

Mats Gustafsson

Kollapskriterier för tryckbelastade strukturpaneler

Mats Gustafsson

Kollapskriterier för tryckbelastade strukturpaneler

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Vapen och skydd 147 25 Tumba	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0501--SE	Klassificering Metodrapport
	Forskningsområde 5. Bekämpning	
	Månad, år April 2002	Projektnummer E2007
	Verksamhetsgren 5. Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 51 VVS med styrda vapen	
Författare/redaktör Mats Gustafsson	Projektledare Linus Fast	
	Godkänd av Linus Fast	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig	
Rapportens titel Kollapskriterier för tryckbelastade strukturpaneler		
Sammanfattning (högst 200 ord) För att kunna uppskatta när en strukturpanel kollapsar krävs att man kan bestämma de spänningar eller töjningar som uppkommer i panelen. Ett antal olika kollapsmekanismer beskrivs och förslag på hur kollapskriterier kan ansättas i enkla fall anges. Strukturpanelerna modelleras som balkar eller balksystem för att förenkla beräkningarna och minska beräkningstiden. Statiska kollapslaster anges för ett antal elementarfall med ideal elasto-plastiska balkar. I syfte att kunna uppskatta belastningar och deformationer hos strukturpaneler utsatta för dynamiska laster har ett gammalt program [1] moderniserats och till vissa delar förändrats för att kunna användas igen. De spänningar, töjningar och deformationer som beräknas med programmet kan användas för kontroll om något gränsvärde överskridits. Programmet har i sig inga brottkriterier ansatta, utan användaren bestämmer själv vilka gränser som ska gälla. I en förlängning kan man även tänka sig att kontrollera om eventuella känsliga detaljer som är fästa på panelen utsätts för skadliga accelerationer eller förskjutningar.		
Nyckelord Strukturpanel, deformation, balk, acceleration, töjning, spänning		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 51 s.	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Weapons and Protection SE-147 25 Tumba	Report number, ISRN FOI-R--0501--SE	Report type Methodology report
	Research area code 5. Combat	
	Month year April 2002	Project no. E2007
	Customers code 5. Commissioned Research	
	Sub area code 51 Weapons and Protection	
Author/s (editor/s) Mats Gustafsson	Project manager Linus Fast	
	Approved by Linus Fast	
	Sponsoring agency	
	Scientifically and technically responsible	
Report title (In translation) Criteria of collapse for pressure loaded structure panels		
Abstract (not more than 200 words) To be able to estimate when a structure panel will collapse it is required that one can calculate the stresses or strains that occurs within the panel. A variety of collapse mechanisms are described and proposal of how to give criteria of collapse in simple cases are given. The structure panels are modeled as beams or systems of beams in order to simplify the calculations and reduce the calculation time. Static loads of collapse are given for some elementary cases of elasto-plastic beams. In order to estimate loads and deformations in structure panels exposed to dynamic pressure loads has an old code [1] been modernized and in some parts been modified to be usable again. The stresses, strains, accelerations and deformations calculated by the program can be used to check if any limiting value has been exceeded. The program itself has no criteria of collapse implemented, which means that the user has to decide the limits. Another possible future use of the cod could be to check if any vital parts attached to the panel are subjected to damaging accelerations or deformations.		
Keywords Structure panel, deformation, beam, acceleration, strain, stress		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 51 p.	
	Price acc. to pricelist	

Innehållsförteckning

Innehållsförteckning.....	3
Inledning.....	4
Kollapsmekanismer.....	5
Kollapskriterier.....	6
Begränsande spänningar - töjningar.....	6
Begränsande deformationer.....	7
Kollapslaster för panel modellerad som ideal elasto-plastisk balk	7
Hur bestäms deformationerna?.....	10
Statisk last	10
Beräkningsexempel: Panelstrimla modellerad som balk	10
Dynamisk last.....	15
Översiktlig beskrivning av det amerikanska programmet.....	16
Beskrivning av förändringar införda i programmet	17
Indata som krävs till programmet.....	20
Programmets beräkningsgång	23
Hur programmet används	24
Ingående filer i programmet.....	24
Jämförelser mellan programmets resultat och enkla fall.....	25
Litteratur.....	31
Bilaga 1: Ett exempel på hur det amerikanska programmet kan användas.....	32
Bilaga 2: Beräkning av indata till exemplet.....	37
Bilaga 3: Programkod.....	41
Bilaga 3.1: Huvudprogrammet.....	41
Bilaga 3.2: Lastfunktion.....	48
Bilaga 3.3: Formfunktion - fritt upplagt.....	49
Bilaga 3.4: Formfunktion - fast inspänd.....	50
Bilaga 3.5: Formfunktion - plastisk.....	51

Inledning

En vanlig lastbärande konstruktion är ett system av balkar och tvärbalkar [1]. Vanligtvis läggs en platta över balkarna för att ge en kontinuerlig lastupptagande konstruktion. Lasten bärs då upp av plattan och balkarna som i sin tur bärs upp av tvärbalkarna. Man kan även tillverka plattan så styv att den klarar att uppta belastningarna och föra dem vidare till tvärbalkarna, det motsvarar att balkarna ligger i plattan. Två vanligt förekommande exempel på detta är fartygsskrov och bjälklag i byggnader. Figur 1 visar ett exempel på en del av ett vattentätt skott i ett fartyg.

För att bestämma när en del i en konstruktion kollapsar krävs att man kan bestämma något kriterium för denna kollaps. Det kan t.ex. vara att man har uppnått en alltför stor töjning eller spänning i någon del av konstruktionen. Man kan även tänka sig att konstruktionen har någon form av geometriska begränsningar som kräver att deformationerna måste hållas under en viss gräns. Om denna gräns överskrids kan konstruktionen sägas kollapsa, då den inte klarar sin uppgift, även om inga delar blivit så hårt belastade att flytspänningar eller brotttöjningar uppnåtts. Ytterligare ett kriterium kan givetvis vara att konstruktionen blivit så hårt belastad att den brustit.

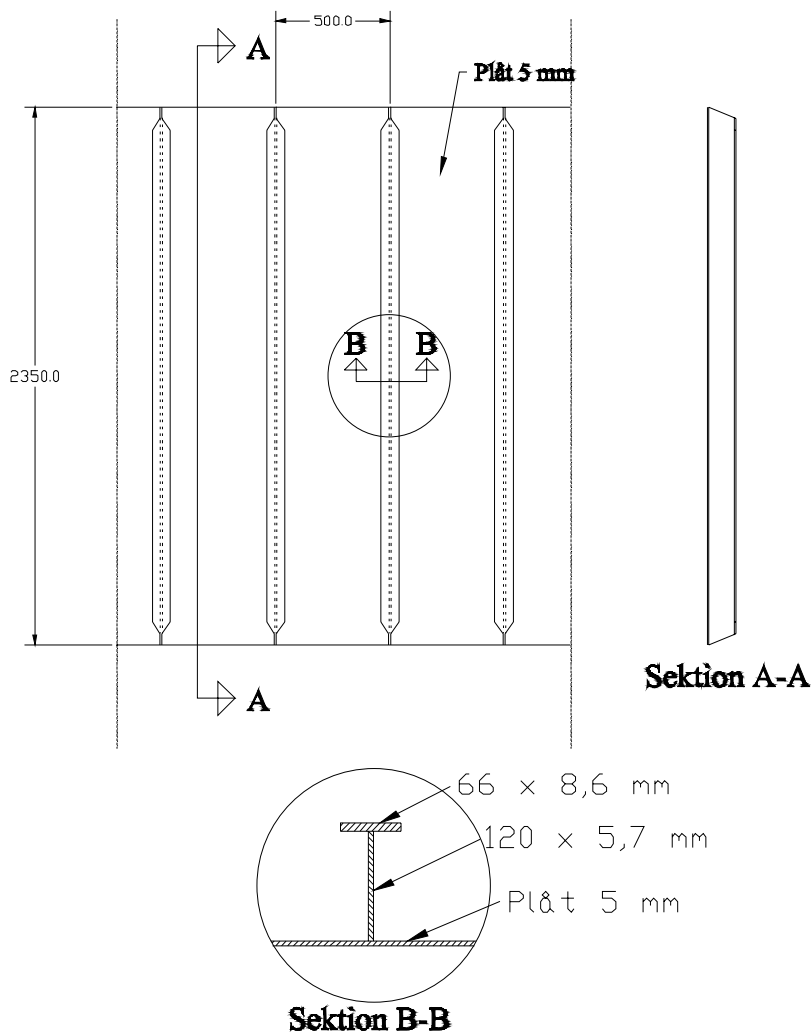
Av detta framgår att det inte är helt självklart hur kollapskriterier ska ansättas till konstruktioner. Speciellt deformationskraven måste sättas specifikt i varje enskilt fall, om de är begränsande på något sätt. Spänningar och töjningar är även de kopplade till deformationerna, så på något sätt måste deformationerna i konstruktionen bestämmas för att därefter ge möjlighet att beräkna spänningar och/eller töjningar.

Förhållandet mellan spänningarna och töjningarna kan bestämmas med Hookes lag ($\sigma = E \cdot \epsilon$, där σ anger spänningen (Pa), E materialets elasticitetsmodul (Pa) och ϵ anger töjningen (dimensionslös) [2]). Det är inte ovanligt att man använder mer än ett material i varje konstruktionsdel, t.ex. kan en strukturpanel bestå av en glasfiberplatta som är förstärkt med stålbalkar. I en sådan konstruktion kommer spänningarna att ändras kraftigt vid materialgränserna (då materialens E -moduler skiljer sig åt) men töjningen kommer fortfarande att vara kontinuerlig från noll vid den neutrala böjaxeln till ett maxvärde vid den yttersta fibern i konstruktionen. Den normala teckenkonventionen är att positiv töjning motsvarar dragtöjning och negativ töjning motsvarar hoppresning.

Töjningen är relativt lätt att bestämma om man känner deformationen (både dess form och amplitud) och avståndet från neutrala böjaxeln till den punkt man önskar veta töjningen. När man deriverar utböjningen två gånger med avseende på läget längs en längdaxel fås deformationens kurvatur, vilken multiplicerad med avståndet mellan böjaxeln och beräkningspunkten ger töjningen.

När man bestämt de töjningar (spänningar) som uppkommer i konstruktionen kan dessa jämföras med relevanta gränsvärden i tabeller med materialdata eller experimentella värden.

Syftet med den här rapporten är inte att i detalj beskriva hur strukturpaneler fungerar under belastning mot panelens plan, utan att ge förslag på hur påkänningarna (spänningar, töjningar och moment) kan uppskattas på ett enkelt och relativt snabbt sätt och därefter jämföras med ansatta kollapskriterier. Panelerna modelleras som balkar eller balksystem för att beräkningarna ska bli så enkla som möjligt. I de flesta fall kommer deformationerna antagligen att överskattas när riktiga ”plattetekvationer” inte används. Primärt är belastningar orsakade av inneslutna explosioner av intresse, metoder för hur dessa tryck kan uppskattas finns angivna i [3]. I dessa snabba dynamiska belastningar kommer de största trycken först och normalt sett räcker det att utföra beräkningarna under tiden för första stöten och fram till panelens största utböjning.



Figur 1: Exempel på en strukturpanel.

Kollapsmekanismer

En strukturpanel kan givetvis sägas ha kollapsat om den brustit och därigenom inte längre kan uppbära last längre. Man kan göra skillnad på en panel som ska motstå vätske- eller gastryck, som endast behöver ett litet hål för att släppa lasten, och en panel som uppbär en last i fast form. Här anses dock att panelen kollapsat om sprickor uppstått i den. Sprickor uppkommer i ytterkanterna när töjningarna i panelen uppnår nivån för brotttöjningen.

Om man ansätter en ideal elasto-plastisk modell för materialets uppträdande kan materialet inte uppnå högre spänning än flytspänningen. För en panel bestående av ett idealt elasto-plastiskt material kan kollapskriteriet vara att flytspänningen uppnås i hela tvärsnittet och en flytled bildas. Där flytleden bildas, läget sammanfaller ofta med läget för största moment, kan moment inte tas upp och därmed blir deformationerna stora. Det kommer även att kvarstå deformationer efter en eventuell avlastning.

De två fallen ovan har endast behandlat last mot panelens plan. Paneler som även måste klara att uppta trycklast i panelens plan riskerar att knäckas som en pelare, om utböjningen blir så stor att den excentriciteten skapar ett stort moment tillsammans med trycklasten i planet. Ett liknande problem kan uppstå i paneler som endast belastas mot panelplanet om de har en slank

förstyvning på belastningssidan. I detta fall kan förstyvningen knäckas om infästningarna mellan de olika delarna brister. En kollaps som uppstår på detta sätt uppkommer momentant och är därför farlig.

En panel som belastas med dragspänningar i panelens plan får hjälp av dragspänningarna att motverka utböjningen och minskar även risken för knäckning av förstyvningar. Dock kommer panelen att bilda en flytled och eventuellt dragsprickor om påfrestningarna blir tillräckligt stora.

En kollaps till följd av knäckning av tryckbelastade paneler/paneldetaljer blir oftast mer katastrofal än en kollaps till följd av dragbelastade paneler. Knäckningen uppkommer momentant och därefter är panelen obrukbar. Dragbelastade konstruktionselement töjs ofta (det gäller dock inte alla material) märkbart innan brott uppstår och alltså kan det i vissa fall finnas möjlighet att säkra panelen eller omgivningen.

Ytterligare en tänkbar orsak till kollapser är att panelens infästningar brister. Detta behandlas dock inte som ett kollapskriterium för panelen, även om panelens förmåga att föra last och moment ut till infästningarna är av stor betydelse.

Kollapskriterier

Begränsande spänningar - töjningar

För att ansätta tillåtna töjningar eller spänningar i konstruktionen, vilka då utgör kollapskriterier för konstruktionen, måste man relatera dessa till det eller de material som används. Töjningen är kontinuerlig i ett tvärsnitt av panelen, medan spänningarna kan variera kraftigt vid eventuella materialgränser. Tabellen nedan ger exempel på flyt- och brottspänningar hos ett fåtal material [4]. När deformationerna i en panel bestämts kan de uppkomna spänningarna/töjningarna beräknas och jämföras med gränserna eller så kan de gränssättande deformationer som hör till gränstöjningarna jämföras med de beräknade deformationerna. Som gränsvärde används lämpligen brotttöjningen. När brotttöjningen uppnås har även en del av konstruktionen uppnått flyttöjningen och därmed har permanenta deformationer uppkommit. Eventuellt kan brotttöjningen tillåtas nå en liten bit in i konstruktionen om grunda sprickor är acceptabla.

Material	E-modul GPa	Flytspänning (σ_Y) MPa	Brottspänning (σ_F) MPa
Aluminium	70	20	70
Aluminumlegeringar	70-79	35-500	100-550
2014-T6	73	410	480
6061-T6	70	270	310
7075-T6	72	480	550
Koppar	110-120	55-330	200-620
Glas	48-83	----	30-1000
Magnesiumlegering	45	80-280	140-340
Stål			
Struktur	200	200-700	340-830
Höghållfast legering	200	340-1000	550-1200
Rostfritt	200	280-700	400-1000
Titanlegeringar	110	760-900	900-970

Begränsande deformationer

De tillfällen då panelen riskerar att stöta ihop med och skada andra delar eller förminska ett utrymme så det inte kan användas för det ändamål som det konstruerats för är antagligen få. Vid behov måste dock gränsdeformation ansättas, vilken då kan sägas utgöra ett kollapskriterium för detta mycket speciella fallet.

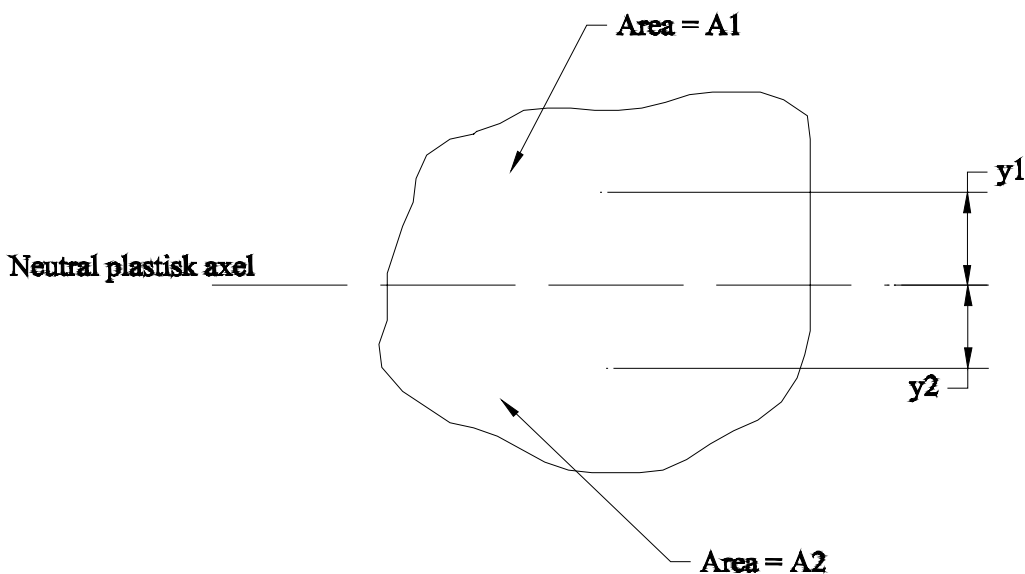
Det är troligare att panelens utböjning i kombination med belastningar i panelens plan skapar ytterligare påfrestningar i panelen, utöver de statiska påfrestningarna. I ett sådant fall kommer panelens utböjning att bli större, än vid enbart belastning mot panelens plan, om den statiska lasten ger tryckspänningar i panelen. Om den statiska lasten ger dragspänningar i panelen blir däremot utböjningarna mindre. Tryckbelastningar i panelens plan ger även risk för knäckning av panelen, vilket måste beaktas. För att inte riskera knäckning måste deformationerna hållas små.

