderna anses vara medelvärdesbildning, överlappande medelvärdesbildning samt filtrering i tid, riktning och frekvens. Vid analys av egenskaper hos signalen och metoder för förbättrad skattning har en parameter åt gången ändrats och dess inverkan på slutresultatet analyserats.

Två metoder för tidsdifferensestimering har analyserats, estimering i tids- och frekvensplan. Vid försök att "optimera" respektive algoritmer för en specifik signal visar resultaten i denna rapport att för bredbandiga signaler ger skattning i tidsplanet ett bättre resultat men för smalbandiga signaler ger skattning frekvensdomän bäst resultat.

Fortsatt arbete bör analysera effekterna av införda fel i systemen, såsom fas/frekvensfel i mottagare och A/D-omvandling, tidssynkroniseringsfel. Vidare bör effekterna av okänd centerfrekvens, bandbredd och effekter av störare behandlas.

Referenser och Bibliografi

- [1] Mats Larsson, "Modellutveckling av ett TDOA-positioneringssystem", FOI-R-0122-SE, juni 2001.
- [2] Ulrika Elbornsson, "Upptäckt och riktningsbestämning av bandspridda signaler med hjälp av korrelation", FOI-R-0030-SE, feb 2001.
- [3] Harris F.J, "On the use of windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform", Proceedings of IEEE, vol. 66, no. 1, Jan. 1978.
- [4] Peter Händel & Anders Host-Madsen, "Estimation of velocity of particles from two channel laser anemometry measurements", Measurement, vol 21, no. 3, pp. 113-123, 1997
- [5] Knapp C.H, Carter G.C, "The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, Aug. 1976, vol. 24, no. 4, pp. 320-327.

