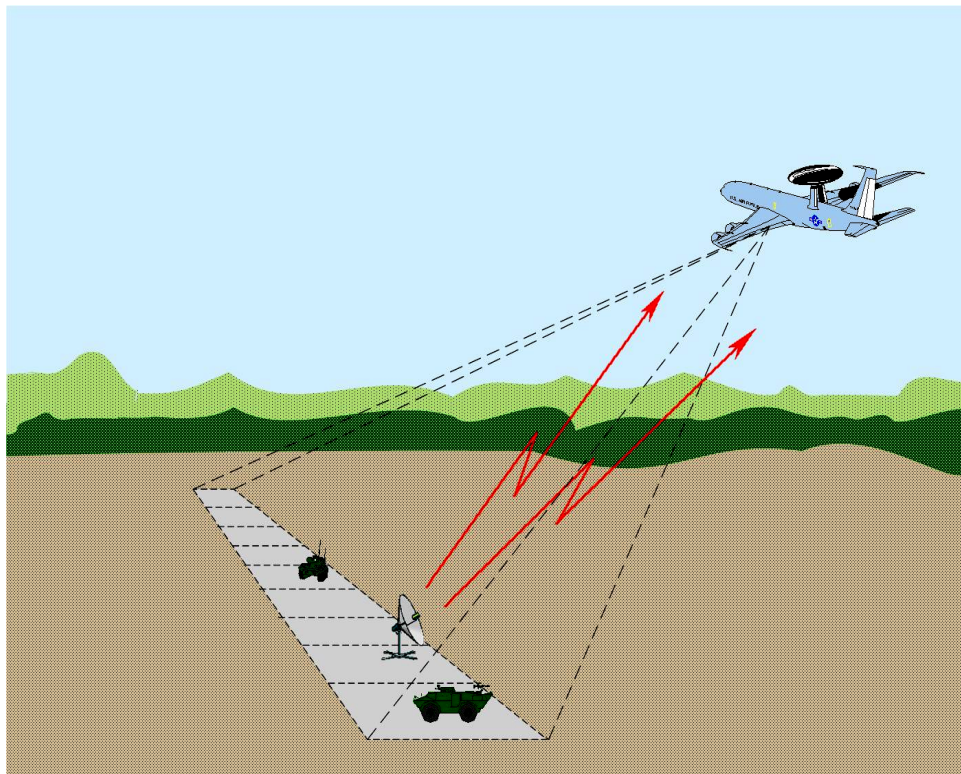


Johan Einarsson

Signalanalys och val av störsignal mot syntetisk apertur radar (SAR)



TOTALFÖRSVARETS FORSKNINGSINSTITUT

Avdelningen för Ledningssystem

581 11 Linköping

FOI-R--0526--SE

December 2002

ISSN 1650-1942

Teknisk rapport

Johan Einarsson

Signalanalys och val av störsignal mot syntetisk apertur radar (SAR)

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Avdelningen för Ledningssystem 581 11 Linköping	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0526--SE	Klassificering Teknisk rapport
	Forskningsområde 6 Telekrig	
	Månad, år December 2002	Projektnummer E7013
	Verksamhetsgren 5 Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 61 Telekrigföring med EM-vapen och skydd	
Författare/redaktör Johan Einarsson	Projektledare Veine Jernemalm	
	Godkänd av Helena Sundius	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning Försvarsmakten	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Gunnar Hillerström	
Rapportens titel Signalanalys och val av störsignal mot syntetisk apertur radar (SAR)		
Sammanfattning (högst 200 ord) Syntetisk apertur radar (SAR) tillhandahåller högupplösande markbilder oberoende av regn, dimma eller mörker. I militära scenarion används störsändare för att neutralisera SAR som en källa för strategisk information. Denna rapport tar upp ett tillvägagångssätt för att maximera störeenergin i en SAR-mottagare med minimal utsänd störeffekt. En snabb och noggrann signalanalys har utvecklats i syfte att undvika trigging på felaktiga signaler samt tillåta användning av en smalbandig störsignal. Simuleringar har genomförts för att utvärdera användandet av olika frekvensmätningsskript för signalanalysen. Ytterligare simuleringar och utvärderingar, med utgångspunkt från en SAR:s funktionalitet, har gjorts för att hitta en effektiv störform. Resultat visar att störning av en SAR blir effektivare om den görs frekvenshoppande samt sker på frekvenser nära mittenfrekvensen i det momentana frekvensbandet. En signalanalys som använder en fasestimeringsalgoritm följd av en Goertzel algoritm tillåter användande av en stegvis mer smalbandig störsignal, vilket medför maximering av störeenergin i SAR-mottagaren. Slutligen konstateras det att det bästa störalternativet i ett inledande stadiet av signalanalysen, då ingen information om det momentana frekvensbandet finns, är repeterstörning.		
Nyckelord SAR, störning, SNR, frekvensestimering, lineär FM		
Övriga bibliografiska uppgifter Även utgiven som examensarbetsrapport vid Kungliga Tekniska Högskolan, reg. nr: IR-SB-EX-0218	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: s. 76	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Division of Command and Control Warfare SE-581 11 Linköping	Report number, ISRN FOI-R--0526--SE	Report type Technical report
	Research area code 6 Electronic Warfare	
	Month year December 2002	Project no. E7013
	Customers code 5 Commissioned Research	
	Sub area code 61 Electronic Warfare including Electromagnetic Weapons and Protection	
Author/s (editor/s) Johan Einarsson	Project manager Veine Jernemalm	
	Approved by Helena Sundius	
	Sponsoring agency Swedish Armed Forces	
	Scientifically and technically responsible Gunnar Hillerström	
Report title (In translation) Signal analysis and selection of jamming signal against Synthetic Aperture Radar (SAR)		
Abstract (not more than 200 words) Synthetic Aperture Radar (SAR) provides high resolution ground images independently of weather or time of day conditions. In military scenarios, jamming transmitters are used to neutralize SAR as a source of strategic information. This study concerns a method for maximizing the interference energy in a SAR receiver using minimal transmitting power. A fast and accurate signal analysis has been developed allowing correct radar pulse triggering and the use of a narrow band jamming signal. Simulations have been performed to evaluate the use of different frequency estimation algorithms for the analysis. Further simulations and investigations, based on the functionality of a SAR, have been performed in order to find an effective form of jamming. Results show that jamming of a SAR becomes more effective if it is made frequency hopping and given frequencies close to the center frequency of the instantaneous band. A signal analysis using a phase estimation algorithm followed by a Goertzel algorithm provides the use of a gradually more narrow band jamming signal, maximizing the interference energy in the receiver of a SAR. Finally, it is established that repetitive jamming is the best option during the preliminary stage of the signal analysis when no a priori information is available.		
Keywords SAR, jamming, SNR, frequency estimation, linear FM		
Further bibliographic information Also issued as master thesis report at the Royal Institute of Technology, reg. no: IR-SB-EX-0218	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages p. 76	
	Price acc. to pricelist	

Förord

Denna rapport är resultatet av ett 20 poängs examensarbete utfört vid institutionen för Telekrigssystem på Totalförsvarets Forskningsinstitut, FOI, i Linköping. Arbetet innebär slutförandet av civilingenjörsutbildningen Elektroteknik med inriktning mot signalbehandling på Kungliga Tekniska Högskolan i Stockholm.