Kollapslaster för panel modellerad som ideal elasto-plastisk balk

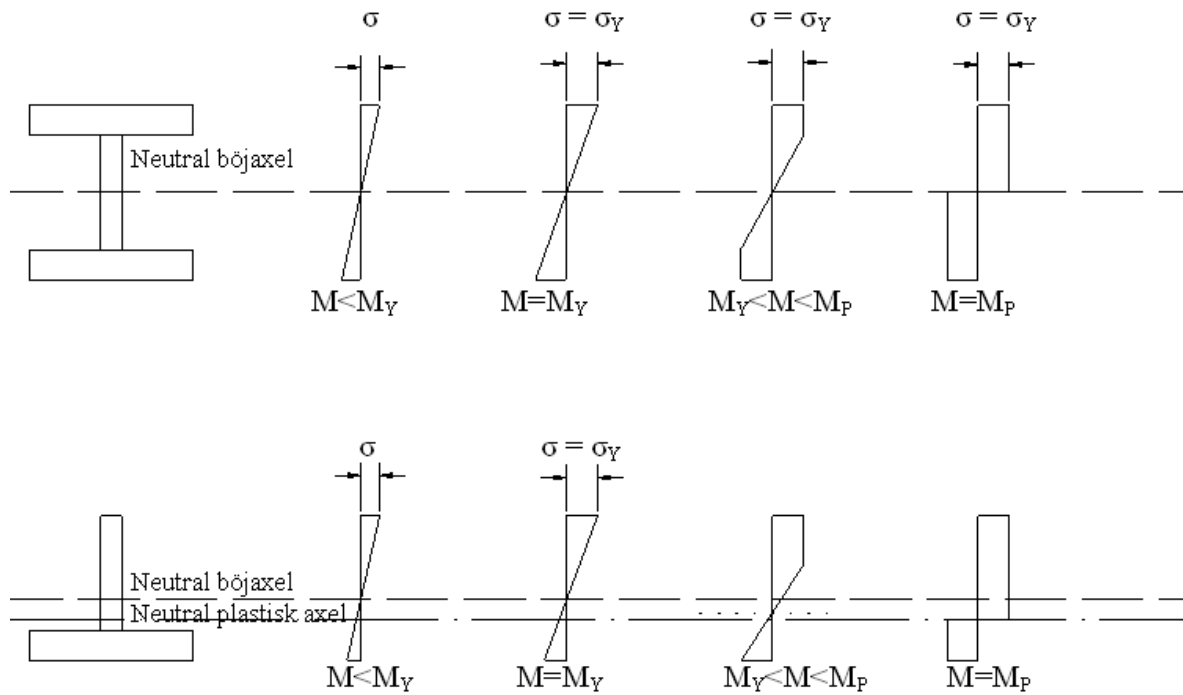
Strukturpaneler kan oftast modelleras som en balk eller ett system av balkar. Om en balk antas ha ideal elasto-plastiska egenskaper finns ingen brottöjning ansatt, utan endast en flytspänning (och därmed även en flyttöjning). För balken kan ett statiskt moment (M_p) bestämmas [5], vilket anger det moment som krävs i balken för en flytled ska bildas.

$$M_p = \sigma_y \frac{A}{2} (y_1 + y_2)$$

Variablerna y_1 och y_2 beskriver avståndet från den plastiskt neutrala axeln (som delar balken så att areorna på båda sidor blir lika stora, $A/2$, se figur 2) till tyngdpunkten på respektive sida. För symmetriska balkar sammanfaller den plastiska neutrala axeln med den neutrala böjaxeln, figur 3.

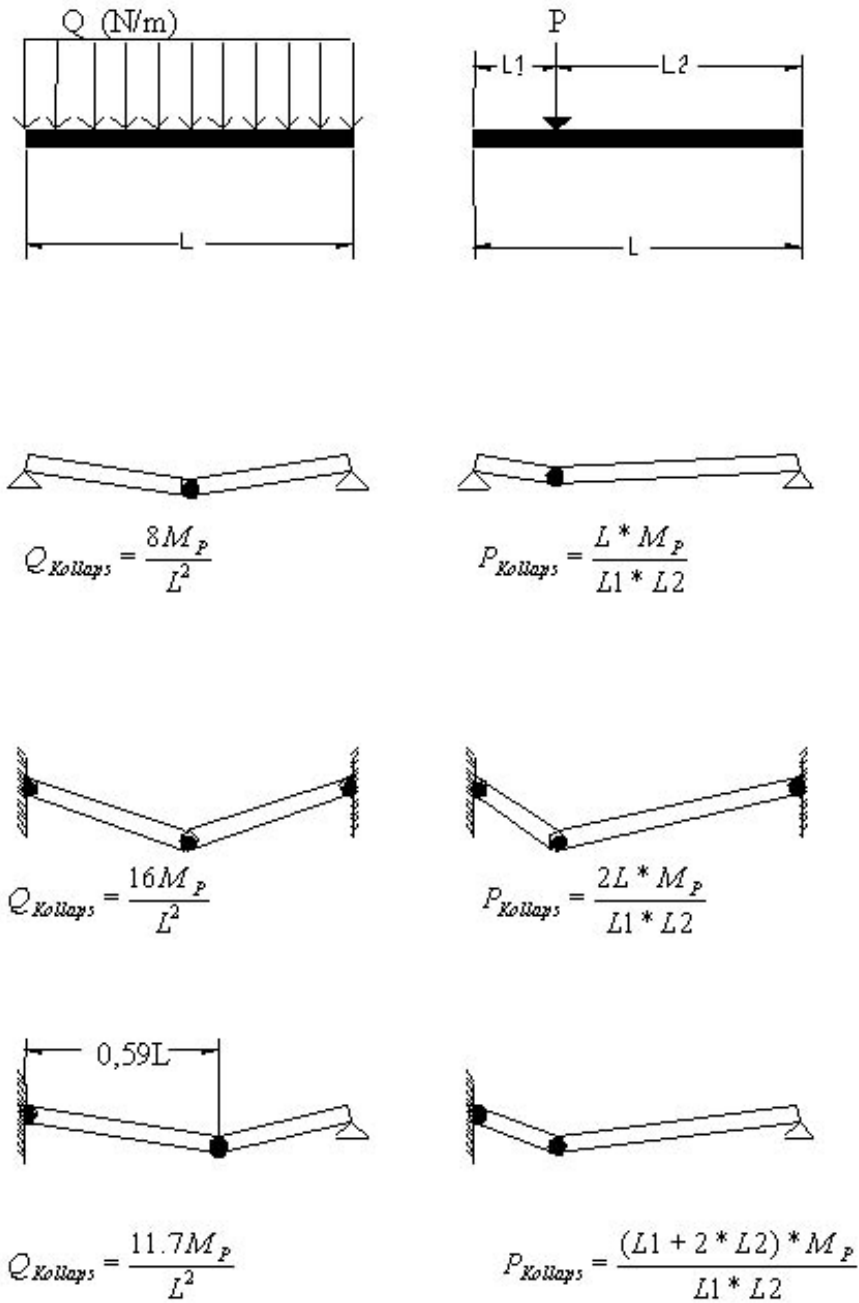


Figur 2: Den plastiskt neutrala axeln delar balken så att areorna $A_1 = A_2$.



Figur 3: Spänningsfördelning och tillhörande moment. I den symmetriska (övre) balken sammanfaller neutrala bøjaxeln med den plastiskt neutrala axeln.

Kollapslasterna för balken kan bestämmas med hjälp av figur 4 [5], som beskriver kollapslast som funktion av M_P , belastningstyp och upplagsförhållanden samt redovisar uppkomna flytleder.



Figur 4: Kollapslaster för balkar med olika upplagsförhållanden. Till vänster är balkarna belastade med en jämnt fördelad statisk last (N/m) och till höger en statisk punktlast (N). De fyllda punkterna redovisar flytlederna.

Hur bestäms deformationerna?

Statisk last

I det statiska fallet är det relativt enkelt att bestämma deformationerna, om man tillåter sig att modellera panelen som balkar. Även om man behandlar panelen som en panel, d.v.s. en tvådimensionell platta eller skiva, kan deformationerna bestämmas "för hand" om geometrin och upplagsförhållandena inte är alltför krångliga [6], [7]. Eventuella förstyvningar, hörn och varierande upplagsvillkor kan i detta fall ställa till problem.

I denna rapport suderas tryckbelastade paneler, där den primära tryckorsaken är en explosion inuti ett slutet rum. Den tryckbelastningen som explosionen orsakar är i allra högsta grad dynamisk och därför bör även de dynamiska effekterna behandlas när deformationerna bestäms. Det dynamiska förloppet kräver även att man kan bestämma deformationerna vid varje tidpunkt belastningen belastar panelen, eller som minst fram till tidpunkten då panelen utsätts för störst påfrestningar eller uppnår något tillämpligt kollapskriterium. En metod för att uppskatta panelens påfrestningar i det dynamiska fallet presenteras i nästa stycke.

Exempel på hur man kan bestämma kollapskriterier (gränsvärden) för balkar, och därmed även paneler beskrivna som balkar, i det statiska fallet ges nedan. Beräkningarna, liksom den förklarande texten, är utförda i programmet Mathcad. Följande tecken kan kräva en förklaring:

A := 2	A tilldelas värdet (eller funktionen) 2
→	Pilen visar att Mathcads symboliska lösningsfunktioner används.
solve,x →	Löser en ekvation med avseende på x
=	Likhetstecken i fet stil är den booleska operatoren "lika med". Används bl.a. när två uttryck sätts lika med varandra inför en ekvationslösning.
...	Uttrycket fortsätter på raden nedanför.

Beräkningsexempel: Panelstrimla modellerad som balk (se figur 1)

```

Längd_balk := 2350 · 10-3 m
Plåt_tjocklek := 5 · 10-3 m
Plåt_bredd := 475 · 10-3 m  Plåtstrimlans bredd (0,5 m) har räknats om till en effektiv bredd för att verka som en fläns.
Liv_höjd := 120 · 10-3 m
Liv_tjocklek := 5,7 · 10-3 m
Fläns_bredd := 66 · 10-3 m
Fläns_tjocklek := 8,6 · 10-3 m
E := 200 · 109 Pa
Flytspänning := 300 · 106 Pa
Brottspänning := 400 · 106 Pa

```

Balkens geometriska egenskaper:

```

Area := Plåt_tjocklek · Plåt_bredd + Liv_tjocklek · Liv_höjd + Fläns_tjocklek · Fläns_bredd
Area = 3.6266 × 10-3 m2

```

Beräkning av masscentrum (MC)

$A_{\text{plåt}} := \text{Plåt_tjocklek} \cdot \text{Plåt_bredd}$

$A_{\text{liv}} := \text{Liv_tjocklek} \cdot \text{Liv_höjd}$

$A_{\text{fläns}} := \text{Fläns_tjocklek} \cdot \text{Fläns_bredd}$

$$MC := \frac{A_{\text{plåt}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{Plåt_tjocklek} + A_{\text{liv}} \cdot \left(\text{Plåt_tjocklek} + \frac{1}{2} \cdot \text{Liv_höjd} \right)}{\text{Area}} + \frac{A_{\text{fläns}} \cdot \left(\text{Plåt_tjocklek} + \text{Liv_höjd} + \frac{1}{2} \cdot \text{Fläns_tjocklek} \right)}{\text{Area}} \dots$$

MC = 0.0341333977 m avståndet gäller från ytterkanten på plåten.

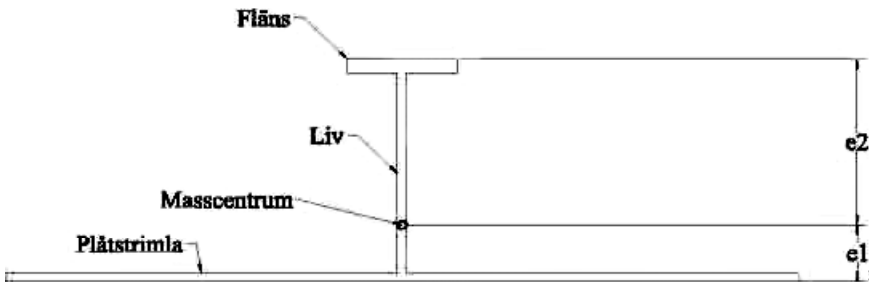
$\text{höjd} := \text{Plåt_tjocklek} + \text{Liv_höjd} + \text{Fläns_tjocklek}$

$e_1 := MC$

$e_2 := \text{höjd} - MC$ e_1 och e_2 är avstånden från respektive kant till masscentrum

$$I := \frac{1}{3} \cdot \left[\text{Plåt_bredd} \cdot e_1^3 - (\text{Plåt_bredd} - \text{Liv_tjocklek}) \cdot (e_1 - \text{Plåt_tjocklek})^3 \dots \right. \\ \left. + \text{Fläns_bredd} \cdot e_2^3 - (\text{Fläns_bredd} - \text{Liv_tjocklek}) \cdot (e_2 - \text{Fläns_tjocklek})^3 \right]$$

$I = 8.9980937235 \times 10^{-6} \text{ m}^4$



Figur 5: Exempelbalken

Som kontroll av beräkningarna eller som alternativ till dem kan man rita elementet i t.ex. AutoCad och direkt få de data man söker.

Utskrift från AutoCad:
(enhet mm)

```
----- REGIONS -----  
  
Area: 3626.6000  
Perimeter: 1337.8000  
Bounding box: X: 0.0000 -- 475.0000  
               Y: 0.0000 -- 133.6000  
Centroid: X: 237.5000  
           Y: 34.1334  
Moments of inertia: X: 13223404.8987  
                   Y: 249425744.8967  
Product of inertia: XY: 29399692.7500  
Radii of gyration: X: 60.3840  
                  Y: 262.2532  
Principal moments and X-Y directions about centroid:  
I: 8998093.7235 along [1.0000 0.0000]  
J: 44862838.6467 along [0.0000 1.0000]
```

För fritt upplagda balkar belastade med jämnt fördelade statiska laster gäller:

$$\delta_{\max}(Q, L, E, I) := \frac{5 \cdot Q \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I} \quad \text{för mittpunkten (x=L/2), Lasten } Q = q \cdot L \text{ (N/m} \cdot \text{m)}$$

$$M_{\max}(Q, L) := \frac{Q \cdot L}{8} \quad \text{för mittpunkten (x=L/2)}$$

$$\omega(Q, L, E, I, x) := \frac{Q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{-x^4}{L^4} + 2 \cdot \frac{x^3}{L^3} - \frac{x}{L} \right) \quad \text{elastiska linjens ekvation}$$

$$\text{kurvatur}(Q, L, E, I, x) := \frac{d^2}{dx^2} \omega(Q, L, E, I, x) \quad \text{kurvaturen motsvarar 1/radien}$$

Antag att belastningen $Q=5$ kN påförs på plåten (den motsatta sidan till förstyvningen)

$$e_{\text{drag}} := e_2$$

$$e_{\text{tryck}} := e_1 \quad \text{avstånden från masscentrum (böjaxeln) till ytterkant på respektive sida}$$

$$Q := 5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$I = 8.9980937235 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$L := \text{Längd_balk}$$

Mittpunktsutböjningen blir då:

$$\delta_{\max}(Q, L, E, I) = 4.6949596378 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Mittpunktsmomentet blir då:

$$M_{\max}(Q, L) = 1.46875 \times 10^3 \text{ mN}$$

Dragtöjningen vid balkmitt blir:

$$\epsilon_d := \text{kurvatur}\left(Q, L, E, I, \frac{L}{2}\right) \cdot e_{\text{drag}} = (8.1179178978 \times 10^{-5})$$

Trycktöjningen vid balkmitt blir:

$$\epsilon_t := -\text{kurvatur}\left(Q, L, E, I, \frac{L}{2}\right) \cdot e_{\text{tryck}} = (-2.7857804871 \times 10^{-5})$$

Största dragspänningen blir:

$$\sigma_d := \epsilon_d \cdot E = (1.6235835796 \times 10^7 \text{ Pa})$$

Största tryckspänningen blir:

$$\sigma_t := \epsilon_t \cdot E = (-5.5715609742 \times 10^6 \text{ Pa})$$

Spänningarna ligger långt under flytspänningen (300 MPa) och alltså klarar balken att uppta lasten. I detta enkla fall är det tack vare de linjära förhållandena väldigt lätt att bestämma den last som krävs för att uppnå flytspänning på ytan av drag- respektive trycksidan.

Last för flytspänning

Dragsidan:

$$\frac{\text{Flytspänning}}{\sigma_d} = 18.4776443774$$

lasten $18,478 \times 5$ kN bör alltså ge flytspänning

$$Q := 18.478 \cdot Q$$

$$\delta_{\max}(Q, L, E, I) = 8.6753464187 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$M_{\max}(Q, L) = 2.71395625 \times 10^4 \text{ mN}$$

$$\varepsilon_d := \text{kurvatur}\left(Q, L, E, I, \frac{L}{2}\right) \cdot e_{\text{drag}} = (1.5000288691 \times 10^{-3})$$

$$\sigma_d := \varepsilon_d \cdot E = (3.0000577383 \times 10^8 \text{ Pa})$$

På samma sätt kan en gränslast för flytspänning på trycksidan bestämmas. Om panelen inte kan tillåtas flyta på ytan har nu ett kollapskriterium bestämts. Oftast kan man dock tillåta att ytan flyter, men inte går till brott och därför måste man bestämma vid vilken last (eller snarare utböjning i det dynamiska fallet) brottspänningar eller brottöjningar uppkommer. När brottspänningar/töjningar nås börjar panelen spricka. I exemplet antas att brottspänningen är den högsta spänning som kan uppnås i materialet, vilket inte alltid är fallet.

$$\text{Brottspänning} = 4 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$\varepsilon_{\text{brott}} := \frac{\text{Brottspänning}}{E}$$

$$\varepsilon_{\text{brott}} = 2 \times 10^{-3}$$

Last för brottspänning:

För att hitta den till brottspänningen hörande lasten:

$$Q_{\text{brott}} := \text{kurvatur}\left(Q_{\text{brott}}, L, E, I, \frac{L}{2}\right) \cdot e_2 - \varepsilon_{\text{brott}} = 0 \text{ solve}, Q_{\text{brott}} \rightarrow 123184.29584951061475 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Pa}$$

$$Q_{\text{brott}} = 1.2318429585 \times 10^5 \text{ N}$$

Utböjning vid Q_{brott} :

$$\delta_{\max}(Q_{\text{brott}}, L, E, I) = 0.0115669059 \text{ m}$$

Dessa resultat kan jämföras med vad som ges av uttrycken för kollapskriterier enligt stycket "Panelen modellerad som ideal elasto-plastisk balk"

Ideal elasto-plastisk balk

$$\sigma_Y := E$$

$$A := \text{Area}$$

$$A_{\text{plåt}} = 2.375 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_{\text{liv}} + A_{\text{fläns}} = 1.2516 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Den plastiskt neutrala axeln som delar balken i två lika delar ligger i plåten eftersom plåtens area är större än summan av livets och flänsens areor.