Jag vill rikta ett tack till följande personer som på olika sätt bidragit till arbetets slutförande.

Gunnar Hillerström (Handledare FOI), Johan Falk (Handledare FOI/KTH), Veine Jernemalm (Projektledare FOI), Mårten Sander (Opponent), Peter Händel (Examinator KTH).

Innehåll

1. Inledning	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Syfte	1
1.3 Disposition	2
2. Problemdefinition	3
2.1 Bakgrund till antagna förutsättningar och krav	3
2.1.1 Modulationsformens funktion	3
2.1.2 Signalegenskaper	4
2.1.3 Signal/Brus-förhållande	4
2.1.4 Tidfaktorns betydelse vid störning	4
3. SAR	7
3.1 SAR-beskrivning	7
3.2 SA-filter	8
3.3 Signalprocessning i SAR	8
3.4 Problemuppdelning	11
3.4.1 Signalanalys	11
3.4.2 Val av störform	11
3.4.3 Implementering	11
4. Teori för signalanalysen	13
4.1 Lineär FM	13
4.2 Antagande om signalmiljön	13
4.3 Frekvensestimering på lineär FM - Problemmodellering	14
4.4 Detektering av lineär FM	15
4.5 Prestanda mått	15
4.5.1 Cramér-Rao Bound - CRB	15
4.6 Introduktion till frekvensestimering	16
4.6.1 Binfrekvens	16
4.6.2 Kortdistansläckage	17
4.6.3 Långdistansläckage	18
4.7 Icke-parametriska metoder	19
4.7.1 Fönstring	19
4.7.2 FFT med nollinbakning	20
4.7.3 FFT med nollinbakning och polynomanpassning	21
4.7.4 Fasestimering	22
4.7.5 Fasestimering utan överlappning	22
4.7.6 Fasestimering med maximal överlappning	23
4.7.7 Fasestimering på lineär FM	24
4.8 Goertzel algoritmen	24
4.9 Parametriska metoder	25
4.9.1 AR-modell för frekvensmätning	26
4.10 Cosfaktorn	27
4.11 Mätbas	29
4.12 Anpassning av datalängd till frekvensestimat	29
5. Val av störform	35
5.1 Introduktion till störning mot SAR	35
5.2 Repeterstörning	35
5.3 Mättnadsstörning med frekvenshoppande CW	36
6. Använda simuleringar och verifieringar	37
6.1 Monte-Carlo simuleringar	37
6.2 Korrelation med SA-filter	37

6.3 Störsimulering.....	37
6.3.1 Simuleringsprogrammet.....	39
7. Resultat av simuleringar och verifieringar.....	41
7.1 Resultat - Signalanalys.....	41
7.1.1 FFT med nollinbakning.....	41
7.1.2 FFT med nollinbakning och polynomanpassning	42
7.1.3 Fsestimering med maximal överlappning	44
7.1.4 Användning av Goertzel algoritmen.....	47
7.1.5 Effektiv parametrisk metod.....	50
7.1.6 Sammanfattning - Signalanalys	51
7.2 Resultat - Val av störform	52
7.2.1 Frekvenshoppning.....	52
7.2.2 Repeterstörning	53
7.2.3 Frekvenshoppande CW	54
7.2.4 Sammanfattning - Val av störform	56
8. Implementering.....	57
8.1 Storlek på FFT	57
8.2 Kvantisering.....	58
8.3 Insamplingstid vid signalanalys.....	59
8.3.1 Beräkning av $std(\hat{F})$	60
8.3.2 Beräkning av $N_{tot}(K_P)$ via tröskelvärde	61
8.4 Beräkningstid för FFT	61
8.5 Beräkningstid för Goertzel algoritmen	62
8.6 Total beräkningstid vid signalanalys.....	62
8.7 Skattning av det momentana frekvensbandet	62
9. Slutsatser.....	65
9.1 Effektiv störning	65
9.2 Val av frekvensmättningsmetod för signalanalys	65
9.3 Störmetodik.....	65
9.4 Val av konfidensintervall	66
9.5 Allmänna slutsatser	67
10.Framtida arbete.....	69
11.Referenser.....	71
12.Figurförteckning.....	73

1. Inledning

Detta kapitel innehåller en kort beskrivning av bakgrunden till examensarbetet, dess problemområde och syfte. Även en kort sammanfattning i form av en disposition finns att läsa.

1.1 Bakgrund

Syntetisk apertur radar (SAR) är ett högupplösande radarsystem som med hjälp av avancerad signalbehandling kan generera en stor antenn på syntetisk väg i syfte att förbättra upplösningen. SAR har funnits sedan 50-talet men det är inte förrän på 90-talet som metoden har börjat tillämpas. Detta beror på att det först då blev möjligt att tillmötesgå de krav som radarn ställer i form av snabba minnen och processorer till följd av den mängd information som den samlar in.

Ett SAR-system placeras vanligen i flygplan eller satelliter och används både för civila och militära ändamål. SAR används främst för att ta högupplösande bilder av marken. Upplösningen är så hög att bilderna blir fotolikhande. Detta oberoende av mörker, regn eller dimma. Ur ett militärt perspektiv är det därför av stort värde att kunna störa ut ett SAR-system så att en eventuell fiende kan hindras från att ta bilder av markområden vilka kan avslöja strategisk information.

På Totalförsvarets Forskningsinstitut, FOI, pågår utveckling av metoder för att kunna göra detta på ett så bra och effektivt sätt som möjligt. Tidigare metoder för att störa ut en SAR har bl a inneburit att via stör-sändare ta emot och returnera den utsända radarsignalen efter det att den modulerats med smalbandigt brus eller alternativt en CW-signal (eng. Continuous Wave). I fallet med smalbandigt brus har detta medfört att en fasriktig integrering och pulskompression omöjliggjorts i SAR-mottagaren om störeffekten varit tillräckligt hög. Då en CW-signal använts har frekvensen på CW-signalen slumpvis ändrats mellan radarpulserna för att göra det svårt att eliminera störsignalen vid bildprocessningen. Förfarandet avser att omöjliggöra en fasriktig addition av störsignalen och i stället ge upphov till mål som flyttar sig från puls till puls.

1.2 Syfte

Syftet med examensarbetet i allmänhet kan formuleras på följande sätt:

Examensarbetet syftar till att ge värdefulla erfarenheter av och att utveckla förmågan i att:

- självständigt och under realistiska förhållanden strukturera, planera och genomföra en konkret, avgränsad arbetsuppgift på ett ingenjörsmässigt sätt
- dokumentera ett arbete i en systematiskt uppbyggd rapport, som inte bara visar vad som gjorts, utan även ger prov på författarens förmåga att skriva på ett för andra läsbart sätt
- muntligt presentera ett arbete.

Syftet med detta specifika examensarbete kan formuleras som:

- att på bästa sätt utarbeta en implementerbar metod med avsikt att störa ut ett SAR-system på ett så effektivt sätt som möjligt.

1.3 Disposition

Här ges en kort beskrivning av rapportens innehåll.

Kapitel 1: Inledning. Bakgrund till examensarbetet, dess syfte samt en disposition.

Kapitel 2: Problemdefinition. Beskrivning av uppgiften samt en mer djupgående förklaring till antagna förutsättningar och krav.

Kapitel 3: SAR. Principiell beskrivning av SAR samt även vad som krävs för att uppnå effektiv störning mot sådana system. En problemuppdelning görs vilken sammanfattar de krav som finns på uppgiften.

Kapitel 4: Teori för signalanalysen. En genomgång av den teori som tillämpats samt ytterligare några antaganden som kan göras för att komma fram till en tillfredsställande signalanalys.

Kapitel 5: Val av störform. En kort bakgrund till störning mot SAR ges. Aktuella störformer presenteras tillsammans med respektive för- och nackdelar.

Kapitel 6: Använda simuleringar och verifieringar. En beskrivning av de metoder och simuleringar som har använts för att ta fram resultat för beaktade frekvensmätningmetoder och störformer.

Kapitel 7: Resultat av simuleringar och verifieringar. Resultat presenteras vilka motiverar prestandan hos utvärderade frekvensmätningmetoder samt valet av störform.

Kapitel 8: Implementering. Lämplig storlek på FFT:n motiveras. Resulterande beräkningstider som signalanalysen kan få beroende av olika val av frekvensmätningmetoder presenteras.

Kapitel 9: Slutsatser. En sammanfattning av vad som måste beaktas för att uppnå så bra störning som möjligt. Förslag till signalanalys samt hur val av konfidensintervall påverkar störningen.

Kapitel 10: Framtida arbete. Förslag till eventuella förbättringar vilka kan leda till effektivare störning mot SAR.

Kapitel 11: Referenser. Referenser till böcker, publicerade rapporter m.m.

Kapitel 12: Figurförteckning. Förteckning över rapportens samtliga figurer.

2. Problemdefinition

Målet med denna uppgift är att undersöka och föreslå en metod som maximerar störeenergin inne i mottagaren hos en SAR. Detta medför att störaren noga måste ta hänsyn till vilka frekvenser och modulation som SAR-systemet använder. SAR använder vanligtvis modulationsformen lineär FM tillsammans med pulskompression för att även få bra upplösning i avstånd. Då detta kan förutsättas ska störarens mottagare vara anpassad för denna signaltyp och en lämplig störpuls genereras. För att inte tappa störtid ska signalanalysen göras så snabbt som möjligt vilket medför svårigheter att få ett tillförlitligt estimat i frekvensplanet. Då det normalt sett är fri sikt till radarn och densamma har hög uteffekt kan ett högt SNR (eng. Signal-to-Noise Ratio) antas.

Framtagna algoritmer ska vara implementerbara på ett effektivt sätt i ett högpresterande digitalt signalbehandlingssystem bestående av analog/digital-omvandlare, programmerbar logik, och digital/analog-omvandlare. Att anpassa inkommande signal till A/D-omvandlarens dynamikområde ligger utanför examensarbetet. Vid undersökande av olika störformer ska dock hänsyn tas till t ex kvantisering i D/A omvandlaren så att den och efterföljande effektförstärkare utnyttjas på ett effektivt sätt.

Störsignalen, utformad att försöka minimera energiåtgången samt maximera störverkan, ska beskrivas i rapportform samt verifieras i Matlab simulering.

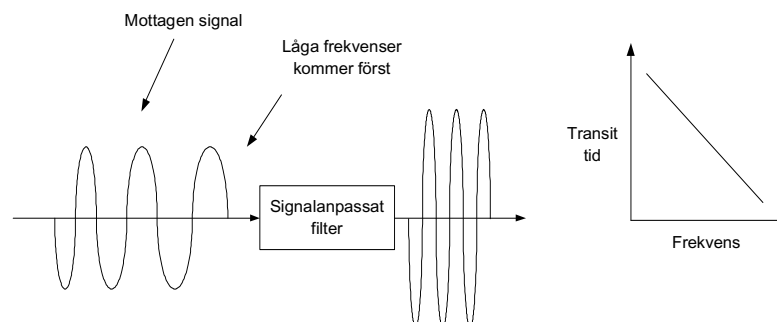
2.1 Bakgrund till antagna förutsättningar och krav

Ett antal förutsättningar antas i problemdefinitionen tillsammans med ett krav på en snabb signalanalys. Detta avsnitt syftar till att komplettera samt ge en mer djupgående förklaring till några av dessa.

2.1.1 Modulationsformens funktion

SAR-system använder vanligtvis modulationsformen lineär FM tillsammans med pulskompression. Anledningen till detta är att ett radarsystem med bra räckvidd och upplösning kräver pulser med hög energi och stor bandbredd. För en vanlig puls betyder detta att den måste vara mycket kort för att uppnå stor bandbredd och ha väldigt höga energitoppar för att uppfylla energikravet. Det finns dock praktiska gränser för hur höga energitoppar som kan användas. Korta pulser medför även dålig Doppler-upplösning vilket ej är önskvärt hos ett radarsystem [1].

Genom att använda mer sofistikerade vågformer kan dessa till synes inkompatibla egenskaper på ett bättre sätt tillmötesgå. Vågformen som används är lineär FM. Denna vågform möjliggör användandet av långa pulser så att hög energi kan erhållas även med måttlig storlek på energitopparna. Således kan bra Doppler-upplösning och bra räckvidd erhållas. Upplösning i avstånd kan åstadkommas med hjälp av pulskompression. Genom att filtrera den inkommande pulsen genom ett signalanpassat filter som trycker ihop pulsen uppnås en tillräckligt stor bandbredd vilket resulterar i bra upplösning i avstånd.



Figur 2.1: SA-filter. Efterföljande delar av pulsen passerar filtret fortare vilket resulterar i en puls med högre amplitud och mindre bredd.

Viktig förutsättning värd att noteras:

- Ett filter anpassat för lineär FM sitter i SAR-mottagaren.

2.1.2 Signalegenskaper

Signalegenskaperna för den lineära FM signalen hämtas från CARABAS (Coherent All Radio Band Sensing) vilket är Sveriges enda flygburna SAR-system [2]. Det är designat för att söka efter gömda och kamouflerade föremål och används därför inom frekvensbandet 20-88 MHz (VHF-bandet). På så sätt utnyttjas penetreringsförmågan hos de lägre frekvenserna. Antagna signalparametrar sätts till:

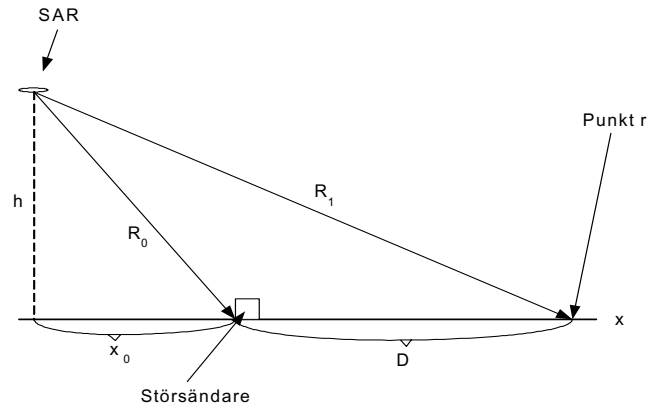
- $T_p = 5 \mu s$ (pulslängd för utsänd radarpuls)
- $B = 2 \text{ MHz}$ (momentan bandbredd)

2.1.3 Signal/Brus-förhållande

Som det nämns i problemdefinitionen kan ett högt SNR antas. Vid tidigare försök på FOI har SNR på 20 dB eller högre uppmäts. Som krav på signalanalysen sätts därför att den ska fungera bra vid $\text{SNR} \geq 20 \text{ dB}$.