$$\text{Plåt_tjocklek} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$x := \left[\text{Plåt_bredd} \cdot x = \text{Plåt_bredd} \cdot (\text{Plåt_tjocklek} - x) \dots \right] \text{ solve}, x \rightarrow 3.8174736842105263158 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}$$

$$x = 3.8174736842 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ vilket är mindre än plåtens tjocklek (d.v.s. inuti plåten).}$$

$$y1 := \frac{x}{2}$$

$$A2_{\text{plåt}} := \text{Plåt_bredd} \cdot (\text{Plåt_tjocklek} - x)$$

$$y2 := \left[\frac{A2_{\text{plåt}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\text{Plåt_tjocklek} - x) + A_{\text{liv}} \cdot \left[(\text{Plåt_tjocklek} - x) + \frac{1}{2} \cdot \text{Liv_höjd} \right]}{\text{Area}} \dots \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{fläns}} \cdot \left[(\text{Plåt_tjocklek} - x) + \text{Liv_höjd} + \frac{1}{2} \cdot \text{Fläns_tjocklek} \right]}{\text{Area}} \right]$$

$$M_P := \sigma_Y \cdot \frac{A}{2} (y1 + y2)$$

$$Q_{\text{Kollaps}} := \frac{8 \cdot M_P}{Längd_balk^2} \text{ N/m}$$

$$\text{Kollapslast} := Q_{\text{Kollaps}} \cdot Längd_balk$$

$$\text{Kollapslast} = 4.0962405952 \times 10^7 \text{ N}$$

Utböjning, töjningar och spänningar beräknade utgående från elastiska linjens ekvation och den ovan beräknade kollapslasten blir:

Mittpunktsutböjningen blir:

$$\delta_{\text{max}}(\text{Kollapslast}, L, E, I) = 3.8463368522 \text{ m}$$

Mittpunktsmomentet blir:

$$M_{\text{max}}(\text{Kollapslast}, L) = 1.2032706748 \times 10^7 \text{ mN}$$

Dragtöjningen vid balkmitt blir:

$$\varepsilon_d := \text{kurvatur} \left(\text{Kollapslast}, L, E, I, \frac{L}{2} \right) \cdot e_{\text{drag}} = (0.6650588968)$$

Trycktöjningen vid balkmitt blir:

$$\varepsilon_t := -\text{kurvatur} \left(\text{Kollapslast}, L, E, I, \frac{L}{2} \right) \cdot e_{\text{tryck}} = (-0.2282245424)$$

Största dragspänningen blir:

$$\sigma_d := \varepsilon_d \cdot E = (1.3301177937 \times 10^{11} \text{ Pa})$$

Största tryckspänningen blir:

$$\sigma_t := \varepsilon_t \cdot E = (-4.5644908482 \times 10^{10} \text{ Pa})$$

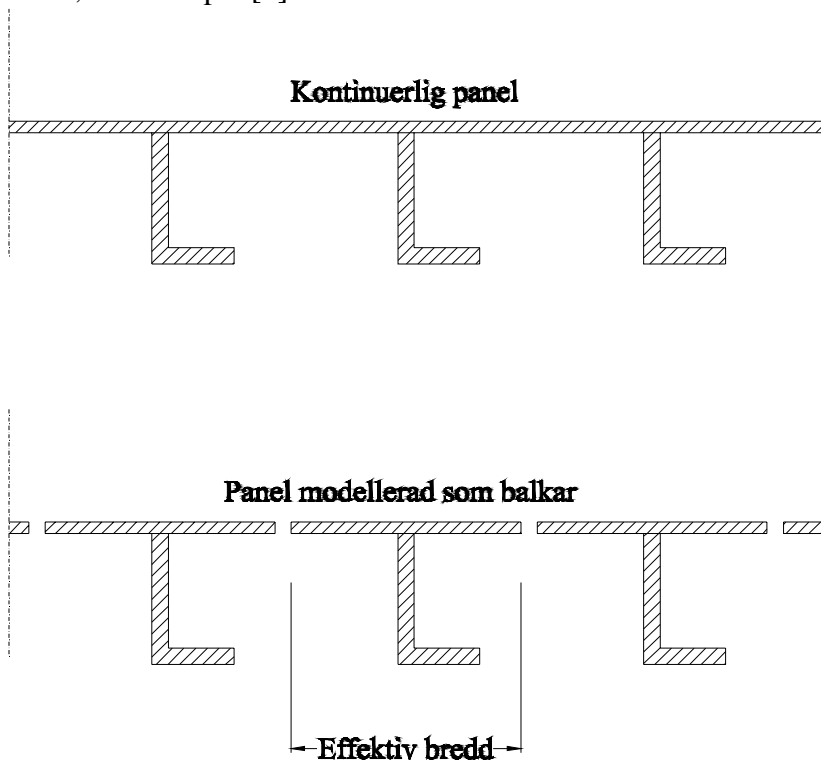
Dessa spänningar är mycket större än brottspänningen och utböjningen är av samma storleksordning som balklängden. Detta modelleringssätt kan användas för en "största" kollapslast. Blir lasten större än den beräknade kollapslasten kan man vara säker på att balken har kollapsat. Under kollapslasten finns alltid någon del av balken som fortfarande verkar momentupptagande. Det bör påpekas att den elastiska linjens ekvation egentligen inte gäller vid stora deformationer, som denna.

Dynamisk last

I syfte att kunna uppskatta belastningar och deformationer hos strukturpaneler utsatta för dynamiska laster har ett gammalt amerikanskt program från 1970 [1] moderniserats för att kunna användas igen.

Primärt är verkan av inneslutna explosioner av intresse. Metoder för att skatta tryckbelastningarna finns presenterade i [3]. De spänningar, töjningar och deformationer som beräknas med programmet kan användas för kontroll om något gränsvärde överskridits. Programmet har i sig inga brottkriterier ansatta, utan användaren anger själv vilka gränser som ska gälla. I en förlängning kan man även tänka sig att kontrollera om eventuella känsliga vitala komponenter som är fästa på panelen utsätts för skadliga accelerationer eller förskjutningar. En metod för detta finns presenterat i [8]. I programmet finns en funktion som jämför beräknade töjningar (vid yttersta fibern) med gränstöjningar (t.ex. brotttöjningar) som användaren anger. Ur detta kan man efter beräkningen sluta sig till om strukturen kollapsat eller inte.

Programmet är skrivet för beräkningar avseende system av balkar och tvärbalkar. Detta innebär inga större problem då strukturpaneler nästan alltid kan modelleras som just balksystem. För vissa paneltyper kan det krävas ganska mycket arbete för att bestämma de indatavärden som krävs. Det kan till exempel gälla inhomogena paneler förstärkta med någon sorts profil. I många fall är användaren tvungen att bestämma en så kallad effektiv bredd hos panelen som kan fungera som fläns till en balk bestående av eventuella förstyrningselement, se figur 6. På så sätt kan förstyrade paneler beskrivas som balkelement. Hur detta kan göras finns beskrivet i många böcker inom området, till exempel [5].



Figur 6: En förstyrad panel kan beskrivas som balkelement med hjälp av en så kallade effektiv bredd, här visualiserat med tvärsnittsbilder.

Det finns inga ambitioner att programmet ska ge "exakta" resultat. Meningen är att det ska vara ett enkelt hjälpmedel för att uppskatta framför allt extremvärden, utan att man behöver använda tidskrävande kontinuumdynamiska modeller.

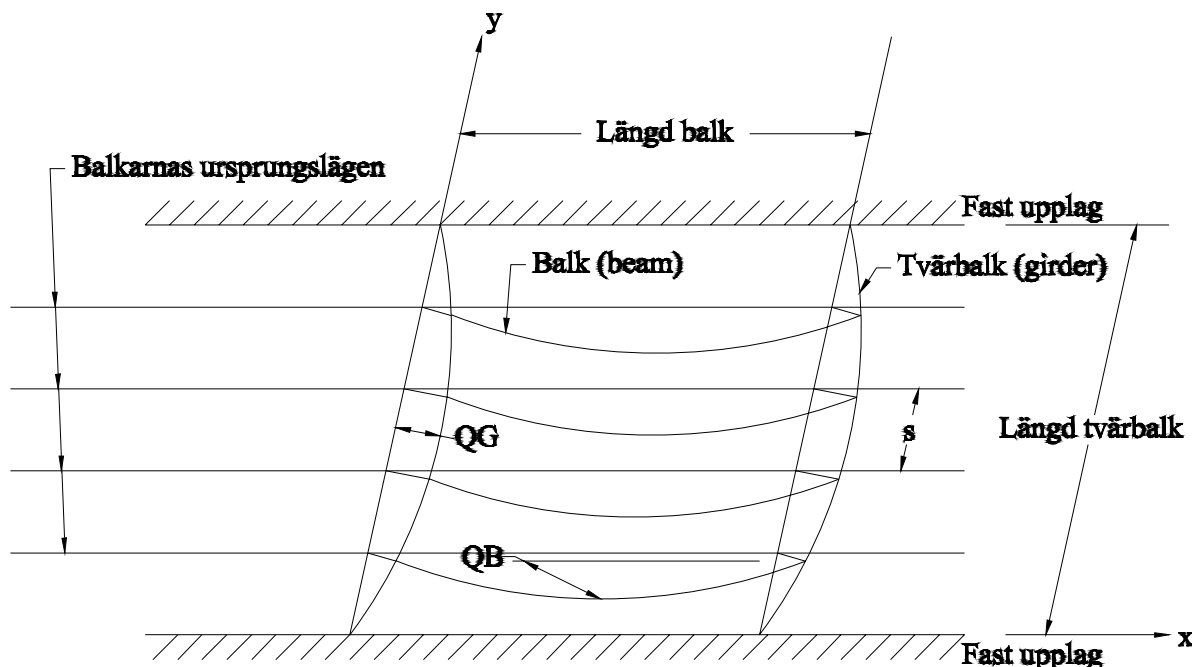
Programmet har inte heller någon funktion för att beräkna dämpningar i systemet, men då syftet är att skatta extremvärden hinner en eventuell dämpningsfunktion inte verka nämnvärt på systemet under den korta tid en första tryckvåg belastar panelen. Betraktar man resultaten en längre tid från pålastningstidpunkten blir det uppenbart att svängningsamplituderna är större än de skulle ha varit om den inre dämpningen kunnat beräknas i programmet.

Översiktlig beskrivning av det amerikanska programmet.

Programmet [1] är avsett att beräkna deformationer och reaktionskrafter för ett system av raka balkar och tvärbalkar enligt figur 7. Panelstrukturen modelleras alltså som ett antal symmetriskt upplagda balkar mellan identiska tvärbalkar. Det förutsätts att systemet fortsätter i x-led (figur 7) med fler identiska paneldelar. Tvärbalkarna är i sin tur fritt upplagda på ett fast upplag eller fast inspända i det samma. Balkarna betraktas som ett enfrihetsgradssystem belastat med en dynamisk last, samtidigt som tvärbalkarna betraktas som ett annat enfrihetsgradssystem belastat med reaktionskrafterna från balkarna, som om det vore en över hela tvärbalken jämnt fördelad utbredd last. Alla balkar har identiska egenskaper och avståndet mellan dem är konstant.

Den dynamiska belastningen verkar på balkarna, över arean som bestäms av balkarnas längd och deras inbördes avstånd (s enligt figur 7). I fallet med endast en balk per panelfack (som då automatiskt hamnar i mitten av tvärbalkarna) blir belastningen utbredd över balkarnas längd och halva tvärbalkarnas längd (lasten fördelas på längden $s/2$ på ömse sidor om balken). Den kvarvarande lasten anses belasta de fasta upplagen direkt och tas inte med i beräkningarna.

Tvärbalkarnas "utbredda" belastning på tvärbalkarna kan ses på ungefär samma sätt, om man "tänker bort" balkarna som element. Den belastade arean bestäms då av balkarnas längd, deras inbördes avstånd och tvärbalkarnas längd. Belastningen justeras med hänsyn till att de fasta upplagen bär last ut till ett avstånd $s/2$ i tvärbalkens riktning och masströgheten i balkarna.



Figur 7: System av balkar och tvärbalkar. Avståndet mellan balkarna är s , mittpunktsutböjningen hos tvärbalkarna benämns QG och balkarnas mittpunktsutböjning relativt upplagen på tvärbalkarna kallas QB.

Beräkningarna tar inte hänsyn till kopplingen mellan balkarna och tvärbalkarna. Om de naturliga frekvenserna för respektive del skiljer sig markant bör det ge tillräckligt bra resultat. Om däremot egenfrekvenserna för balkar respektive tvärbalkar är ungefär lika kan resultaten bli missvisande.

Det förutsätts också att materialet i balkar respektive tvärbalkar kan beskrivas med en bilinjär elastisk-plastisk funktion.

Både balkar och tvärbalkar kan definieras som fast inspända eller fritt upplagda, det är dock alltid samma uppläggning i båda ändar hos alla balkar respektive tvärbalkar.

Programmet beräknar inte någon dämpning utan systemet fortsätter att svänga med egenfrekvenserna, eventuellt runt permanenta deformationer.

Balkarnas deformationer beräknas relativt deras upplag, d.v.s. den totala rörelsen hos mittpunkten av en balk är den beräknade deformationen plus tvärbalkens deformation i balkens upplagsplats. Det är endast mittpunktsdeformationerna som beräknas för balkarna, hos tvärbalkarna bestäms deformationen vid varje balkupplag. För en balk som ligger mitt på en tvärbalk gäller att totala förflyttningen hos mittpunkten är summan av balkutböjningen och tvärbalksutböjningen.

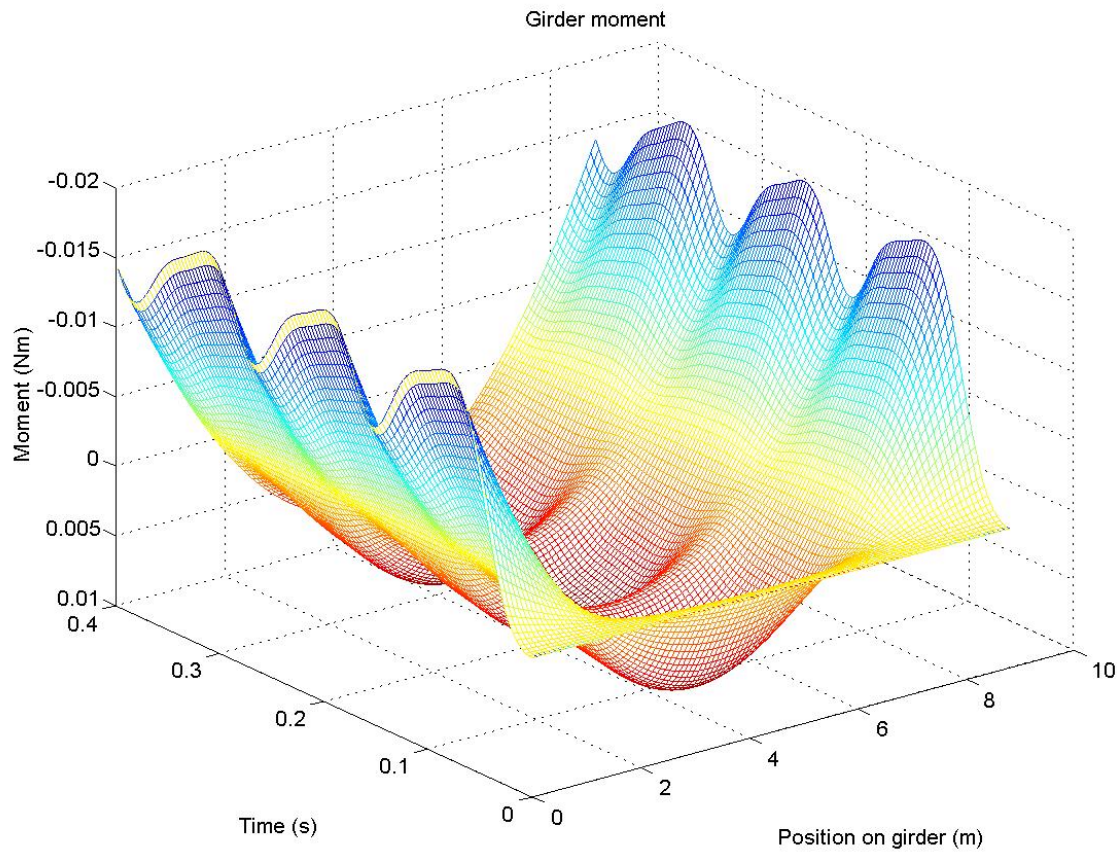
Beskrivning av förändringar införda i programmet

Programmet skrevs ursprungligen i språket FORTRAN IV [1], men är nu omskrivet till MATLAB kod. Ett stort antal variabler, dock inte alla, har fått nya beskrivande namn. Alla GO TO satser har ersatts med villkorssatser (IF). Vissa begränsningar har tagits bort vilket bl.a. ger möjlighet till beräkning över längre tidsintervall med finare tidssteg.

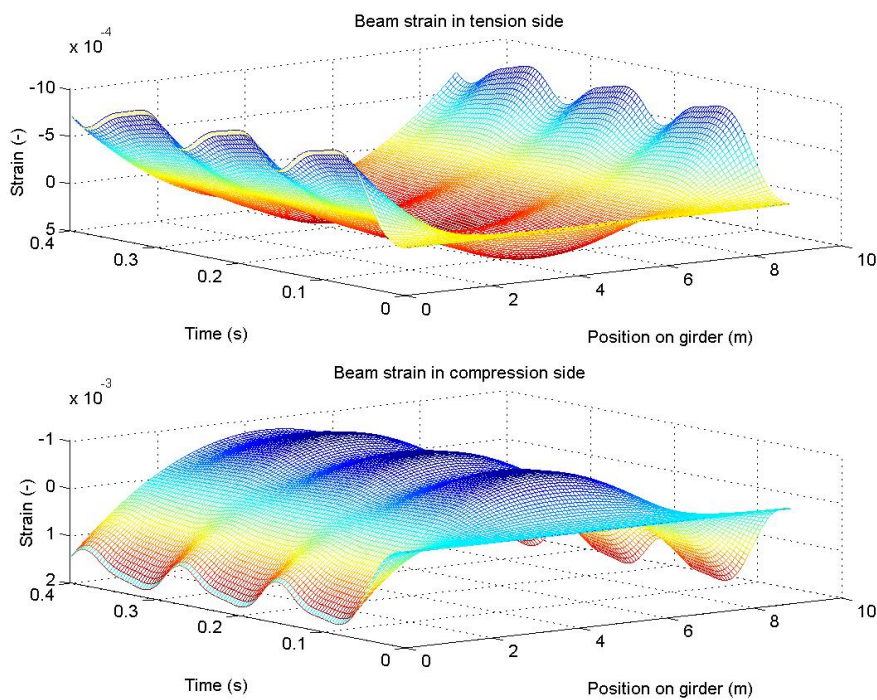
I programmets originalversion beräknades reaktionskrafterna under första pålastningen direkt utgående från last och fjäderkonstant till dess att avlastningen börjar eller plastiska tillståndet uppnås. Därefter beräknades reaktionsförändringen i nästa beräkningssteg med hjälp av lastförändringen. Nu beräknas alla reaktionskrafter stegvis baserat på belastningsförändringen mellan varje steg.