2.1.4 Tidfaktorns betydelse vid störning

Hur stort område som maskeras bakom respektive framför en störsändare beror på hur lång störpulsen görs och hur snabbt den kan skickas ut. Betrakta scenariot i figur 2.2.



Figur 2.2: Störscenario. För att få maskering fram till punkten r_1 bakom störsändaren krävs störpulslängden τ_p .

D är täckningen i avstånd bakom störsändaren. x_0 är avståndet från SAR till störsändare i x -led och h är höjden som radarn befinner sig på. Görs antagandet att det inte sker någon fördröjning i störsändaren gäller då följande samband för störpulslängden:

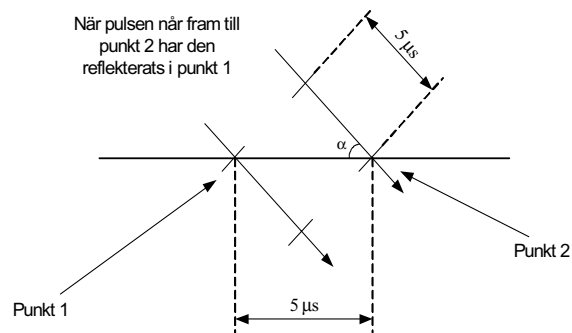
$$R_0 = \sqrt{x_0^2 + h^2}$$

$$R_1 = \sqrt{(x_0 + D)^2 + h^2}$$

$$\tau_p = \frac{2R_1 - R_0}{c}$$

där c är ljusets hastighet och τ_p är störpulslängden som behövs för att få maskering fram till punkten r_1 .

Om störpulsen skickas ut inom en radarpulslängd fås även täckning framför störsändaren. Detta är anledningen till att en snabb signalanalys är önskvärd.



Figur 2.3: Pulsreflektion. På grund av att det tar en viss tid för hela radarpulsen att reflekteras är det möjligt att uppnå störning framför störsändaren.

Från figur 2.3 inses att om störsändaren vore belägen i punkt 2 och har en tidsfördröjning på $2 \mu\text{s}$ så leder det till att störeenergi fås till ca

$$3 \cdot 10^{-6} \cdot c \cdot \cos(\alpha) = 900 \cdot \cos(\alpha) \text{ m}$$

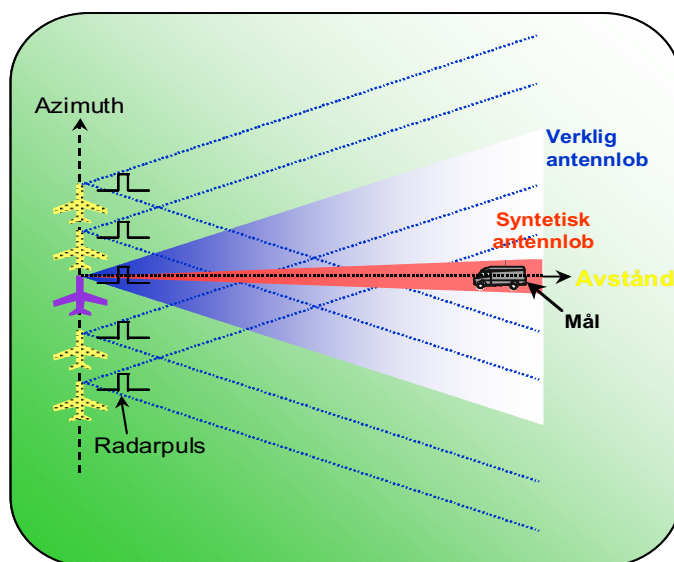
framför den.

3. SAR

Följande kapitel ger en principiell beskrivning av SAR samt även vad som krävs för att uppnå effektiv störning mot sådana system. En problemuppdelning görs också vilken sammanfattar de krav som finns på uppgiften.

3.1 SAR-beskrivning

Som det nämns i avsnitt 1.1 så är SAR ett högupplösande radarsystem vilket vanligen placeras i flygplan eller satelliter. För att kunna uppnå hög azimuth (alt. längs med) upplösning, dvs kunna skilja på meterstora eller decimeterstora föremål, måste dock högupplösande radarsystem ha en mycket stor antenn så att den utsända och mottagna energin kan fokuseras i en smal stråle. Då en sådan skulle bli alldeles för stor för placering på exempelvis flygplan, genererar istället SAR en sådan på syntetisk väg. Detta sker genom att flygplanet flyger en s k integrationssträcka, vilken motsvarar den längd en reell antenn med samma upplösning skulle ha, under vilken radarpulser sänds ut med en mindre antenn. Radarekona från marken registreras av ett massminne. När hela integrationssträckan är avverkad görs en fasriktig addition av ekona från respektive avstånd varefter en radarbild, via bildprocessning, kan skapas på samma sätt som om en reell antenn använts. På så sätt kan även små målekon urskiljas. Figur 3.1 visar en principbild över hur den syntetiska antennen genereras.



Figur 3.1: För att generera en syntetisk antenn flyger SAR en integrationssträcka vilken motsvarar längden på en reell antenn med samma upplösning. Under integrationssträckan sänds radarpulser ut med en mindre antenn vars ekona registreras. Då sträckan passerats signalprocessas ekona varpå en radarbild, via bildprocessning, kan skapas.

Som det nämns i avsnitt 2.1.1 uppnås upplösning i avstånd genom att använda modulationsformen linjär FM tillsammans med pulskompression. Detta gör att en SAR-mottagare kan modelleras enligt figur 3.2.



Figur 3.2: Då de utsända radarpulserna har modulationsformen linjär FM uppstår pulskompression i SA-filtret när ekona passerar. För att undvika oönskad interferens används ett bandpassfilter vilket endast släpper igenom frekvenser motsvarande det momentana frekvensbandet. Detta ges av de linjära FM pulsernas frekvenssvep.

Från figur 3.2 inses att det momentana frekvensbandet, som en SAR använder, ges av de lineära FM pulserna som sänds ut. Detta eftersom SA-filtret är anpassat efter dessa så att pulskompression ska uppnås. Anledningen till att det momentana frekvensbandet benämns *momentan* är att en SAR kan ändra sveprikning samt startfrekvens på de lineära FM pulserna i syfte att försvåra störning. Således måste en noggrann signalanalys göras av varje utsänd radarpuls om korrekt information hela tiden ska vara tillgänglig om var det momentana frekvensbandet befinner sig. Information om var det momentana frekvensbandet befinner sig är väldigt viktigt ur störsynpunkt då störning på frekvenser utanför detta band är verkningslös på en SAR samt endast resulterar i att störning av civila radiosignaler riskeras. Således gäller det att ju mer den utsända störeffekten koncentreras till det momentana frekvensbandet desto effektivare och bättre störning uppnås.

3.2 SA-filter

Ett signalanpassat filter filtrerar bort brus från insignalen så att utsignalen får högsta möjliga SNR. Utsignalen från ett SA-filter anpassat efter insignalen blir densamma som då insignalen korreleras med en kopia av sig själv.

Betrakta signalen $s(t)$. Det signalanpassade filtrets impulssvar blir då [3]:

$$h(t) = Ks^*(t_M - t)$$

där t_M är observationstiden och K en filterkonstant. Således är impulssvaret en fördröjd spegelbild av konjugatet av $s(t)$. Utsignalen erhålls genom att falta $s(t)$ med $h(t)$.

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t - \tau)d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)s^*[\tau - (t - t_M)]d\tau$$

för $t = t_M$ blir utsignalen

$$s_0(t_M) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t_M - \tau)d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)s^*(\tau)d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} |s(\tau)|^2 d\tau$$

SA-filtret i SAR-mottagaren ges således av de lineära FM pulserna som en SAR sänder ut. Att en eventuell störning korrelerar väl med detta filter är ytterst viktigt om högsta möjliga störeenergi ska kunna passera.

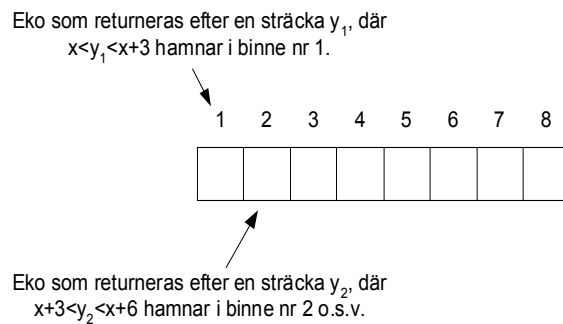
3.3 Signalprocessning i SAR

I kapitel 5 nämns det att en frekvenshoppande störform är mer fördelaktig vid störning då det resulterar i att störeffekten "smetas" ut över en större area. För att kunna ge en bra förklaring till detta förhållande görs i detta avsnitt ett antagande vilket förutsätter att läsaren är bekant med teorin bakom ekoprocessningen i en SAR-mottagare. Via antagandet och simuleringar kan sedan resultat tas fram vilka förklarar denna utsmetningseffekt som en frekvenshoppande störform för med sig.

För att kunna uppnå hög upplösning genererar SAR en syntetisk antenn genom att flyga en integrationssträcka under vilken den sänder ut ett lämpligt antal pulser, där antalet beror på vilken upplösning som önskas. Ekoprocessningen syftar till att sortera de olika ekona utifrån vilket avstånd och riktning de kommer. Detta är grundläggande för att en bild ska kunna skapas över hur ett visst område ser ut. Detta avsnitt syftar till att kortfattat försöka förklara principen bakom ekoprocessningen. För en mer ingående förklaring se [1].

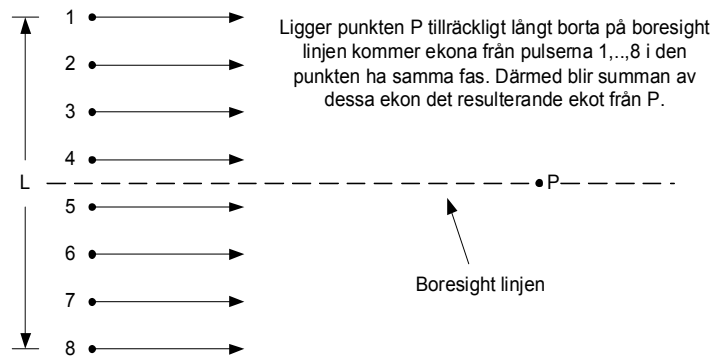
SAR kan sortera de olika ekona i längdled genom att mäta hur lång tid det tar för ett eko att detekteras efter det att radarpulsen sänts ut. Ekona sorteras i s k *rangebin*ar. En rangebin representerar ett avstånd och kan ses som en behållare i vilken alla ekon inom ett visst avstånd läggs. En rangebinnes storlek beror

på vilken upplösning i avstånd radarn har.



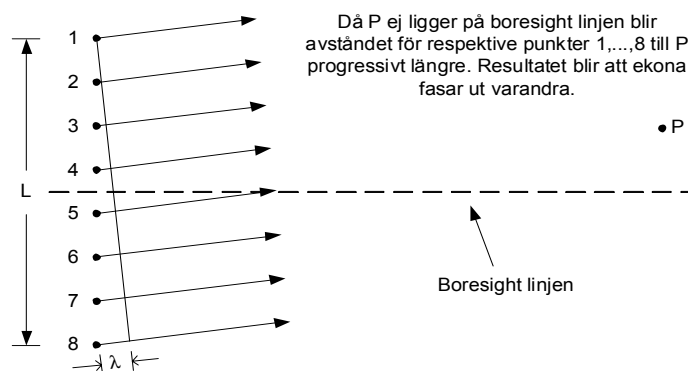
Figur 3.3: Rangebinne för en radar med avståndsupplösning 3 m. Sträckan till belysningsarean representeras av x .

För att kunna sortera ekona i azimuth-led använder SAR följande princip.



Figur 3.4: Illustration av princip använd av SAR.

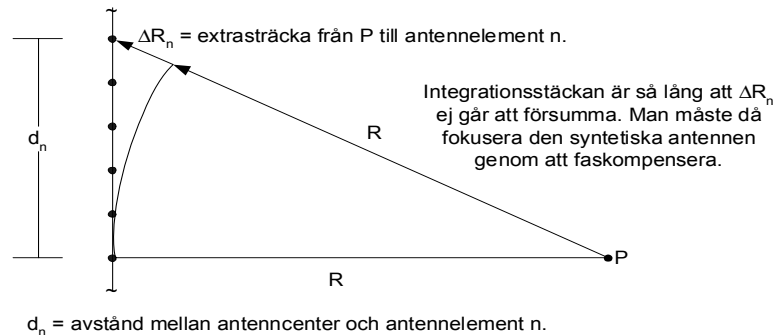
Figur 3.4 visar att ekon från samtliga pulser under integrationssträckan L kommer att bilda en summa vilken representerar ekot från punkten P. Villkoret för att detta ska stämma är att P ligger på den s k *boresight* linjen och är tillräckligt långt borta så att avståndet från P till samtliga punkter 1-8 på integrationssträckan kan anses vara lika långa. Ligger punkten P dock lite vid sidan om boresight linjen kommer avståndet från respektive punkt på integrationssträckan progressivt att vara lite längre vilket gör att ekona får olika fas. Om fasskillnaden mellan ekona beskrivs enligt figur 3.5 uppstår cancellering. Summan av alla ekon blir i det fallet noll.