De ovan redovisade förändringarna har inte gett några signifikanta skillnader i beräkningsresultat jämfört med de resultat som finns med i Wang och Grays beskrivning av programmet [1]. Resultaten blir inte riktigt lika men skillnaderna är små och kan eventuellt bero på skillnader i beräkningsprecision mellan nya och gamla datorer.

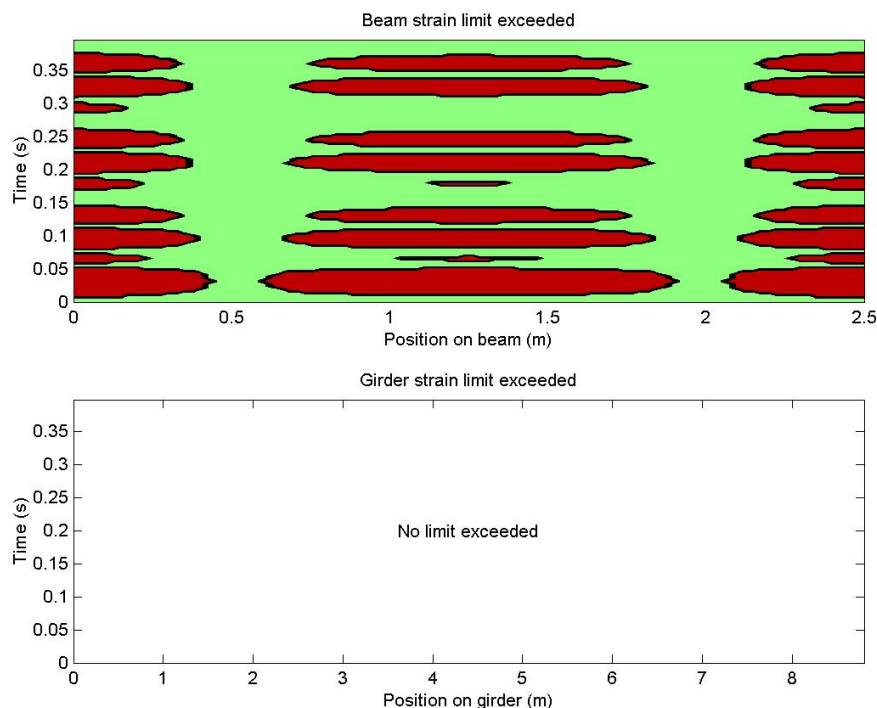
För att kunna jämföra resultaten med kollapskriterier för strukturpaneler behövs spänningar och/eller töjningar i balkarna respektive tvärbalkarna. Dessa belastningar beräknas med hjälp av data för material- och tvärsnittsegenskaper samt via andraderivatan av en vektor innehållande deformationer i balkarna respektive tvärbalkarna (d.v.s. de deformerade elementens kurvatur). Figurerna 8-10 redovisar ett exempel på momentfördelning (figur 8), töjningsfördelning (figur 9) och kontroll gentemot gränstöjningar (figur 10).



Figur 8: Momentfördelningen bestäms vid varje beräkningstidpunkt och redovisas i diagramform. Här visas momenten i en tvärbalk under tiden 0,4 s. Den horisontella linjen vid tiden $t = 0$ s motsvarar balkens odeformerade tillstånd.



Figur 9: Töjningsfördelningen i drag- respektive trycksida hos en fast inspänd tvärbalk. Positiva värden anger dragspänningar.

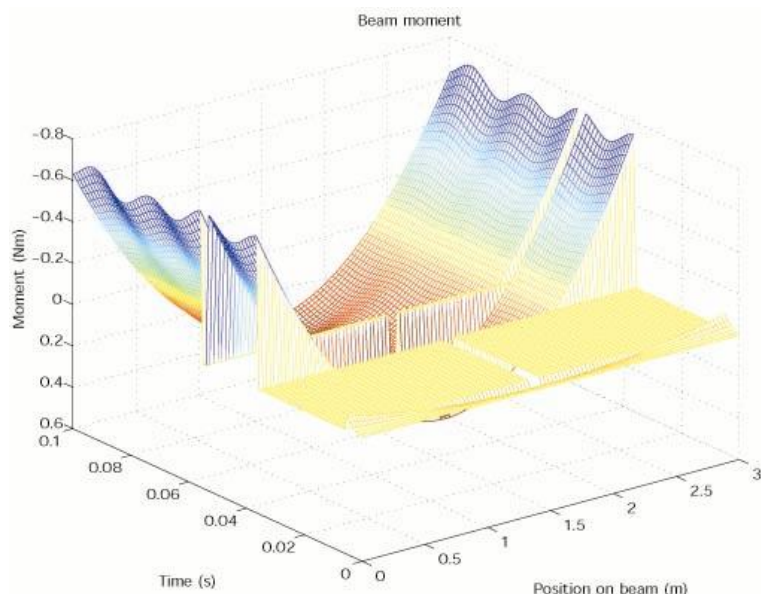


Figur 10: För att underlätta jämförelsen mellan ansatta gränstöjningar och uppnådda töjningar redovisas de lägen på balkar respektive tvärbalkar och tidpunkter vid vilka gränsvärdena överskridits. Om inget gränsvärde överskridits visas en helvit ruta med texten "No limit exceeded".

Resultatredovisningen sker både grafiskt och textmässigt i det moderniserade programmet. Antalet grafer har ökat i jämförelse med det ursprungliga programmet. Det sparas även en stor mängd information i variabler som inte redovisas automatiskt.

Om programmet i någon beräkningscykel finner att balkarna eller tvärbalkarna uppnår gränsvärdet FullyPlasticResistance (se även figur 13 och texten som beskriver indata), d.v.s. flytlasten (vilken kan utgöra ett kollapskriterie), kommer moment- och töjningsgraferna vara diskontinuerliga. Eftersom kurvaturen för elementet med fullt utvecklad flytled är noll i alla punkter utom mittpunkten (och upplagspunkterna för fast inspända element) blir även töjningarna noll. I de punkter kurvaturen inte är noll blir töjningen så stor att den överskuggar alla andra töjningsvärden. Av den anledningen lämnas tomrum på de punkterna i de grafer som visar töjning och moment, för att ge användaren en chans att utläsa de andra värdena. Ett exempel på detta visas i figur 11. I figur 11 syns hur momentet ökar något direkt efter pålastningen börjat, för att sedan försvinna helt i balkmitt till balkens motståndskraft ligger under flytlasten. Därefter visas momentet normalt tills flytlasten uppnås igen, vilket visas av det andra brottet i diagrammet. Även kontrollfiguren (se figur 10) kommer att påverkas av detta.

Värt att notera är att de töjningar, spänningar och moment som beräknas efter det att balken har plasticerats inte tar hänsyn till den avlastning som sker i flytlederna. Det beror på att de påkänningarna beräknas utifrån en formfunktion som gäller i det elastiska tillståndet och mittpunktsutböjningen. Om en balk uppnår sin flytlast eller inte bestäms av den pålagda lasten och balkens masströghet. Alltså beräknas töjningar m.m. även utifrån deformationer som uppträtt under den tid balken varit belastad över flytgränsen.



Figur 11: Momentfördelning med avbrott då balkens flytgränslast överskridits.

Indata som krävs till programmet

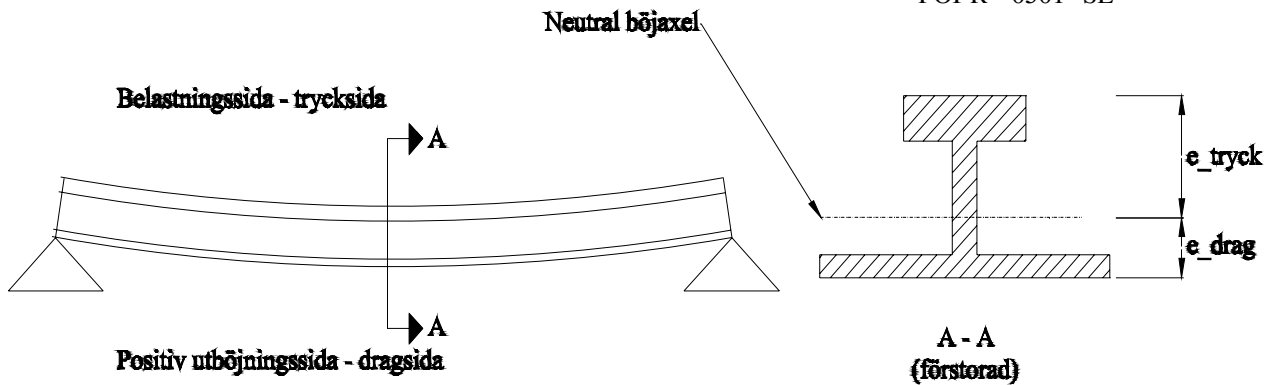
Balksystemet beskrivs genom att data anges för balkarna respektive tvärbalkarna.

För balkarna anges:

LengthOfBeams	Balkarnas längd (m)
BeamSpacing	Avståndet mellan balkarna, s i figur 7, (m)
NumberOfBeams	Antal balkar (st)
BeamSupportCond	Balkarnas upplagsförhållande. 'F' för fast inspänd (Fixed) eller 'P' för fritt upplagd (Pinned)
BeamMass	Balkarnas massa (kg)
BeamEquElasticSpringConst	Ekvivalent fjäderkonstant (N/m)
BeamFullyPlasticResistance	Plastisk kollapslast (N), se även figur 4
BeamE	Elasticitetsmodul (Pa)
BeamI	Tröghetsmoment (m ⁴)
BeamTension_e	Avstånd mellan neutrala böjaxeln och ytterkant på dragsidan (m).
BeamCompression_e	Avstånd mellan neutrala böjaxeln och ytterkant på trycksidan, belastningssidan, (m).

För tvärbalkarna anges:

GirderSupportCond	Tvärbalkarnas upplagsförhållande. 'F' för fast inspänd (Fixed) eller 'P' för fritt upplagd (Pinned)
GirderMass	Tvärbalkarnas massa (kg)
GirderEquElasticSpringConst	Ekvivalent fjäderkonstant (N/m)
GirderFullyPlasticResistance	Plastisk kollapslast (N), se även figur 4
GirderE	Elasticitetsmodul (Pa)
GirderI	Tröghetsmoment (m ⁴)
GirderTension_e	Avstånd mellan neutrala böjaxeln och ytterkant på dragsidan (m).
GirderCompression_e	Avstånd mellan neutrala böjaxeln och ytterkant på trycksidan, belastningssidan, (m).



Figur 12: Definition av tryck- och dragsida samt avstånden mellan neutrala böjaxeln och ytterkant på drag respektive trycksidan.

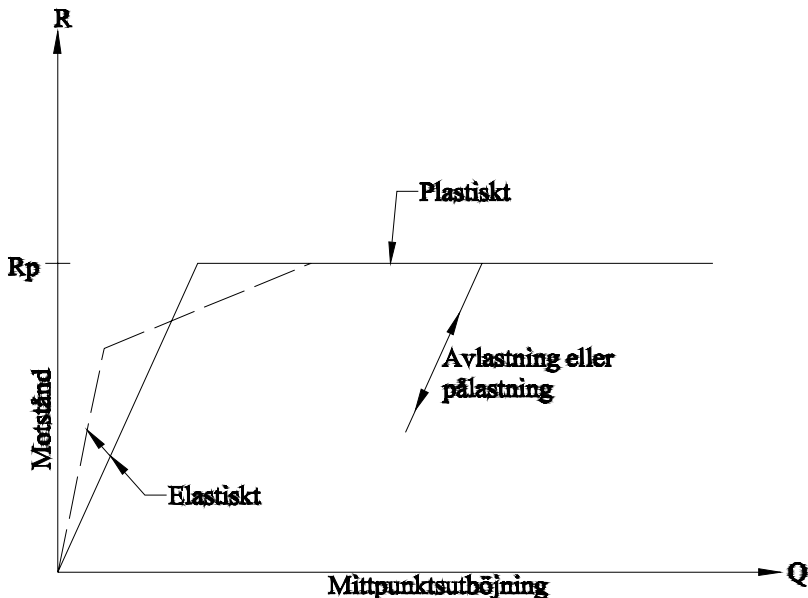
För att kontrollera om vissa gränstöjningar överskridits jämförs beräkningsresultaten med följande värden. Dessa värden behövs inte för beräkningarna, då inga brottvillkor ansätts under beräkningsgången. Gränsvärdena används endast genom att slutresultaten jämförs med dem för att kontrollera om och i så fall var och när gränserna överskridits.

BeamTensionSideStrainMax	Största respektive minsta tillåtna (negativa värden för tryck) töjning på balkarnas dragsidor.
BeamTensionSideStrainMin	
BeamCompressionSideStrainMax	Största respektive minsta tillåtna (negativa värden för tryck) töjning på balkarnas trycksidor (belastningssidor).
BeamCompressionSideStrainMin	
GirderTensionSideStrainMax	Största respektive minsta tillåtna (negativa värden för tryck) töjning på tvärbalkarnas dragsidor.
GirderTensionSideStrainMin	
GirderCompressionSideStrainMax	Största respektive minsta tillåtna (negativa värden för tryck) töjning på tvärbalkarnas trycksidor (belastningssidor).
GirderCompressionSideStrainMin	

Tvärbalkarnas längd beräknas som: (antalet balkar + 1)*avståndet mellan balkarna.

Antalet tvärbalkar behöver inte anges då programmet förutsätter symmetri i x-led (se figur 7 för koordinatsystemet).

För att bestämma den ekvivalenta fjäderkonstanten används figur 13. Figuren beskriver förhållandet mellan förmågan att uppta last (egentligen motstånd mot den pålagda lasten) och förskjutning för en balk med ideal elasto-plastiskt uppträdande. Fjäderkonstanten ges i detta fall av lutningen hos den heldragna linjen.



Figur 13: Idealiserad elasto-plastisk motståndsfunktion.

I fallet med fritt upplagda balkar räcker det med att veta balkens elasticitetsmodul, tröghetsmomentet runt böjaxeln och en ekvation för mittpunktens elastiska förskjutning vid belastning med en utbredd, jämnt fördelad, last för att bestämma fjäderkonstanten. Fritt upplagda balkar når sin kollapslast då en flytled har utvecklats i balkens mittpunkt. Den jämnt fördelade last som krävs för detta, R_p enligt figur 13, anges i indatavärdena som `XXFullyPlasticResistance`, där XX står för Beam (balk) respektive Girder (tvärbalk).

När strukturen består av fast inspända balkar måste vissa förenklingar till för att kunna beskriva dem med den bilinjära heldragna linjen i figur 13.

Kollapslasten, R_p enligt figur 13, uppnås då tre flytleder skapats i balken. De två första flytlederna uppkommer vid infästningarna och den tredje i balkmitt. Efter det att flytlederna vid inspänningspunkterna uppstått beter sig balken nämligen som om den vore fritt upplagd. Detta mönster visas med den streckade linjen i figur 13, där brytpunkten motsvarar den last och förskjutning då flytleder uppstår vid inspänningspunkterna.

Eftersom programmet kräver en bilinjär motståndsfunktion, d.v.s. endast en fjäderkonstant upp till kollapslasten, måste en rak linje ansättas från origo till en lämplig mittpunktsutböjning vid kollapslasten, R_p . Den punkten väljs så att arean under kurvan blir lika för de båda fallen, då deformationen går från noll till ett värde i det plastiska tillståndet. Detta motsvarar att samma arbete utförs i de båda fallen. Lutningen hos denna linje motsvarar fjäderkonstanten för den fast inspända balken och på samma sätt som i fallet med den fritt upplagda balken motsvarar motståndskraften R_p FullyPlasticResistance för balk respektive tvärbalk.

Den pådrivande belastningen beskrivs i en separat funktion på ett sätt som ger ett belastningsvärde för varje beräkningssteg (tidssteg). Även då lasten är noll ska det anges vid varje beräkningstidpunkt. Därmed anges även den totala beräkningstiden. Tidssteget bestäms utifrån systemets egenfrekvenser och finns tillgängligt i funktionen där lasten definieras.

Programmets beräkningsgång

För en noggrannare beskrivning av beräkningsmodellen och teorin bakom den hänvisas till [1].

Indata gällande panelens geometri och materialdata läses.

Utifrån upplagsvillkoren och de angivna statiska formfunktionerna bestäms parametrar och normerade utböjningsformer för balkarna och tvärbalkarna i det elastiska området.

Ett antal variabler och hjälpvariabler ansätts med hjälp av de ovan bestämda parametrarna.

Systemets egenfrekvenser bestäms och utgående från det bestäms tidssteget för den numeriska integrationen och lastbeskrivningen.

Lasten beräknas som funktion av tiden enligt indata och med tidsupplösning enligt tidssteget.

Initialvärden för den numeriska integrationen ansatt (vissa beräknas).

Parametrar baserade på den plastiska normaliserade formfunktionen beräknas. Under första beräkningscykeln i den numeriska integrationen förutsätts att elastiska egenskaper gäller vid bestämningen av utböjningen.

Den numeriska integrationen börjar. För varje beräkningstidpunkt utförs följande:

Utböjningen för tvärbalkarna och den relativa utböjningen för balkarna beräknas via en koordinattransformation med hjälp av de dynamiskt okopplade variablerna z_1 och z_2 , som i sin tur bestämts genom accelerationsvärden. Balkarnas relativa utböjning motsvaras av $QB=z_1+z_2$ och tvärbalkarna utböjning $QG=-z_1*(\text{antalet balkar})*(tvärbalkens\ massfaktor\ enligt\ formfunktionen)/(\alpha_1\ enligt\ formfunktionen)$.

Utböjningens storlek bestäms endast i mittpunkten för respektive del. Den kompletta utböjningsformen för hela balken/tvärbalken ges av den normaliserade formfunktionen (med en enhetsförskjutning i mittpunkten) och den beräknade mittpunktsutböjningen. Detta medför att alla elastiska utböjningskurvor kommer att anta formen som hör samman med en jämnt fördelad last.

Motståndsvärdena för tvärbalk och balk beräknas med hjälp av de ekvivalenta fjäderkonstanterna. Motståndsvärdet anger vilket motstånd (kraft) balken/tvärbalken ger mot den pådrivande lasten.

Varje motståndsvärde jämförs med det föregående. Om utböjningen ökat ökar motståndet, R , elastiskt om inte den plastiska gränsen, R_p , uppnåtts då motståndet är konstant. Om utböjningen minskat minskar även motståndet, R , elastiskt.