Figur 3.5: Illustration av princip använd av SAR. λ är de utsända radarpulsernas våglängd.

Det är detta faktum som resulterar i att en lång antenn får en smal antennlob.

För att uppnå mycket hög upplösning måste en SAR dock flyga en mycket lång integrationssträcka vilket gör att principen i figur 3.4-3.5 inte längre kan antas gälla. SAR måste då fokusera den syntetiska antennen. Detta gör den genom att faskompensera alla ekon från respektive utsänd puls med en fas som motsvarar den extra sträcka som ett eko måste färdas på att det härstammar från ett visst antennelement på integrationssträckan. Därmed blir avståndet från alla antennelement på integrationssträckan till punkten P, då den ligger på boresight linjen, lika långa.



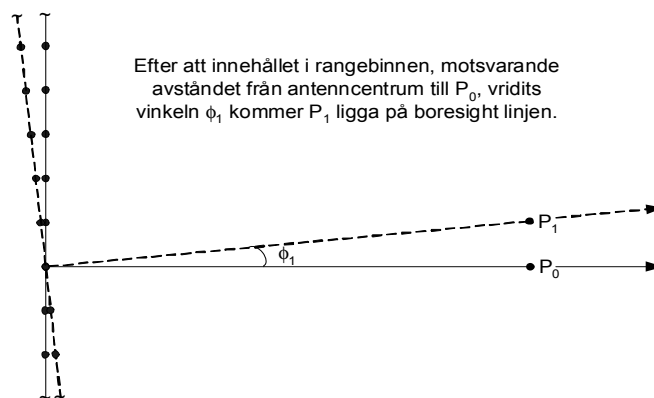
Figur 3.6: Illustration av faskompensering.

Fasfelet blir enligt figur 3.6:

$$\phi_n = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{d_n^2}{R} \right)$$

vilket gör att faskompenseringen blir $-\phi_n$.

Då faskompenseringen tillåter principen illustrerad i figur 3.4-3.5 att tillämpas beräknas ekoenergin från punkterna i azimuth-led på följande sätt. Antag att punkten P_0 ligger på boresight linjen. När en SAR ska räkna ut ekoenergin från en punkt P_1 , belägen bredvid punkten P_0 , vrider den alla ekobidrag i den rangebin som representerar avståndet P_0 en vinkel ϕ_1 . Detta förfarande leder till att P_1 nu kan anses ligga på boresight linjen. Således är ekoenergin i P_1 summan av alla vinkelvridna bidrag i P_0 's rangebinne. Detta upprepas för samtliga azimuth-vinklar vilket leder till att alla ekoenergier för samtliga punkter i azimuth-led inom rangebinnen kan erhållas.



Figur 3.7: Illustration av hur SAR beräknar ekoenergin för punkter som inte ligger på boresight linjen.

Det verkar därför rimligt att anta att om en störeffekt uppnås som är lika stor i alla rangebinnar så kommer störeffekten, via signalprocessningen i SAR-mottagaren, att fördelas på ett jämnt sätt över hela maskeringsarean. Detta då effekttinnehållet i varje enskild rangebin används för att beräkna effektmängden i motsvarande punkter i azimuth-led.

3.4 Problemuppdelning

Arbetet med att lösa uppgiften har delats upp i tre delar, *signalanalys*, *val av störform* och *implementering*.

3.4.1 Signalanalys

Följande krav på signalanalysen och dess motivering har identifierats:

- Signalanalysen måste vara väldigt snabb för att inte störtid ska tappas.
- SAR-systemet, vars signalegenskaper finns att utgå ifrån, arbetar i frekvensbandet 20-88 MHz. Då dess lineära FM pulser är 5 μ s långa och har ett frekvenssvep på 2 MHz betyder detta att signalanalysen måste ha en frekvensupplösning i storleksordningen kHz om radarpulser ska gå att urskilja från andra signaler i det aktuella frekvensbandet. Anledningen är att en störsändare annars riskerar att trigga på en felaktig signal vilket innebär att effekt ödslas samt att störning av civila radiosignaler riskeras.
- Den lineära FM signalens frekvenssvepsderivata måste kunna bestämmas så noggrannt som möjligt, dock med hänsyn till snabbhetskravet. Anledningen är att en effektivare störform kan användas vilken på ett bättre sätt koncentrerar störningen inom SAR-mottagarens momentana frekvensband.
- Analysen ska fungera bra vid $\text{SNR} \geq 20$ dB.

3.4.2 Val av störform

Följande krav på störformen har identifierats:

- För att kunna maximera störenergien inne i SAR-systemets mottagare måste störformen vara anpassad till det signalanpassade filtret som sitter i mottagaren.
- Störformen måste vara utformad så att eventuella störreduceringsförsök i SAR-mottagaren försvåras på bästa sätt.

3.4.3 Implementering

Följande krav på implementering har identifierats:

- Framtagna algoritmer ska gå att implementera på ett bra sätt i ett högpresterande digitalt signalbehandlingssystem bestående av analog/digital-omvandlare, programmerbar logik, och digital/analog-omvandlare.

4. Teori för signalanalysen

Följande teori tillämpas för att komma fram till en tillfredsställande signalanalys.

4.1 Lineär FM

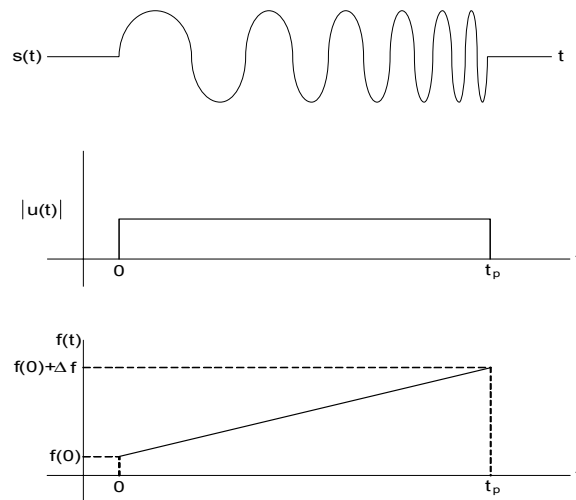
Modulationsformen som ett SAR-system använder är som tidigare nämnts lineär FM. Pulsen beskrivs av

$$u(t) = a(t) \exp(j\pi k t^2) \quad \text{Re}\{u(t)\} = s(t)$$

där $a(t)$ är ren amplitudmodulering och k är lutningen på frekvenssvepet. Den momentana frekvensen $f(t)$ erhålls genom att derivera exponentargumentet och dividera med 2π . Detta ger

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt}(\pi k t^2) = kt$$

vilket uppenbart är en lineär funktion. Den här sortens puls kallas även *chirp*.



Figur 4.1: Lineär FM puls

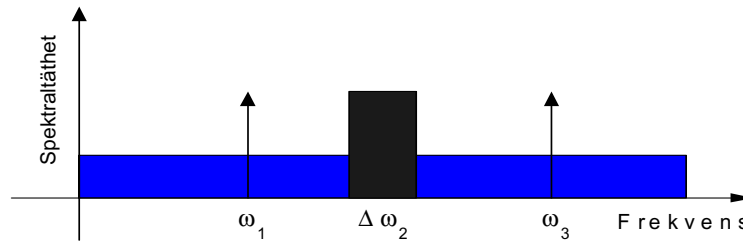
4.2 Antagande om signalmiljön

Något som kan försvåra uppgiften med att urskilja en lineär FM signal från en fixfrekvenssignal (ex. sinusvåg) är om det finns fler än en signal representerad i det insamlade datat. Speciellt svårt blir det om de ligger nära varandra i frekvens. Anledningen till detta är att frekvenserna då kommer att interferera med varandra vilket för många frekvensestimeringsmetoder leder till så kallad *långdistansläckage*, detta förklaras i avsnitt 4.6.3. En bias uppstår då i estimaten.

I ett scenario med ett SAR-system kan den effekten försummas. Anledningen till detta är att SAR-systemet med största sannolikhet frekvenshoppar mellan varje puls den sänder ut i syfte att försvåra störningsförsök. Detta får som följd att om t ex polisen sänder på en frekvens som ligger nära radarns initiala pulsfrekvens och interferens uppstår så har radarn hoppat till ett annat frekvensband lagom tills den sänder ut nästa puls. Radarn och polisen sänder då på totalt olika frekvenser och interferensen har därmed upphört att existera. Eftersom ett SAR-system har en PRF (pulsrepetitionsfrekvens) på några kHz betyder det att den störeffekt som kan gå förlorad på en långdistansläckage är försumbar i förhållande till den totala störeffekten som går in i mottagaren. Således behöver inte den slutliga frekvensmätningssmetoden, som ska användas för signalanalysen, vara anpassad för multitonscenarion.

4.3 Frekvensestimering på linjär FM - Problemmodellering

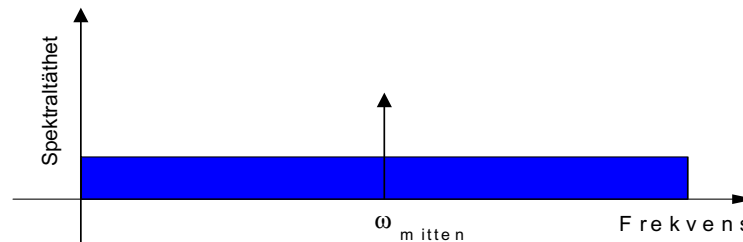
Låt $\{x_0, \dots, x_{N-1}\}$ representera den insamlade datasekvensen. Innan antagandet från avsnitt 4.2 har gjorts kan problemet att frekvensmäta på en linjär FM signal modelleras enligt figur 4.2.



Figur 4.2: Problemmodellering innan några antaganden har gjorts. ω_1 och ω_3 representerar frekvenser från interfererande radiosignaler och $\Delta\omega_2$ den linjära FM signalens momentana frekvensband.

I figuren representerar ω_1 och ω_3 frekvenser från interfererande radiosignaler och $\Delta\omega_2$ den linjära FM signalens momentana frekvensband under insamplingsstiden. Alla inbäddade i brus.

Görs antagandet i avsnitt 4.2 gällande kan de interfererande signalerna försummas. Vidare gäller det att energispektrumet för en linjär FM signal generellt sett får en topp vid svepets mittenfrekvens. Detta beror på att denna frekvens är mest korrelerad med övriga frekvenser i svepet. Har energispektrumet dock erhållits med en FFT-baserad metod finns risken för en topp vid sidan om mittenfrekvensen då dessa metoder introducerar spektralläckage, se avsnitt 4.6.2-3. I de flesta fall går detta undvikas med lämplig fönstring varför problemet i figur 4.2 kan reduceras till sökandet efter en sinus i vitt brus, dvs svepets mittenfrekvens. Denna problemmodellering ges av figur 4.3.



Figur 4.3: Problemmodellering efter antaganden gjorts. ω_{mitten} är mittenfrekvensen i $\Delta\omega_2$.

Den reella förenklade signalmodellen i figur 4.3 skrivs

$$x(n) = A_{mitten} \cos(\omega_{mitten} n + \theta_0) + w(n) \quad \text{där} \quad \begin{cases} \omega_{mitten} = 2\pi(F_{mitten}/F_s) \\ \theta_0 \in U(-\pi, \pi) \end{cases}$$

I uttrycket är $w(n)$ vitt brus med väntevärde 0. Signal/Brus-förhållandet blir

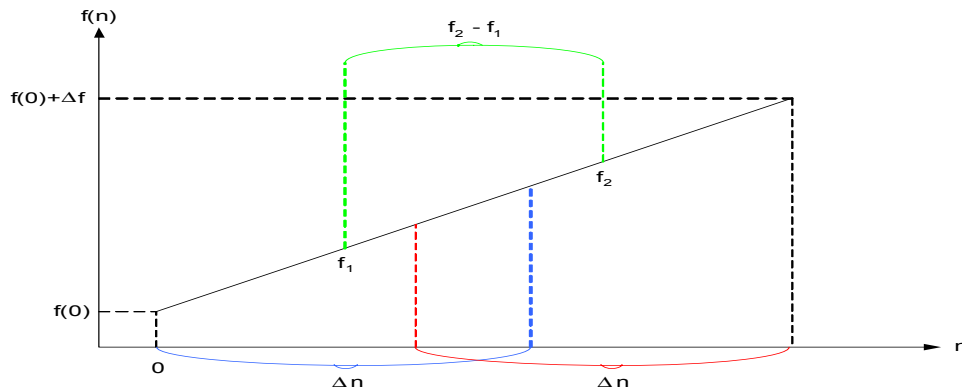
$$SNR = \frac{|A_{mitten}|^2}{2E[|w(n)|^2]}$$

Med den här signalmodellen inses att den bästa signalanalysen erhålls genom att hitta den bästa och mest passande frekvensmätningss algoritmen för en sinus i vitt brus.

Det finns två dominerande tillvägagångssätt för att estimerar ett energispektrum för en datasekvens. Det ena är att använda en *icke-parametrisk* metod som grundar sig på Fourieranalys och det andra är att använda en *parametrisk* metod som förutsätter att *a priori* information finns om hur datat har genererats.

4.4 Detektering av lineär FM

Eftersom det är en lineär FM signal, vilken sveper i frekvens, som ska kunna urskiljas från en fixfrekvens signal måste två stycken frekvensestimeringar utföras efter varandra med ett lämpligt mellanrum, se figur 4.4. Avsikten med mellanrummet är att en eventuell lineär FM signal ska hinna svepa i frekvens innan nästa frekvensestimering äger rum. Således anpassas dess storlek lämpligast efter noggrannheten hos frekvensmätningss algoritmen. Genom att göra en jämförelse mellan estimeringarna kan sedan ett beslut tas huruvida det kan röra sig om en frekvenssvepande signal eller en fixfrekvens signal. En fixfrekvens signal ger med exakt frekvensestimering två likadana estimat medan en frekvenssvepande signal ger två olika där skillnaden blir proportionerlig mot derivatan på frekvenssvepet. Detta inses med problemmodelleringen enligt figur 4.3.