Då motståndet, R , för balk eller tvärbalk ändras från elastiska området till det plastiska eller tvärt om ändras även motsvarande parametrar (formfunktioner) mellan de elastiska och plastiska.

Nya accelerationsvärden ($z_1''_{(n)}$ och $z_2''_{(n)}$) bestäms utifrån lasten vid beräkningstidpunkten och för beräkningssteget gällande parametrar (elastiska eller plastiska för balk/tvärbalk). Den pådrivande lasten motarbetas av systemets egna masströghet.

Nya utböjningsvärdena för z_1 och z_2 (mittpunkt) beräknas med hjälp av accelerationsvärdena enligt: $z_{(n+1)} = 2z_{(n)} - z_{(n-1)} + z''_{(n)} \cdot (\text{tidssteget})^2$. Hos tvärbalken bestäms även utböjningarna i varje upplagspunkt för balkarna.

För varje balk beräknas upplagskrafterna, vilka är beroende av tvärbalkens utböjning i upplagspunkten.

För tvärbalken beräknas upplagskrafterna.

Töjningar, spänningar och momentfördelning bestäms baserat på tvärbalkarnas utböjning och balkarnas utböjning relativt upplagen med hjälp av de elastiska normaliserade formfunktionerna, geometriska data och materialegenskaper.

De flesta beräknade värden sparas i vektorer eller matriser med en rad för varje beräkningstidpunkt.

Ett urval av resultaten redovisas.

Extremvärden samt systemets egenfrekvenser presenteras som text medan tidsberoende resultat visas i diagramform.

Hur programmet används

I den aktuella versionen kan programmet endast användas under MATLAB. Indata anges direkt i huvudprogrammet, respektive i lastfunktionen, med någon texteditor. När alla data är givna sparas ändringarna och programmet startas från MATLABs "Command window" genom att användaren skriver "beam_girder".

Det förutsätts att alla tillhörande filer finns i samma bibliotek som huvudprogrammet eller att MATLABs interna sökvägar hittar det bibliotek där de finns.

Ingående filer i programmet

Beam_girder.m	Huvudprogrammet inklusive indata.
FORFUN.m	Funktion för belastning och beräkningstidsintervall.
PHISIM.m	Funktion för elastisk formfunktion, fritt upplagda balkar.
PHIFUN.m	Funktion för elastisk formfunktion, fast inspända balkar.
PHIPLA.m	Funktion för plastisk formfunktion.

Jämförelser mellan programmets resultat och enkla fall

För att på ett enkelt sätt kontrollera beräkningsresultaten har programmets resultat jämförts med tre statiska elementarfall (Jämförelse 1 - 3). Ytterligare en jämförelse (Jämförelse 4) har gjorts med en modell för dynamiskt belastad balk.

I fallet med den dynamiskt belastade balken syns vissa skillnader i resultaten mellan de två modellerna, men skillnaderna är inte så stora att någon modell kan sägas ge felaktiga resultat. Det är snarare så att de båda modellerna ger varandra trovärdighet i och med att resultaten blir i stort sett lika. Resultaten ger en tillräckligt bra uppfattning om deformationerna och därmed spänningarna och töjningarna.

Bilaga 1 visar hur man kan använda programmet för att skatta deformationer och accelerationer hos den panel som tidigare använts i exempelberäkningen. Här ansätts dock en dynamisk last och panelen modelleras inte som balkar i en riktning utan som ett balksystem i två riktningar.

De resultatvärden som hänförs till diagrammen i figurerna 14-18 är framtagna med hjälp av MATLABs datafunktioner i figurfönsterna. Där kan man bland annat medelvärden fås för uppritade funktioner och det är den funktionen som gett värdena till de ”medelutböjningar” som finns redovisade i de följande jämförelserna.

Resultaten i jämförelserna är bra. Dock väcks vissa funderingar angående programmets begränsningar/beräkningssätt som kan kräva ett förtydligande.

I jämförelse 2 och 3 studeras en fast inspänd balk som belastas med i ena fallet en balk och i det andra fallet 99 balkars reaktionskrafter. Avståndet mellan de 99 balkarna är 1/50 av avståndet mellan upplagen och den enda balken i jämförelse 2. Det medför att tvärbalkarna blir lika långa i de båda fallen, men eftersom lasten beräknas utifrån den area varje balk antas betjäna kommer lasten bli dubbelt så stor på den tvärbalk som belastas med 99 balkars reaktionskrafter. I jämförelse 2 är alltså den första och sista metern av tvärbalken till synes obelastad (lasten bärs direkt av de fasta upplagen). Det är bara lasten från balken som används i beräkningen och den förutsätts enligt ovan vara jämnt fördelad över hela tvärbalken. Det finns inga formfunktioner för punktbelastade balkar ansatta, trots att en sådan skulle vara önskvärd. Resultaten blir trots detta bra. Skillnaden i utböjning hos en fast inspänd balk belastad med en punktlast på mitten och en identisk balk med lika stor men jämnt fördelad last är en faktor 2 ($384/192=2$, se ekvationerna i respektive jämförelse). I de två jämförda fallen är utböjningarna i stort sett lika medans lasterna skiljs åt med en faktor väldigt nära 2.

Jämförelse 1

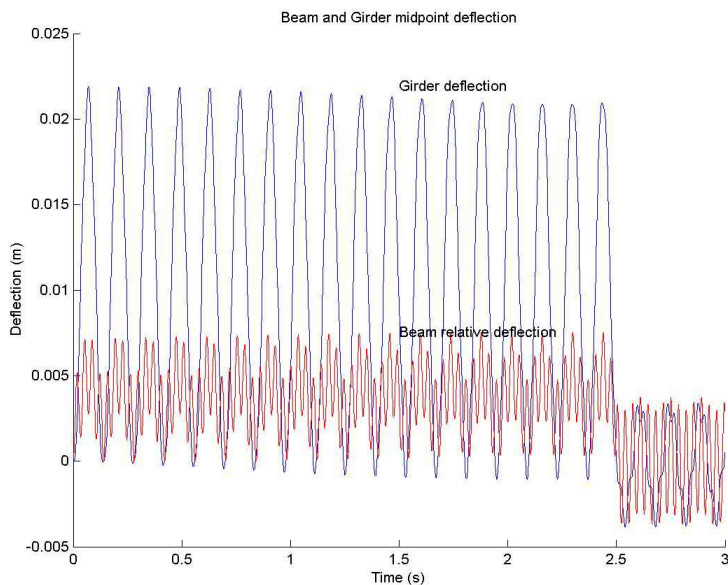
En fritt upplagd tvärbalk belastas med reaktionskraften från en balk, belägen vid mittpunkten, och det resultatet jämförs med den statiska nedböjningen hos en fritt upplagd balk belastad med en punktlast i spannmitt.

Balk:
 Längd: 2 m (fritt upplagd)
 Massa: 6 kg
 E: 210 000 MPa
 I: $5,28 \times 10^{-8} \text{ m}^4$
 Avstånd mellan balkar (s): 2 m
 Antal balkar: 1 st.
 Lasten = $2 \times 2 \times 100 = 400 \text{ N}$ (area * lastintensitet)
 Låg konstant last, inga plastiska deformationer

Tvärbalk:
 Längd: (Antal balkar + 1) * Avstånd mellan balkar = 4 m
 Massa: 24.8 kg
 E: 210 000 MPa
 I: $23,8 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

Statisk nedböjning hos fritt upplagd balk belastad med punktlast i mitten enligt ovan [2]:

$$\delta = \frac{F * L^3}{48EI} = \frac{400 * 4^3}{48 * 210 \times 10^9 * 23,8 \times 10^{-8}} = 0,0106709 \text{ m}$$



Figur 14: Resultat från beräkningarna

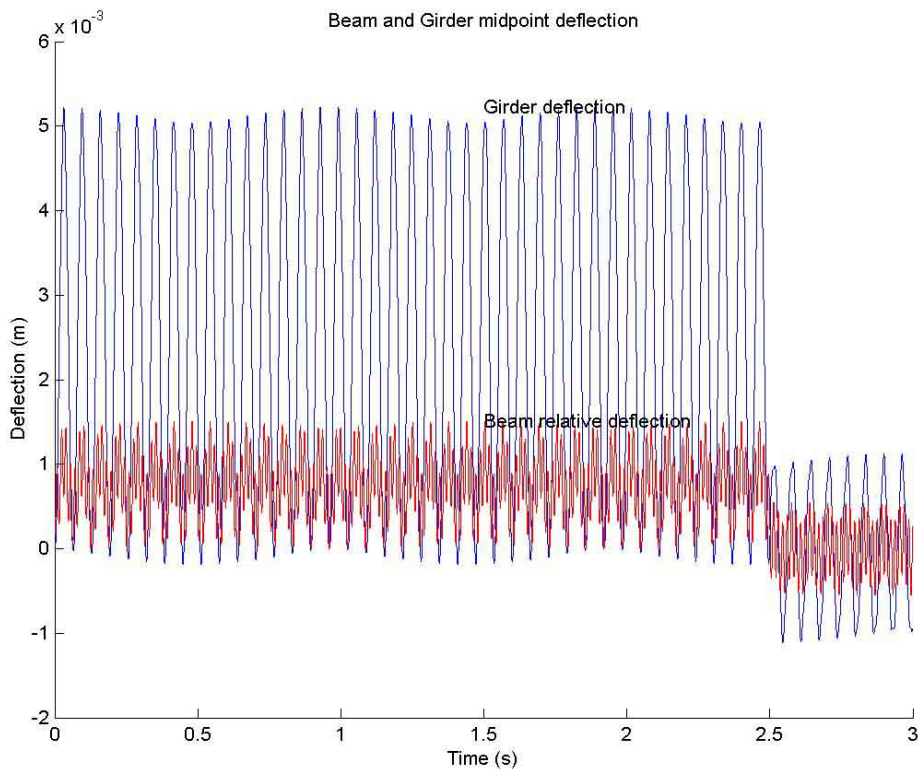
Man ser att det inte kvarstår några deformationer efter $t = 2,5 \text{ s}$ då lasten tas bort. Tvärbalkens medelutböjning under tiden $0 < t < 2,5 \text{ s}$ är $0,01044 \text{ m}$, vilket stämmer väl överens med resultatet från beräkningen ovan.

Jämförelse 2

Som ovan (Jämförelse 1) men i detta fall med fast inspända balkar och tvärbalk.

Nedböjning hos fast inspänd balk belastad med punktlast i mitten enligt ovan:

$$\delta = \frac{F * L^3}{192EI} = \frac{400 * 4^3}{192 * 210e9 * 23,8e-8} = 0,00266773376 \text{ m}$$



Figur 15: Resultat från beräkningarna.

Man ser att det inte kvarstår några deformationer efter $t=2,5$ s då lasten tas bort.

Tvärbalkens medelutböjning tiden $0 < t < 2,5$ s är 0,002523 m, vilket stämmer väl överens med resultatet från beräkningen ovan.

Jämförelse 3

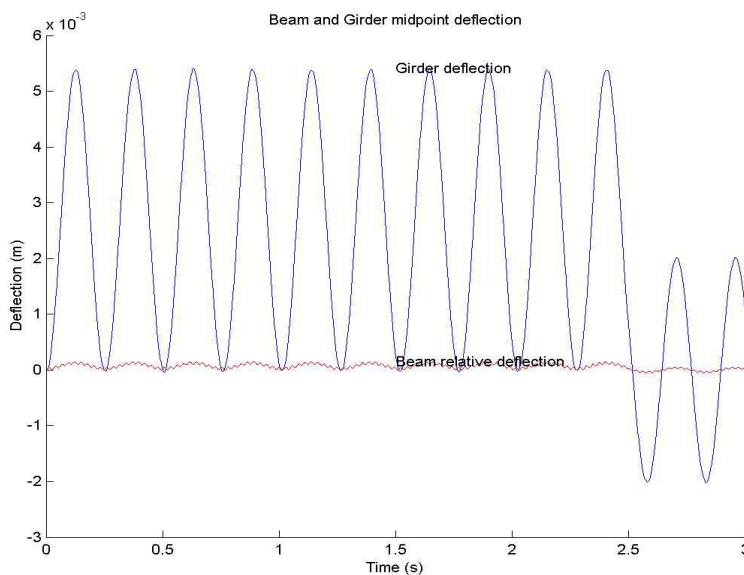
En fast inspänd tvärbalk belastas med reaktionskrafterna från 99 balkar, för att simulera en utbredd last, resultatet jämförs med den statiska nedböjningen hos en fast inspänd balk belastad med en jämnt fördelad last.

Balkar: Längd: 2 m (fritt upplagda gentemot tvärbalken)
 Massa: 6 kg
 E: 210 000 MPa
 I: $5,28 \times 10^{-8} \text{ m}^4$
 Avstånd mellan balkar (s): 0.04 m
 Antal balkar: 99 st.
 Lastintensitet = 100 N/m^2
 Lasten = $2 \times 0.04 \times 100 \text{ N}$ (per balk)

Tvärbalk: Längd: (Antal balkar + 1) * Avstånd mellan balkar = 4 m
 Massa: 24.8 kg
 E: 210 000 MPa
 I: $23,8 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

Den statiska nedböjningen hos en fast inspänd balk belastad med "utbredd" last enligt ovan [9]:
 $q * L = s * \text{antal balkar} * \text{balklängd} * \text{Lastintensitet}$

$$\delta = \frac{q * L * L^3}{384EI} = \frac{0.04 * 99 * 2 * 100 * L^3}{384EI} = \frac{792 * 4^3}{384 * 210e9 * 23,8e-8} = 0,002641 \text{ m}$$



Figur 16: Resultat från beräkningarna

Man ser att det inte kvarstår några deformationer efter $t=2,5 \text{ s}$ då lasten tas bort.

Tvärbalkens medelutböjning under tiden lasten ligger på är $0,0027 \text{ m}$, vilket inte skiljer sig mycket från det statiskt beräknade värdet ovan.

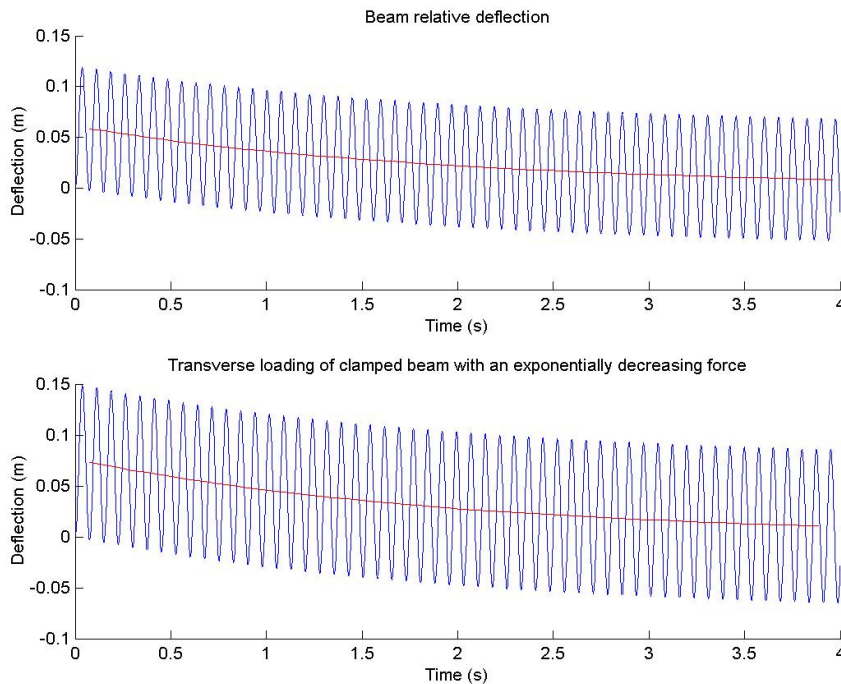
Man kan även notera att det bara är den last som är definierad i belastningsfunktionen som påverkar deformationerna, inte den statiska lasten av balkarnas vikt.

Jämförelse 4

Jämförelse mellan Wang & Gray [1] (Dynamic Response of elastoplastic Beam-Girder systems) och Wijks rapport [6] (Approximate solutions for explosion created vibration of beams and plates).

Fast inspänd balk, 4 m lång.

Lasten är exponentiellt avtagande.

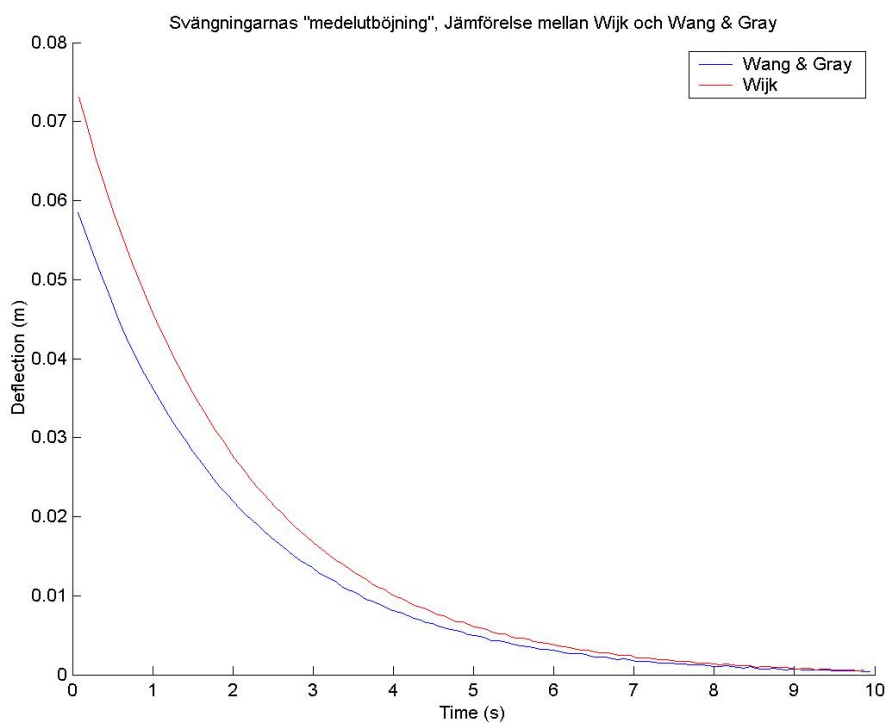


Figur 17: Jämförelse mellan Wang & Gray [1], överst, och Wijk [6], underst.

Utböjning beräknat enligt de två modellerna. Wang & Gray överst, Wijk underst.

De heldragna "centrumlinjerna" visar approximativt de utböjningslinjer runt vilka balkarna svänger. Både utböjningen runt vilken balken svänger och svängningarnas amplitud blir mindre enligt programmets beräkningar än med resultaten enligt Wijk.

Den egenfrekvens som beräknas enligt Wang & Gray tar hänsyn till systemet med balk och tvärbalk medan Wijks beräkningar gäller för en enstaka balk. Resultaten blir i stort sett lika när tvärbalken ges stor massa och styvhet.



Figur 18: Svängningarnas "medelutböjning"

Skillnaden mellan "svängningarnas nollställe" jämfört mellan Wang & Gray och Wijk. Enligt Wijk blir medelutböjningen något (ca 20% - 25%) större.

Litteratur

- 1 Dynamic response of elastoplastic beam-girder systems
Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
Computer & Structures, Vol. 2, pp. 223-251
Pergamon Press 1972.

- 2 Tabeller i teknologi
Sjätte upplagan
Bertil Bodelind, Allan Persson
ISBN 91-24-16404-6 1989

- 3 Tryckverkan i slutna volymer
Linus Fast
FOI-R--0145--SE Juni 2001
ISSN 1650-1942

- 4 Mechanics of solids
An introduction
T.J. Lardner & R.R. Archer
ISBN 0-07-113448-4 1994

- 5 SHIP STRUCTURAL DESIGN
A Rationally-Based, Computer-Aided Optimization Approach
Owen F. Huges
ISBN 0-939773-04X 1988

- 6 Approximate solutions for explosion created vibrations and permanent deformation of
beams and plates.
Gunnar Wijk
FOA-R--00-R-01413-310--SE January 2000
ISSN 1104-9154

- 7 Plattor
Sven Kinnunen, Henrik Nylander
Instutionen för byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolan
Meddelande 1974 nr 103
Kompendium 1974, 1988

- 8 Stötverkan i fartyg
Linus Fast
FOA-R--00-01511-313--SE Maj 2000
ISSN 1104-9154

- 9 Roark's Formulas for Stress and Strain
Seventh Edition
Warren C. Young and Richard G. Budynas
ISBN 0-07-072542-X

Bilaga 1: Ett exempel på hur det amerikanska programmet kan användas.

Den tidigare använda exempelpanelen, figur 1, belastas med en dynamisk last enligt figur 19.

Indata till beräkningen finns samlade i tabellerna nedan. Hur indata har beräknats redovisas i bilaga 2.

Balkarna:

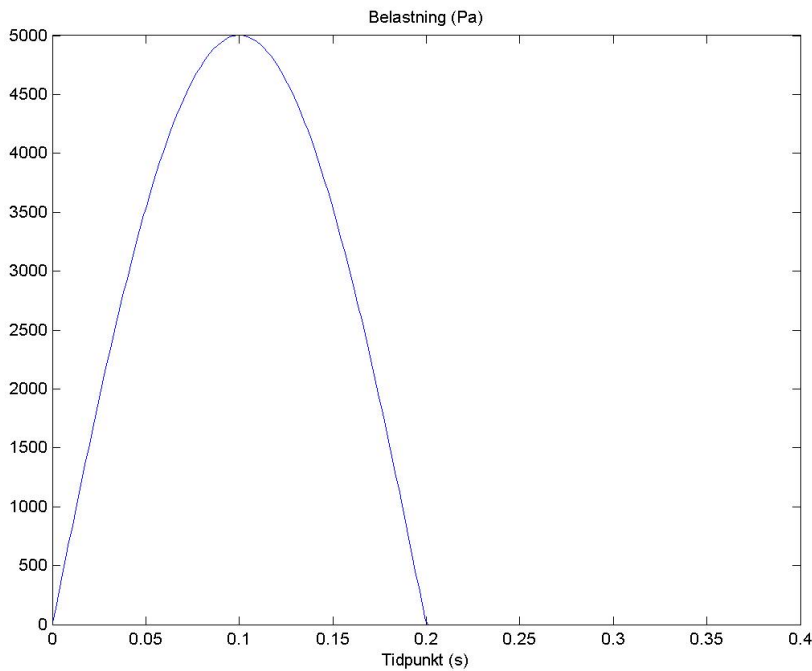
LengthOfBeams	0.5 (m)
BeamSpacing	0.0235 (m)
NumberOfBeams	99 (st)
BeamSupportCond	'F' (Fixed)
BeamMass	0.466 (kg)
BeamEquElasticSpringConst	5.52e4 (N/m)
BeamFullyPlasticResistance	1.424e3 (N)
BeamE	200e9 (Pa)
BeamI	2.47e-10 (m ⁴)
BeamTension_e	2.5e-3 (m).
BeamCompression_e	2.5e-3 (m).

Tvärbalkarna:

GirderSupportCond	'P' (Pinned)
GirderMass	23.089 (kg)
GirderEquElasticSpringConst	3.938e6 (N/m)
GirderFullyPlasticResistance	4.328e4 (N)
GirderE	200e9 (Pa)
GirderI	3.328e-6 (m ⁴)
GirderTension_e	0.0082 (m).
GirderCompression_e	0.1204 (m).

Gränsvärden för töjning:

BeamTensionSideStrainMax	± 0.015
BeamTensionSideStrainMin	
BeamCompressionSideStrainMax	± 0.015
BeamCompressionSideStrainMin	
GirderTensionSideStrainMax	± 0.015
GirderTensionSideStrainMin	
GirderCompressionSideStrainMax	± 0.015
GirderCompressionSideStrainMin	



Figur 19: Belastningen som verkar på panelen i exemplet.

Lasten beskrivs av en sinusfunktion under tidsintervallet $0 < t < 0,2$ s och är därefter konstant lika med noll.

Resultaten redovisas nedan. Första delen är den textbaserade resultatredovisningen från MATLAB och därefter följer de grafiska figurerna (Figure 1 - 9).

```
>> beam_girder
```

The results of the calculations:

The natural frequencies of the system are: 241.7262 rad/s and 552.4919 rad/s

Maximum girder midpoint deflection: 0.0016014 m

Time of maximum girder midpoint deflection: 0.097234 s

Maximum beam midpoint deflection relative to the girder: 0.0011269 m

Time of maximum beam midpoint deflection: 0.098372 s

Maximum girder acceleration: 8.4489 m/s²

Maximum beam acceleration: 5.6643 m/s²

Maximum dynamic reaction for girder: 3051.4186 N

Maximum dynamic reaction for beam number 1: 30.0548 N

Maximum dynamic reaction for beam number 2: 30.0919 N

Maximum dynamic reaction for beam number 3: 30.1289 N

Maximum dynamic reaction for beam number 48: 31.2904 N

Maximum dynamic reaction for beam number 49: 31.2924 N

Maximum dynamic reaction for beam number 50: 31.2931 N

Maximum dynamic reaction for beam number 51: 31.2924 N

Maximum dynamic reaction for beam number 52: 31.2904 N

Maximum dynamic reaction for beam number 96: 30.1679 N

Maximum dynamic reaction for beam number 97: 30.1289 N

Maximum dynamic reaction for beam number 98: 30.0919 N

Maximum dynamic reaction for beam number 99: 30.0548 N

```
>>>
```

Figure 1:

Tvärbalkens mittpunkts
mittpunktsutböjning och
mittenbalkens mittpunktsutböjning
relativt upplagen. Texten i grafen är
placerad vid största utböjningsvärdet
och ca halva maxtiden.

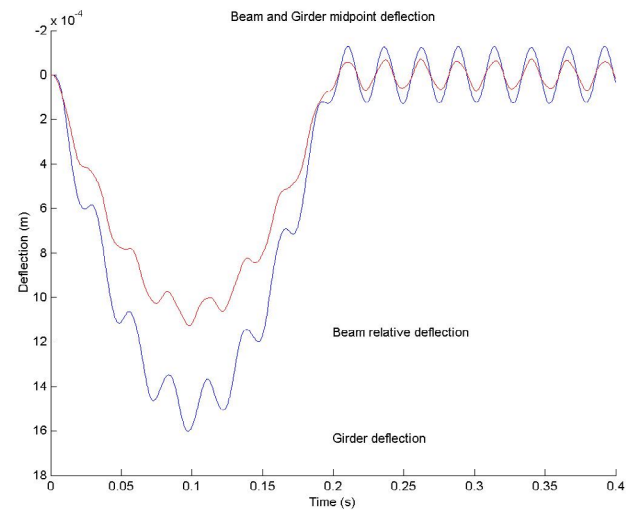


Figure 2:
Tvärbalkens upplagsreaktioner

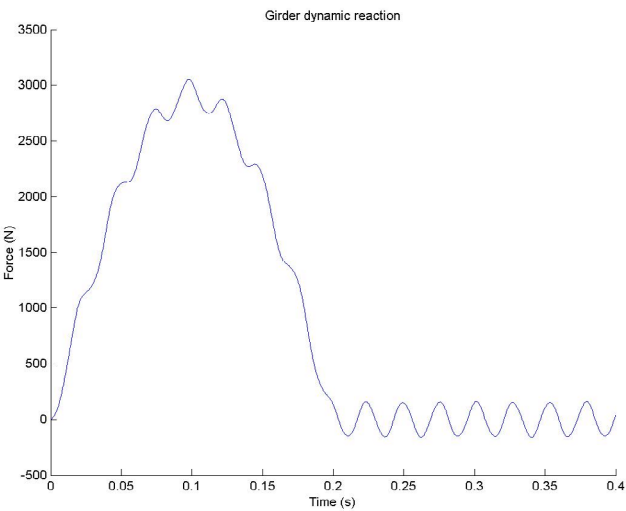


Figure 3:
Mittbalkens upplagsreaktioner

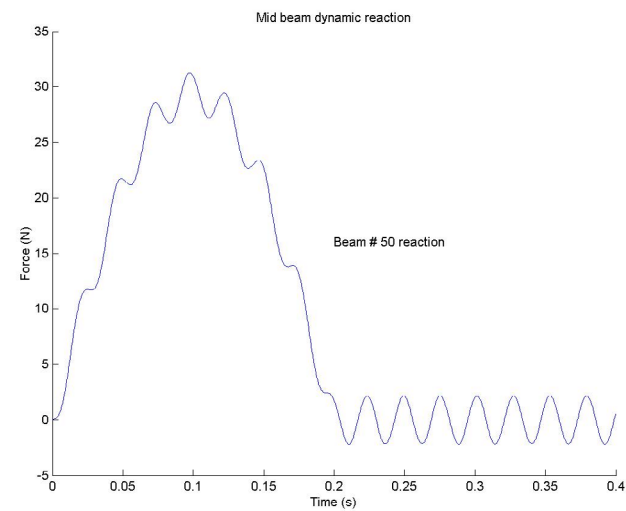


Figure 4:
Tvärbalkens (maximala) utböjning
vid varje balkupplag. Kvadraterna
redovisar läget för ballkupplagen och
texten visar vilken balk som ligger
vart.

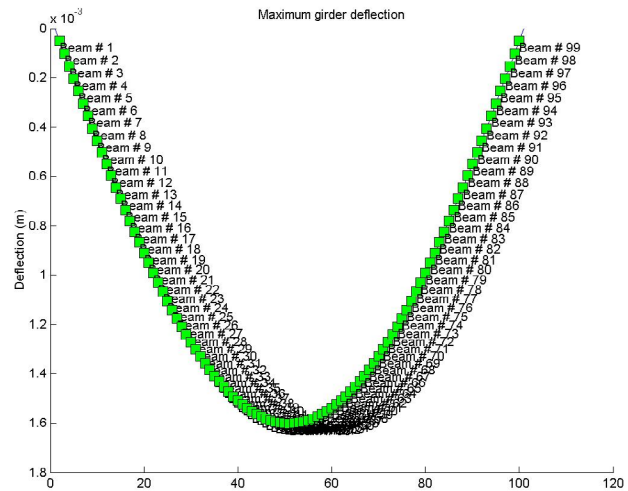


Figure 5:
Momentfördelning i balkarna vid
varje beräkningstidpunkt.

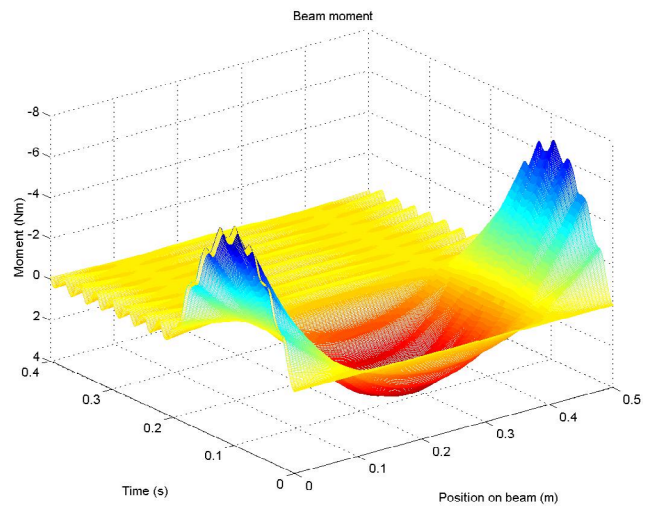


Figure 6:
Momentfördelning i tvärbalken vid
varje beräkningstidpunkt.

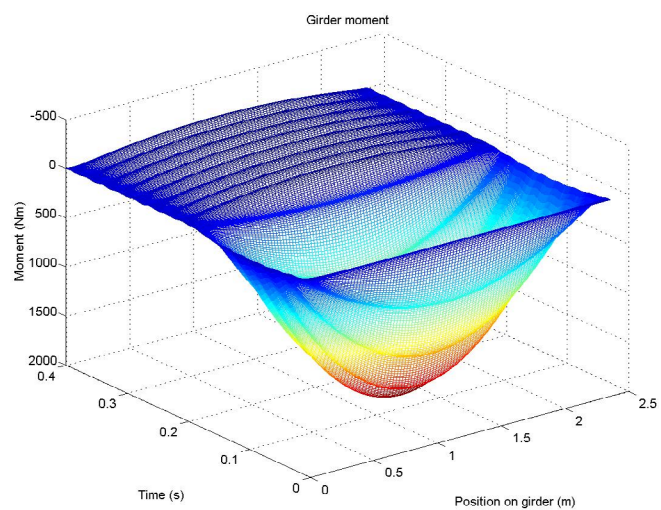


Figure 7:
Töjning i ytterkant av balkarnas
dragsidor (övre) respektive töjning i
balkarnas trycksidor (nedre).

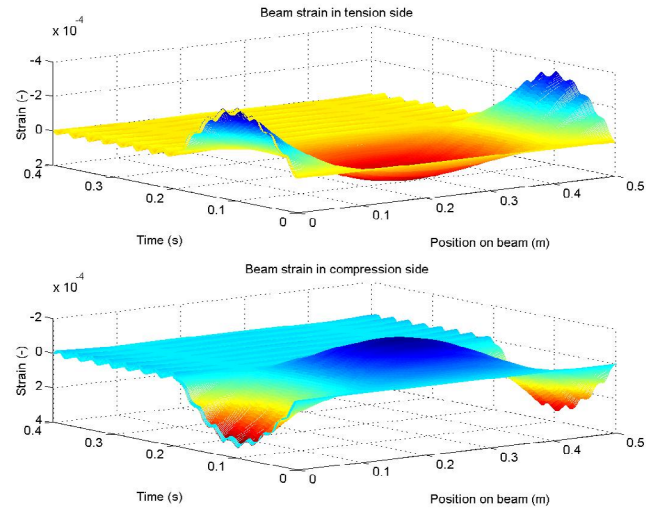


Figure 8:
Töjning i ytterkant av tvärbalkens
dragsida (övre) respektive töjning i
tvärbalkens trycksida (nedre).

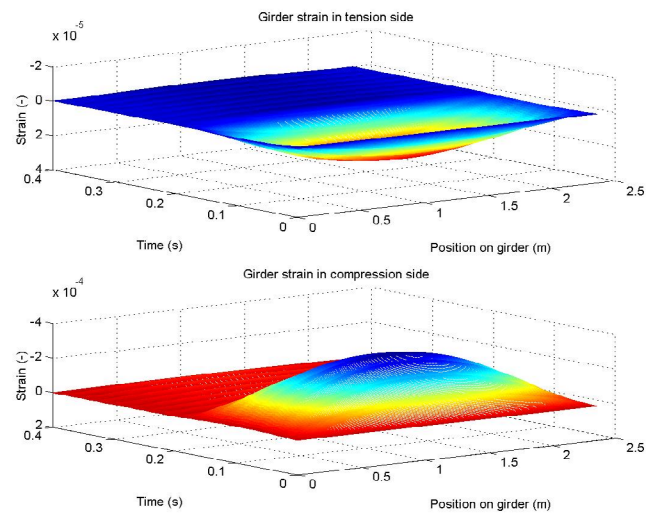
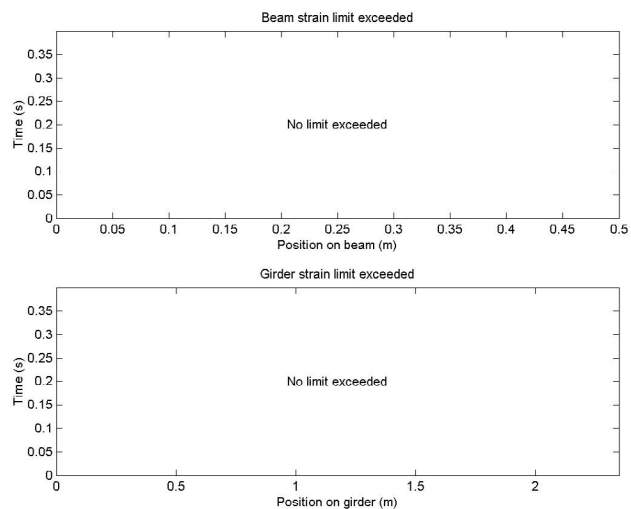


Figure 9:
Kontroll av uppnådda töjningar i
förhållandet till ansatta gränsvärden i
varje beräkningstidpunkt. De röda
fälten visar att något av gränsvärdena
överskridits.



Bilaga 2: Beräkning av indata till exemplet

Exempelpanelen beräknad med hjälp av det amerikanska programmet

Panelen delas upp i balkar och tvärbalkar genom att strimlor av plåten får utgöra balkar och förstyvningarna får utgöra tvärbalkar.

Plåten delas upp i ett stort antal strimlor (balkar) för att en så stor del som möjligt av lasten ska föras till tvärbalkarna. Då plåten är kontinuerlig över flera tvärbalkar ansätts upplagsvilkoren för den som fast inspänd i båda ändar, eftersom vinkeländringen bör vara försumbar över förstyvningarna.

För plåten (balkarna) gäller i detta fall:

$$A_{\text{balk}} := b_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}}$$

Eftersom balken är symmetrisk sammanfaller den plastiskt neutrala axeln med neutrala böjaxeln vid balkens halva tjocklek

$$y1_{\text{balk}} := \frac{h_{\text{balk}}}{2 \cdot 2}$$

avstånden från plastiskt neutrala axeln till masscentrum på respektive sida

$$y2_{\text{balk}} := y1_{\text{balk}}$$

$$M_{\text{p_balk}} := \sigma_y \cdot \frac{A_{\text{balk}}}{2} (y1_{\text{balk}} + y2_{\text{balk}})$$

$$Q_{\text{kollaps}} := 16 \cdot \frac{M_{\text{p_balk}}}{L_{\text{balk}}^2}$$

För att kunna ansätta den ekvivalenta fjäderkonstanten krävs att man känner vid vilken last flytleder uppträder vid balkens infästningspunkter.

$$Q_{\text{EH}} := 12 \cdot \frac{M_{\text{p_balk}}}{L_{\text{balk}}^2}$$

De utböjningar som hör samman med kollapslasten och den last (Q_{EH}) där infästningspunkterna flyter är:

$$\delta_{\text{kollaps}} := \frac{M_{\text{p_balk}} \cdot L_{\text{balk}}^2}{12 \cdot E \cdot I_{\text{balk}}}$$

$$\delta_{\text{EH}} := \frac{M_{\text{p_balk}} \cdot L_{\text{balk}}^2}{32 \cdot E \cdot I_{\text{balk}}}$$

I en last - utböjningsgraf blir arean under den trilineära funktionen:

$$A_{\text{tri}} := \frac{1}{2} \cdot Q_{\text{EH}} \cdot \delta_{\text{EH}} + Q_{\text{EH}} \cdot (\delta_{\text{kollaps}} - \delta_{\text{EH}}) + \frac{1}{2} (Q_{\text{kollaps}} - Q_{\text{EH}}) (\delta_{\text{kollaps}} - \delta_{\text{EH}})$$

Den arean ska vara lika med arean under en bilinjär funktion med samma kollapslast, där lutningen hos den första delen av den bilinjära funktionen utgör den ekvivalenta fjäderkonstanten.

$$A_{\text{bi}} := \frac{1}{2} \cdot (Q_{\text{kollaps}} \cdot \delta_{\text{bi}})$$

$$\delta_{\text{bi}} := A_{\text{tri}} = A_{\text{bi}} \text{ solve, } \delta_{\text{bi}} \rightarrow \frac{11}{384} \cdot \sigma_y \cdot b_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}}^2 \cdot \frac{L_{\text{balk}}^2}{E \cdot I_{\text{balk}}}$$

$$\delta_{\text{bi}} \rightarrow \frac{11}{384} \cdot \sigma_y \cdot b_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}}^2 \cdot \frac{L_{\text{balk}}^2}{E \cdot I_{\text{balk}}}$$

$$\text{Fjäderkonstant} := \frac{Q_{\text{kollaps}}}{\delta_{\text{bi}}}$$

$$L_{\text{balk}} := 0.5 \text{ m}$$

$$h_{\text{balk}} := 0.005 \text{ m}$$

Plåten delas i 99 delar, n=99

$$b_{\text{balk}} := \frac{2.350}{99} \text{ m}$$

I detta fall är den effektiva bredden hela balkens bredd.

Avståndet mellan balkarna

$$s_{\text{balk}} := \frac{2.350}{100} \text{ m}$$

$$L_{\text{tvärbalk}} := s_{\text{balk}} \cdot (99 + 1)$$

$$L_{\text{tvärbalk}} = 2.35 \text{ m}$$

$$I_{\text{balk}} := \frac{b_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}}^3}{12}$$

$$\text{densitet} := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{vol}_{\text{balk}} := L_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}} \cdot b_{\text{balk}}$$

$$\text{massa}_{\text{balk}} := \text{vol}_{\text{balk}} \cdot \text{densitet}$$

$$E := 200 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$\sigma_y := 300 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$A_{\text{balk}} := b_{\text{balk}} \cdot h_{\text{balk}}$$

Numeriska beräkningar:

$$y1_{\text{balk}} := \frac{h_{\text{balk}}}{2 \cdot 2}$$

$$y2_{\text{balk}} := y1_{\text{balk}}$$

$$M_{\text{p_balk}} := \sigma_y \cdot \frac{A_{\text{balk}}}{2} (y1_{\text{balk}} + y2_{\text{balk}})$$

$$Q_{\text{kollaps2}} := 16 \cdot \frac{M_{\text{p_balk}}}{2} \cdot L_{\text{balk}} \quad \text{kollapslast uttryckt i N i stället för N/m som ovan}$$

$$Q_{\text{EH2}} := 12 \cdot \frac{M_{\text{p_balk}}}{2} \cdot L_{\text{balk}}$$

$$\delta_{\text{kollaps}} := \frac{M_{\text{p_balk}} \cdot L_{\text{balk}}^2}{12 \cdot E \cdot I_{\text{balk}}}$$

$$\delta_{\text{EH}} := \frac{M_{\text{p_balk}} \cdot L_{\text{balk}}^2}{32 \cdot E \cdot I_{\text{balk}}}$$

$$A_{\text{tri}} := \frac{1}{2} \cdot Q_{\text{EH2}} \cdot \delta_{\text{EH}} + Q_{\text{EH2}} (\delta_{\text{kollaps}} - \delta_{\text{EH}}) + \frac{1}{2} (Q_{\text{kollaps2}} - Q_{\text{EH2}}) (\delta_{\text{kollaps}} - \delta_{\text{EH}})$$

$$\delta_{\text{bi2}} := 2 \cdot \frac{A_{\text{tri}}}{Q_{\text{kollaps2}}}$$

$$\text{Fjäderkonstant} := \frac{Q_{\text{kollaps2}}}{\delta_{\text{bi2}}}$$

BALKARNAS INDATA:

Längd:	$L_{\text{balk}} = 0.5 \text{ m}$
Avstånd:	$s_{\text{balk}} = 0.0235 \text{ m}$
Antal:	$n := 99$
Ekvivalent fjäderkonstant:	$F_{\text{jäderkonstant}} = 5.524 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
Upplagsvillkor:	Fast inspända
Massa:	$\text{massa}_{\text{balk}} = 0.466 \text{ kg}$
E-modul:	$E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$
Kollapslast:	$Q_{\text{kollaps2}} = 1.424 \times 10^3 \text{ N}$
Tröghetsmoment:	$I_{\text{balk}} = 2.473 \times 10^{-10} \text{ m}^4$
Avstånd till yttersta fibern för drag och trycksidan:	$\frac{1}{2} \cdot h_{\text{balk}} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

För förstyvningarna (tvärbalkarna) gäller:

Upplagsvilkoren klassas som fritt upplagda. Eftersom förstyvningarna smalnar av och slutar innan upplagen blir den momentupptagande förmågan väldigt låg.

$$\begin{aligned}
 L_{\text{tvärbalk}} &= 2.35 \text{ m} \\
 A_{\text{Liv}} &:= 0.120 \text{ m} \cdot 0.0057 \text{ m} \\
 A_{\text{fläns}} &:= 0.066 \text{ m} \cdot 0.0086 \text{ m} \\
 A_{\text{tvärbalk}} &:= A_{\text{Liv}} + A_{\text{fläns}} \\
 \text{Vol}_{\text{tvärbalk}} &:= A_{\text{tvärbalk}} \cdot L_{\text{tvärbalk}} \\
 \text{massa}_{\text{tvärbalk}} &:= \text{Vol}_{\text{tvärbalk}} \cdot \text{densitet}
 \end{aligned}$$

beräkning av masscentrum

$$\text{MC} := \left[\begin{array}{l} A_{\text{fläns}} \cdot \frac{0.0086}{2} \text{ m} \dots \\ + A_{\text{Liv}} \cdot \left(0.0086 \text{ m} + \frac{0.0057 \text{ m}}{2} \right) \dots \\ + -\text{MC} \cdot A_{\text{tvärbalk}} \end{array} \right] \text{solve, MC} \rightarrow 8.2074784276126558006 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}$$

tvärbalkens masscentrum ligger 8,2 mm från flänsens ytterkant

$$\begin{aligned}
 I_{\text{tvärbalk}} &:= \frac{1}{3} \left[0.066 \text{ m} \cdot \text{MC}^3 - (0.066 \text{ m} - 0.0057 \text{ m})(\text{MC} - 0.0086 \text{ m})^3 \dots \right. \\
 &\quad \left. + 0.0057 \text{ m} \cdot (0.120 \text{ m} + 0.0086 \text{ m} - \text{MC})^3 \right] \\
 I_{\text{tvärbalk}} &= 3.328 \times 10^{-6} \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Areacentrum:

$$\text{AC} := A_{\text{fläns}} + \text{AC} \cdot 0.0057 \text{ m} = (0.120 \text{ m} - \text{AC}) \cdot 0.0057 \text{ m} \text{ solve, AC} \rightarrow 1.0210526315789473684 \cdot 10^{-2} \cdot \text{m}$$

Areacentrum ligger 0.0102 m från flänsens innerkant

$$y1 := \left[A_{\text{fläns}} \cdot \left(\frac{AC \dots}{+ \frac{0.0086 \cdot \text{m}}{2}} \right) \dots \right] = y1 \cdot \left(\frac{A_{\text{fläns}} \dots}{+ AC \cdot 0.0086 \text{ m}} \right) \text{ solve, } y1 \rightarrow 1.2819514486701785944 \cdot 10^{-2} \cdot \text{m}$$

$$y2 := \frac{1}{2}(0.120 \text{ m} - AC)$$

$$M_{p_tvärbalk} := \sigma_y \cdot \frac{A_{\text{tvärbalk}}}{2} (y1 + y2)$$

$$M_{p_tvärbalk} = 1.271 \times 10^4 \text{ mN}$$

$$Q_{\text{Kollaps}} := 8 \cdot \frac{M_{p_tvärbalk}}{L_{\text{tvärbalk}}} \cdot L_{\text{tvärbalk}} \quad \text{Kollapslasten uttryckt i N i stället för N/m}$$

$$Q_{\text{Kollaps}} = 4.328 \times 10^4 \text{ N}$$

Mittpunktsnedböjningen hos en fritt upplagd balk med jämnt fördelad last ges av:

$$\delta := \frac{5 \cdot Q \cdot L^3}{384 E \cdot I}$$

Fjäderkonstanten kan nu beräknas till:

$$Fjäder_{\text{tvärbalk}} := \frac{Q_{\text{Kollaps}}}{\frac{5 \cdot Q_{\text{Kollaps}} \cdot L_{\text{tvärbalk}}^3}{384 \cdot E \cdot I_{\text{tvärbalk}}}}$$

$$Fjäder_{\text{tvärbalk}} = 3.938 \times 10^6 \frac{1}{\text{m}} \text{ N}$$

Normalt klassas positiv utböjning så att dragspänningar uppstår i förstyrningarna och tryckspänningar i plåten. Därför sätts här avståndet mellan neutrala böjaxeln och yttersta fibern på dragsidan till avståndet mellan böjaxeln och ytterkant av flänsen.

$$e_{\text{drag}} := MC$$

$$e_{\text{tryck}} := 0.120 \text{ m} + 0.0086 \text{ m} - MC$$

INDATA FÖR TVÄRBALKEN

Ekvivalent fjäderkonstant:

$$Fjäder_{\text{tvärbalk}} = 3.938 \times 10^6 \frac{1}{\text{m}} \text{ N}$$

Upplagsvillkor:

Fritt upplagda

Massa:

$$massa_{\text{tvärbalk}} = 23.089 \text{ kg}$$

E-modul:

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

Kollapslast:

$$Q_{\text{Kollaps}} = 4.328 \times 10^4 \text{ N}$$

Tröghetsmoment:

$$I_{\text{tvärbalk}} = 3.328 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Bilaga 3: Programkod

All programkod redovisas i följande underbilagor, med indatavärden som värdemässigt överensstämmer med det exempel som finns angivet i underlagsartikeln [1]. Dock är enheterna ändrade i det nyskrivna programmet, t.ex. anges att balkarnas längd är 96 m, när de enligt originalkoden var 96 tum. Anledningen till att värdena inte räknats om till SI-enheter är att det underlättat jämförelsen med de resultat som redovisas i [1]. Man kan utan problem byta indata enheter till amerikanska enheter och då få resultaten enligt samma enhetssystem. Dock kommer den beskrivande texten i resultatredovisningen och diagrammen fortfarande ange SI-enheter, oavsett vilket enhetssystem användaren ansätter.

Bilaga 3.1: Huvudprogrammet

```
% The program calculates the dynamic response of elastoplastic beam-girder systems.
%
% Dynamic Response Of Elastoplastic Beam-Girder Systems
% Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
% Computers Structures, Vol. 2, pp. 223-251. Pergamon Press 1972
%
% Mats Gustafsson 2002

% INPUT DATA

BeamMass = 0.156;           % mass of one beam (kg)
BeamEquElasticSpringConst = 88180; % equivalent elastic spring constant (N/m)
BeamFullyPlasticResistance = 45060; % max (fully plastic) beam resistance
BeamE = 1;                  % modulus of elasticity (Pa)
BeamI = 1;                  % moment of inertia (m^4)
BeamTension_e = 0.05;       % max distance from neutral axis to tension side of beam
BeamCompression_e = 0.10;   % max distance from neutral axis to Compression side (loading side) of beam
BeamWTension = BeamI/BeamTension_e; % bending resistance of tension side
BeamWCompression = BeamI/BeamCompression_e; % bending resistance of Compression side (loading side)

GirderMass = 0.275;         % mass of one girder (kg)
GirderEquElasticSpringConst = 870000; % equivalent elastic spring constant (N/m)
GirderFullyPlasticResistance = 290000; % max (fully plastic) girder resistance
GirderE = 1;                % modulus of elasticity (Pa)
GirderI = 1;                % moment of inertia (m^4)
GirderTension_e = 0.05;     % max distance from neutral axis to tension side of girder
GirderCompression_e = 0.10; % max distance from neutral axis to Compression side (loading side) of girder
GirderWTension = GirderI/GirderTension_e; % bending resistance of tension side
GirderWCompression = GirderI/GirderCompression_e; % bending resistance of Compression side (loading side)

LengthOfBeams = 96;         % length of beams (m)
BeamSpacing = 19;           % spacing between beams (m)
NumberOfBeams = 5;          % number of beams
LengthOfGirder = BeamSpacing*(NumberOfBeams + 1); % length of girder (m)
BeamSupportCond = 'F';      % boundary condition beams 'P' (pinned) or 'F' (fixed)
GirderSupportCond = 'F';    % boundary condition girder 'P' (pinned) or 'F' (fixed)

BeamTensionSideStrainMax = 1e-4; % limit value of maximum strain on beam tension side (Pa)
BeamTensionSideStrainMin = -1e-4; % limit value of minimum strain on beam tension side (Pa)
BeamCompressionSideStrainMax = 2e-3; % limit value of maximum strain on beam compression side (Pa)
BeamCompressionSideStrainMin = -2e-3; % limit value of minimum strain on beam compression side (Pa)

GirderTensionSideStrainMax = 1e-3; % limit value of maximum strain on girder tension side (Pa)
GirderTensionSideStrainMin = -1e-3; % limit value of minimum strain on girder tension side (Pa)
GirderCompressionSideStrainMax = 2e-3; % limit value of maximum strain on girder compression side (Pa)
GirderCompressionSideStrainMin = -2e-3; % limit value of minimum strain on girder compression side (Pa)

% END OF INPUT DATA
```

```

% Check end support conditions and call appropriate function to
% calculate parameters based on the static deflection shape.

if BeamSupportCond == 'P'
    ParametersBeam = PHISIM(NumberOfBeams);
    XKLEB = ParametersBeam(1,length(ParametersBeam)-1);
    XKLMEB = ParametersBeam(1,length(ParametersBeam));
end

if BeamSupportCond == 'F'
    ParametersBeam = PHIFUN(NumberOfBeams);
    XKLEB = ParametersBeam(1,length(ParametersBeam)-1);
    XKLMEB = ParametersBeam(1,length(ParametersBeam));
end

if GirderSupportCond == 'P'
    ParametersGirder = PHISIM(NumberOfBeams);
    alfaE1 = ParametersGirder(1,2);
    alfaE2 = ParametersGirder(1,3);
    PH2 = ParametersGirder(1,4:length(ParametersGirder)-2);
    XKLEG = ParametersGirder(1,length(ParametersGirder)-1);
    XKLMEG = ParametersGirder(1,length(ParametersGirder));
end

if GirderSupportCond == 'F'
    ParametersGirder = PHIFUN(NumberOfBeams);
    alfaE1 = ParametersGirder(1,2);
    alfaE2 = ParametersGirder(1,3);
    PH2 = ParametersGirder(1,4:length(ParametersGirder)-2);
    XKLEG = ParametersGirder(1,length(ParametersGirder)-1);
    XKLMEG = ParametersGirder(1,length(ParametersGirder));
end

% Perform calculations for natural frequencies and determine time
% step (Dt) for numerical integration

SHAPE = PH2;
alfa1 = alfaE1;
alfa2 = alfaE2;
XKLMG = XKLMEG;
XKLG = XKLEG;
XKLMB = XKLMEB;
XKLB = XKLEB;
A11 = XKLMB*BeamMass;
A22 = (XKLMG*XKLG*GirderMass + BeamMass*alfa2)/(NumberOfBeams*XKLB);
A12 = (BeamMass/NumberOfBeams)*alfa1;

A = A11*A22 - A12^2;
B = A11*(GirderEquElasticSpringConst/NumberOfBeams)*(XKLG/XKLB) + ...
    A22*BeamEquElasticSpringConst;
C = (GirderEquElasticSpringConst/NumberOfBeams)*BeamEquElasticSpringConst*(XKLG/XKLB);
U = A11/A12;
G = A11*A22 - A12^2;

RADA = B^2 - 4.0*A*C;
if RADA < 0
    error('Complex value')
end
RADB = (B - sqrt(RADA))/(2*A);
if RADB < 0
    error('Complex value')
end

OMEGA1 = sqrt(RADB);
OMEGA2 = sqrt((B + sqrt(RADA))/(2*A));

Dt = (2*pi)/(20*OMEGA2);
NEXP = 1;
Dt = Dt/0.1;
while Dt < 1.0
    NEXP = NEXP + 1;
    Dt = Dt/0.1;
end
Dt = Dt/10^NEXP;

```

```

LOAD = FORFUN(Dt); % Calls the load defining function
T = LOAD(:,1); % Time
PFT = LOAD(:,2); % Load at time T

% Begin numerical integration by determining initial conditions

ACCZ1(1) = (A12/(U*G))*(1 - (alfa1*U)/(NumberOfBeams*XKLB))*PFT(1)*LengthOfBeams*BeamSpacing;
ACCZ2(1) = (1/A11)*PFT(1)*LengthOfBeams*BeamSpacing;
NM = 1; % NM is the counter used within the integration loop for each succeeding time step
ACCQG(NM) = -U*ACCZ1(NM);
ACCQB(NM) = ACCZ1(NM) + ACCZ2(NM);
VALB(NM) = (NumberOfBeams*PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing...
- NumberOfBeams*BeamMass*XKLB*ACCQB(NM) - alfa1*ACCQG(NM)*BeamMass)*0.5;
for kk = 1:NumberOfBeams
    VFTB(kk,NM) = PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing/2-...
    0.5*BeamMass*(XKLB*ACCQB(NM) + ACCQG(NM)*SHAPE(kk));
end
VFTG(NM) = VALB(NM) - 0.5*ACCQG(NM)*GirderMass*XKLG;
Z1(1) = 0;
Z2(1) = 0;
RG(1) = 0;
RB(1) = 0;
QB(1) = 0;
QG(1) = 0;
Z1(2) = 0.5*ACCZ1(1)*Dt^2;
Z2(2) = 0.5*ACCZ2(1)*Dt^2;

% Call subroutine PHIPLA to calculate parameters based on the static deflection
% shape in the plastic region.
PLA = PHIPLA(NumberOfBeams);
XKLP = 0.50;
XKLMP = 0.66;
alfaP1 = PLA(2);
alfaP2 = PLA(3);
Y = PLA(4:length(PLA));

% Shapefunctions for moment distribution
NoOfPoints = 100;
CheckFixed = PHIFUN(NoOfPoints);
CheckPinned = PHISIM(NoOfPoints);

% Begin integration loop. March forward in time steps to obtain
% numerical solution.
for NM = 2:length(T) % for each time step
    QB(NM) = Z1(NM) + Z2(NM); % relative deflection beam
    QG(NM) = -U*Z1(NM); % deflection girder

    % Check each succeeding displacement (QB & QG) against the preceding one. If
    % displacement increases, Resistance R increases elastically unless plastic
    % resistance has been reached, in wich case R remines constant. If displacement

    % decreases, Resistance R dereases elastically as unloading takes place.

    RG(NM) = RG(NM - 1) + GirderEquElasticSpringConst*(QG(NM) - QG(NM - 1));
    RB(NM) = RB(NM - 1) + BeamEquElasticSpringConst*(QB(NM) - QB(NM - 1));

    if RB(NM) >= BeamFullyPlasticResistance
        XKLB = XKLP;
        XKLMB = XKLMP;
        RB(NM) = BeamFullyPlasticResistance;
    else
        XKLB = XKLEB;
        XKLMB = XKLMEB;
    end
    if RG(NM) >= GirderFullyPlasticResistance
        XKLG = XKLP;
        XKLMG = XKLMP;
        SHAPE = Y;
        RG(NM) = GirderFullyPlasticResistance;
        alfa1 = alfaP1;
        alfa2 = alfaP2;
    else
        alfa1 = alfaE1;
        alfa2 = alfaE2;
        SHAPE = PH2;
        XKLG = XKLEG;
        XKLMG = XKLMEG;
    end
    if RG(NM) >= GirderFullyPlasticResistance | RB(NM) >= BeamFullyPlasticResistance

```

```

A22 = (XKLMG*XKLG*GirderMass + BeamMass*alfa2)/(NumberOfBeams*XKLB);
A11 = XKLMB*BeamMass;
A12 = (BeamMass/NumberOfBeams)*alfa1;
U = A11/A12;
G = A11*A22 - A12^2;
end
% Calculate new values for acceleration
ACCZ1(NM) = (A12/(U*G))*((1.0 - (alfa*U)/(NumberOfBeams*XKLB))*PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing...
+(XKLG*RG(NM)*U)/(NumberOfBeams*XKLB) - RB(NM));
ACCZ2(NM) = (1.0/A11)*(PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing - RB(NM));

% Use recurrence formula to obtain succeeding displacements and continue
% to loop until the maximum specified time.

Z1(NM+1) = (2.0*Z1(NM) - Z1(NM - 1) + ACCZ1(NM)*Dt^2);
Z2(NM+1) = (2.0*Z2(NM) - Z2(NM - 1) + ACCZ2(NM)*Dt^2);
ACCQB(NM) = ACCZ1(NM) + ACCZ2(NM); % beam acceleration
ACCQG(NM) = -U*ACCZ1(NM); % girder acceleration
for KK = 1:NumberOfBeams
    VFTB(KK,NM) = PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing/2.0 - 0.5*BeamMass*(XKLB*ACCQB(NM) ...
+ ACCQG(NM)*SHAPE(KK)); % Beam reactions (beam number 1 to NumberOfBeams)
end
VALB(NM) = (NumberOfBeams*PFT(NM)*LengthOfBeams*BeamSpacing ...
-NumberOfBeams*BeamMass*XKLB*ACCQB(NM) - alfa1*ACCQG(NM)*BeamMass)*0.5;
VFTG(NM) = VALB(NM) - 0.5*ACCQG(NM)*GirderMass*XKLG; % Girder reaction

% Check support conditions for beam and calculate the moment distribution

if BeamSupportCond == 'F' % If the beam is fixed
    fbeam = CheckFixed(1,4:length(CheckFixed)-2); % vector of unit deflections
    fbeam = fbeam*QB(NM); % vector of real deflections
else % If the beam is pinned
    fbeam = CheckPinned(1,4:length(CheckPinned)-2); % vector of unit deflections
    fbeam = fbeam*QB(NM); % vector of real deflections
end
BeamF(NM,:) = -[0 fbeam 0]; % Adds zero deflections at the support locations
BeamEpsilon(NM,:) = diff(diff(BeamF(NM,:)))/(LengthOfBeams/(length(fbeam)+1)))/(LengthOfBeams/(length(fbeam)+1));
% BeamEpsilon represents the curvature of the beam
BeamMoment(NM,:) = BeamE*BeamI*BeamEpsilon(NM,:); % momentdistribution in the beam

% Check support conditions for girder and calculate the moment distribution

if GirderSupportCond == 'F' % If the girder is fixed
    fgirder = CheckFixed(1,4:length(CheckFixed)-2); % vector of unit deflections
    fgirder = fgirder*QG(NM); % vector of real deflections
else % If the girder is pinned
    fgirder = CheckPinned(1,4:length(CheckPinned)-2); % vector of unit deflections
    fgirder = fgirder*QG(NM); % vector of real deflections
end
GirderF(NM,:) = -[0 fgirder 0]; % Adds zero deflections at the support locations
GirderEpsilon(NM,:) = diff(diff(GirderF(NM,:)))/(LengthOfGirder/(length(fgirder)+1)))/(LengthOfGirder/(length(fgirder)+1));
% GirderEpsilon represents the curvature of the girder
GirderMoment(NM,:) = GirderE*GirderI*GirderEpsilon(NM,:); % momentdistribution in the girder

end % End of integration loop

BeamTensionStress = BeamMoment/BeamWTension; % Stress in tension side of beams
BeamCompressionStress = -BeamMoment/BeamWCompression; % Stress in Compression side of beams
GirderTensionStress = GirderMoment/GirderWTension; % Stress in tension side of girders
GirderCompressionStress = -GirderMoment/GirderWCompression; % Stress in Compression side of girders
% Positive stress - tension
% Negative stress - Compression

BeamTensionStrain = BeamEpsilon*BeamTension_e; % Strain in tension side of beams
BeamCompressionStrain = -BeamEpsilon*BeamCompression_e; % Strain in compression side of beams
GirderTensionStrain = GirderEpsilon*GirderTension_e; % Strain in tension side of girder
GirderCompressionStrain = -GirderEpsilon*GirderCompression_e; % Strain in compression side of girder

OMEGA=[OMEGA1 OMEGA2]; % Natural frequencies of the system (rad/s)

```



```

% Check if limiting values for beam tension or compression strains has been exceeded.
for i = 1:length(BeamTensionStrain(:,1)) % for each row in the matrix
    for j = 1:length(BeamTensionStrain(1,:)) % for each colum in each row
        if BeamTensionStrain(i,j) > BeamTensionSideStrainMax | BeamTensionStrain(i,j) < BeamTensionSideStrainMin |
        BeamCompressionStrain(i,j) > BeamCompressionSideStrainMax | BeamCompressionStrain(i,j) < BeamCompressionSideStrainMin
            BeamLimitReached(i,j) = 1; % If limit is exceeded
        else
            BeamLimitReached(i,j) = 0; % If limit aren't exceeded
        end
        j = j + 1;
    end
    i = i + 1;
end
end

```

```

% Check if limiting values for girder tension or compression strains has been exceeded.
for i = 1:length(GirderTensionStrain(:,1)) % for each row in the matrix
    for j = 1:length(GirderTensionStrain(1,:)) % for each columi in each row
        if GirderTensionStrain(i,j) > GirderTensionSideStrainMax | GirderTensionStrain(i,j) < GirderTensionSideStrainMin |
        GirderCompressionStrain(i,j) > GirderCompressionSideStrainMax | GirderCompressionStrain(i,j) < GirderCompressionSideStrainMin
            GirderLimitReached(i,j) = 1; % If limit is exceeded
        else
            GirderLimitReached(i,j) = 0; % If limit aren't exceeded
        end
        j = j + 1;
    end
    i = i + 1;
end
end

```

```

% Presentation of the results

```

```

disp('The results of the calculations:')
disp(' ')
disp(['The natural frequencies of the system are: ',num2str(OMEGA(1)), 'rad/s and ',num2str(OMEGA(2)), 'rad/s'])
disp(' ')
disp(['Maximum girder midpoint deflection: ',num2str(max(QG)), ' m']);
disp(['Time of maximum girder midpoint deflection: ',num2str(T(find(QG == max(QG)))), ' s']);
disp(['Maximum Girder midpoint deflection relative to the girder: ',num2str(max(QB)), ' m']);
disp(['Time of maximum beam midpoint deflection: ',num2str(T(find(QB == max(QB)))), ' s']);
disp(' ')
disp(['Maximum girder acceleration: ',num2str(max(ACCQG)), ' m/s^2'])
disp(['Maximum beam acceleration: ',num2str(max(ACCQB)), ' m/s^2'])
disp(' ')
disp(['Maximum dynamic reaction for girder: ',num2str(max(VALB)), ' N'])
for i = 1:NumberOfBeams
    disp(['Maximum dynamic reaction for beam number ',num2str(i),': ',num2str(max(VFTB(i,:))), ' N'])
end
end

```

```

figure(1)
clf
hold on
plot(T,QG)
plot(T,QB,'r')
title('Beam and Girder midpoint deflection')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Deflection (m)')
text(T(round(0.5*length(T))),max(QG),'Girder deflection','VerticalAlignment','Top')
text(T(round(0.5*length(T))),max(QB),'Beam relative deflection','VerticalAlignment','Top')
set(gca, 'YDir', 'reverse')

```

```

figure(2)
clf
hold on
plot(T,VALB)
title('Girder dynamic reaction')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Force (N)')

```

```

figure(3)
clf
hold on
plot(T,VFTB(round(NumberOfBeams/2+0.2,:)))
title('Mid beam dynamic reaction')
text(T(round(0.5*length(T))),round(0.5*max(VFTB(round(NumberOfBeams/2+0.2,:))),['Beam # ',num2str(round(NumberOfBeams/2+0.2)), '
reaction'])
xlabel('Time (s)')
ylabel('Force (N)')

```

```

figure(4)
clf
hold on
plot([0 PH2*max(QG) 0])
for i = 1:NumberOfBeams
    plot(i+1,max(QG)*PH2(i),'s','MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
    text(i+1,max(QG)*PH2(i),['Beam # ',num2str(i)],'VerticalAlignment','Top')
end
title('Maximum girder deflection')
ylabel('Deflection (m)')
set(gca, 'YDir', 'reverse')

```

```

figure(5)
clf
mesh(0:LengthOfBeams/(NoOfPoints-1):LengthOfBeams, T, BeamMoment)
title('Beam moment')
xlabel('Position on beam (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Moment (Nm)')
set(gca, 'ZDir', 'reverse')

```

```

figure(6)
clf
mesh(0:LengthOfGirder/(NoOfPoints-1):LengthOfGirder, T,GirderMoment)
title('Girder moment')
xlabel('Position on girder (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Moment (Nm)')
set(gca, 'ZDir', 'rev')

```

```

figure(7)
clf
subplot(2,1,1)
mesh(0:LengthOfBeams/(NoOfPoints-1):LengthOfBeams, T,BeamTensionStrain)
title('Beam strain in tension side')
xlabel('Position on beam (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Strain (-)')
set(gca, 'ZDir', 'reverse')
subplot(2,1,2)
mesh(0:LengthOfBeams/(NoOfPoints-1):LengthOfBeams, T,BeamCompressionStrain)
title('Beam strain in compression side')
xlabel('Position on beam (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Strain (-)')
set(gca, 'ZDir', 'reverse')

```

```

figure(8)
clf
subplot(2,1,1)
mesh(0:LengthOfGirder/(NoOfPoints-1):LengthOfGirder, T,GirderTensionStrain)
title('Girder strain in tension side')
xlabel('Position on girder (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Strain (-)')
set(gca, 'ZDir', 'reverse')
subplot(2,1,2)
mesh(0:LengthOfGirder/(NoOfPoints-1):LengthOfGirder, T,GirderCompressionStrain)
title('Girder strain in compression side')
xlabel('Position on girder (m)')
ylabel('Time (s)')
zlabel('Strain (-)')
set(gca, 'ZDir', 'reverse')

```

```

figure(9)
clf
subplot(2,1,1)
contourf(0:LengthOfBeams/(NoOfPoints-1):LengthOfBeams, T, BeamLimitReached*100)
caxis([-100 100])
title('Beam strain limit exceeded')
xlabel('Position on beam (m)')
ylabel('Time (s)')
if max(BeamLimitReached) == 0
    text(0.5*LengthOfBeams,0.5*max(T),'No limit exceeded','HorizontalAlignment','Center')
end
subplot(2,1,2)
contourf(0:LengthOfGirder/(NoOfPoints-1):LengthOfGirder, T, GirderLimitReached*100)
caxis([-100 100])
title('Girder strain limit exceeded')
xlabel('Position on girder (m)')
ylabel('Time (s)')
if max(GirderLimitReached) == 0
    text(0.5*LengthOfGirder,0.5*max(T),'No limit exceeded','HorizontalAlignment','Center')
end

```

Bilaga 3.2: Lastfunktion

```

function [LOAD] = FORFUN(Dt)
% INPUT DATA for the load function and time span

% Dynamic Response Of Elastoplastic Beam-Girder Systems
% Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
% Computers Structures, Vol. 2, pp. 223-251. Pergamon Press 1972
%
% Mats Gustafsson 2002

% Acting force on the beam-girder system
% The acting load may be described as a normalized
% function (0 =< load =< 1), multiplied with a peak value.
% In this function is also the calculation time span defined.
% The time step Dt is calculated in the main program.

Peak = 25.3 % Load peak value (N).
i = 1; % internal counter
for t = 0:Dt:0.25 % from START TIME untill END TIME (s) in step DT.
    T(i) = t; % vector of calculation times.
    if t < 0.079
        PFT(i) = Peak*(1 - 12.658*t); % Load vector
    else
        PFT(i) = 0; % Load vector
    end
    i = i + 1;
end

LOAD = [T' PFT];

```

Bilaga 3.3: Formfunktion - fritt upplagt

```

function PH1 = PHISIM(NumberOfBeams)
% Shape function for pinned elastic beam

% Dynamic Response Of Elastoplastic Beam-Girder Systems
% Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
% Computers Structures, Vol. 2, pp. 223-251. Pergamon Press 1972
%
% Mats Gustafsson 2002

DKLE = 0.64;
DKLME = 0.78;
SUM1 = 0; % alfa1
SUMS1 = 0; % alfa2
I = 0; % internal counter
FAS = 1/(NumberOfBeams + 1); % relative position on beam
while FAS - 1 < 0
    I = I + 1;
    PH1(I) = 3.2*(FAS - 2.0*FAS^3 + FAS^4); % deflection curve
    % midpoint deflection = 1 unit
    PHS1 = PH1(I)^2;
    SUM1 = SUM1 + PH1(I);
    SUMS1 = SUMS1 + PHS1;
    FAS = FAS + 1/(NumberOfBeams + 1);
end

TSUMS1 = SUMS1;
TSUM1 = SUM1;

PH1 = [NumberOfBeams TSUM1 TSUMS1 PH1 DKLE DKLME];

```

Bilaga 3.4: Formfunktion - fast inspänd

```

function PH2 = PHIFUN(NumberOfBeams)
% Shape function for fixed elastic beams

% Dynamic Response Of Elastoplastic Beam-Girder Systems
% Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
% Computers Structures, Vol. 2, pp. 223-251. Pergamon Press 1972
%
% Mats Gustafsson 2002

DKLE = 0.53;
DKLME = 0.77;
J = 0;      % internal counter
SUM2 = 0;   % alfaE1
SUMS2 = 0;  % alfaE2
FA = 1/(NumberOfBeams + 1); % relative position on beam
while FA - 1 < 0
    J = J + 1;
    PH2(J) = 16.0*(FA^2*(1 - FA)^2); % deflection curve
    % midpoint deflection = 1 unit
    PHS2 = PH2(J)^2;
    SUM2 = SUM2 + PH2(J);
    SUMS2 = SUMS2 + PHS2;
    FA = FA + 1/(NumberOfBeams + 1);
end

TSUMS2 = SUMS2;
TSUM2 = SUM2;

PH2 = [NumberOfBeams TSUM2 TSUMS2 PH2 DKLE DKLME];

```

Bilaga 3.5: Formfunktion - plastisk

```

function PLA = PHIPLA(NumberOfBeams)
% Shape function for fully plastic beam.

% Dynamic Response Of Elastoplastic Beam-Girder Systems
% Shou-Ling Wang and Harry P. Gray
% Computers Structures, Vol. 2, pp. 223-251. Pergamon Press 1972
%
% Mats Gustafsson 2002

K = 1;      % Internal counter
SUMP1 = 0;   % alfa1 (plastic)
SUMP2 = 0;   % alfa2 (plastic)
D = 1/(NumberOfBeams + 1); % relative position on beam
while D - 1 < 0
    FAC = D;
    if D > 0.5
        FAC = 1 - D;
    end
    Y(K) = 2*FAC; % deflection curve
                % midpoint deflection = 1 unit
    Y2 = Y(K)^2;
    SUMP1 = SUMP1 + Y(K);
    SUMP2 = SUMP2 + Y2;
    D = D + 1/(NumberOfBeams + 1);
    K = K + 1;
end
TSUMP1 = SUMP1;
TSUMP2 = SUMP2;

PLA = [NumberOfBeams TSUMP1 TSUMP2 Y];

```