Figur 4.4: En lineär FM puls. Två olika frekvensmätningar på två olika sekvenser sampel med längd Δn och ett lämpligt mellanrum resulterar i frekvensestimaten f_1 och f_2 . Skillnaden mellan estimaten är frekvensändringen som uppstår under mellanrummet. Ur detta erhålls frekvenssvepsderivatan från vilken det momentana frekvensbandet kan skattas

4.5 Prestanda mått

Det finns vissa egenskaper hos en frekvensmätningss algoritmen som kan hjälpa en att avgöra om den är bra eller dålig. Dessa egenskaper utgörs av att algoritmen är

medelvärdesriktig	$E[\hat{\omega}] = \omega_0$
konsistent	$\hat{\omega} \rightarrow \omega_0$ då $N \rightarrow \infty$
effektiv	$E[(\hat{\omega} - \omega_0)^2] = CRB[\hat{\omega}]$
konsistent	$\hat{\omega} \rightarrow \omega_0$ då $SNR \rightarrow \infty$

där ω_0 betecknar den sanna vinkelfrekvensen och $\hat{\omega}$ skattningen.

4.5.1 Cramér-Rao Bound - CRB

En lägsta gräns för variansen hos en medelvärdesriktig (eng. unbiased) estimator ges av CRB. En medelvärdesriktig estimator ger, för en given datasekvens, estimat med lägsta möjliga varians. CRB är således intressant att jämföra med variansen hos en given frekvensmätningss algoritmen då detta ger en indikation om algoritmens prestanda.

Betrakta datasekvensen

$$x(n) = A \cos(2\pi f n + \theta_0) + w(n), \quad n = 0, \dots, N-1$$

där $w(n)$ är vitt brus med väntevärde 0. A är amplituden och θ_0 den initiala fasen likformigt fördelad i intervallet $\{-\pi, \pi\}$.

CRB [4] ges då approximativt av

$$CRB[\hat{f}] \approx \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{12}{SNR * N(N-1)} \quad (4.5.1)$$

och är således en viktig källa för referensvärden när prestanda mellan olika algoritmer ska jämföras.

Det finns vissa villkor för att approximationen enligt (4.5.1) ska gälla. Dessa utgörs av att den sökta frekvensen $f = F/F_s$ ej får ligga nära 0 eller 0.5 samt att N är stort. Anledningen är att (4.5.1) är baserat på approximationer beskrivna på s. 56 i [4] samt att det exakta CRB-värdet är frekvensberoende vid små N .

Det aktuella frekvensbandet ges av 20-88 MHz. Tillsammans med en samplingsfrekvens $F_s = 204.8$ MHz leder det till ett f som ej ligger för nära 0 eller 0.5. Vidare så måste signalanalysen ha en frekvensupplösning i storleksordningen kHz för att kunna urskilja en lineär FM signal från andra signaler. Då en frekvensupplösning i storleksordningen kHz medför $N \geq 64$, vilket är tillräckligt stort för att göra frekvensberoendet i CRB försumbart, blir (4.5.1) en tillräckligt bra approximation av CRB. Således kan korrekta jämförelser med CRB, då det definieras enligt ovan, göras.

4.6 Introduktion till frekvensestimering

Det finns flera kända metoder för att estimer ett spektrum för en datasekvens. Som det nämnts tidigare kan de delas in i två olika grupper, *icke-parametriska* och *parametriska*. De icke-parametriska algoritmerna är de mest använda och är baserade på den *Diskreta Fourier Transformen (DFT)*. De är enkla att implementera och det finns effektiva algoritmer för beräkning av DFT:erna, s k *Fast Fourier Transforms (FFT)*. Noggrannheten hos resultaten begränsas dock av kapaciteten att upplösa två närliggande spikar i frekvensplanet p g a s k *spektralläckage*, se avsnitt 4.6.2-3.

En FFT kan t ex inte skilja mellan två sinusar som ligger närmare i frekvens än $1/T_{obs}$, där T_{obs} är observationstiden. Läckage är en konsekvens av antagandet att den uppmätta signalen är noll utanför observationsintervallet samt antagandet om periodicitet som FFT:n medför. Effekterna av läckage delas upp i *långdistans-* och *kortdistansläckage*. Den resulterande interferensen mellan olika signaltoner i en multitonssignal, vilken benämns långdistansläckage, leder till en bias i frekvensestimaten. Denna bias blir större då frekvensseparationen mellan tonerna blir mindre.

Vanliga metoder för att undvika försämringen som spektralläckage medför är att *fönstra* eller *nollinbaka* (eng. zero-padding). Fönstring hjälper till att reducera långdistans effekterna av spektralläckagen. Används för smala fönster leder det till att variansen i estimaten blir sämre eftersom en fönstrad datasekvens bortser från viss data och därmed blir känsligare för brus. Kortdistans effekterna kan reduceras genom nollinbakning vilket är en metod för att interpolera datasekvensens värden i spektrumet vid fler frekvenser. Datasekvensens längd förlängs då genom att ett önskat antal nollor läggs till. En naturlig följd av nollinbakning är att beräkningseffektiviteten försämras.

Den andra gruppen av mera sofistikerade spektralestimeringsalgoritmer är de som bygger på någon form av *parameterestimering*. Dessa algoritmer är kända för att uppnå noggranna resultat och ha åtskilligt bättre frekvensupplösning än de FFT-baserade metoderna. Genom att beskriva den observerade signalen med en modell undviks antagandet om att den uppmätta sekvensen är noll utanför observationsintervallet samt antagandet om periodicitet som FFT:n medför. Upplösningen är således relaterad till SNR. Genom att öka SNR förbättras även frekvensupplösningen. Tyvärr är de modellbaserade metoderna komplicerade att implementera och de kräver också omfattande beräkningar. Utvecklingen av snabba signalbehandlingsprocessorer gör dock att en beräkningseffektiv parametrisk metod kan vara ett alternativ till de icke-parametriska FFT-baserade metoderna.

4.6.1 Binfrekvens

Då termen "binfrekvens" förekommer i följande text förklaras här betydelsen. Fouriertransformen för en signal utvärderas genom att testa med sinusar av känd frekvens och mäta relationen mellan den uppmätta

signalen och referensen. Frekvensstegen mellan referensfrekvenserna, dvs sinusarna med känd frekvens, kallas *binnar* och kan ses som små behållare i vilka amplitud och fas från någon av de utvärderade sinusarna stoppas. Referensfrekvenserna, dvs binfrekvenserna, väljs så att de har en heltalsmultipl av perioder under observationstiden T_{obs} . Det betyder att frekvenserna för sinusarna kommer att vara heltalsmultiplar av $1/T_{obs}$, vilket leder till ett mellanrum mellan binnarna på F_s/N där N anger storleken på DFT:n.

4.6.2 Kortdistansläckage

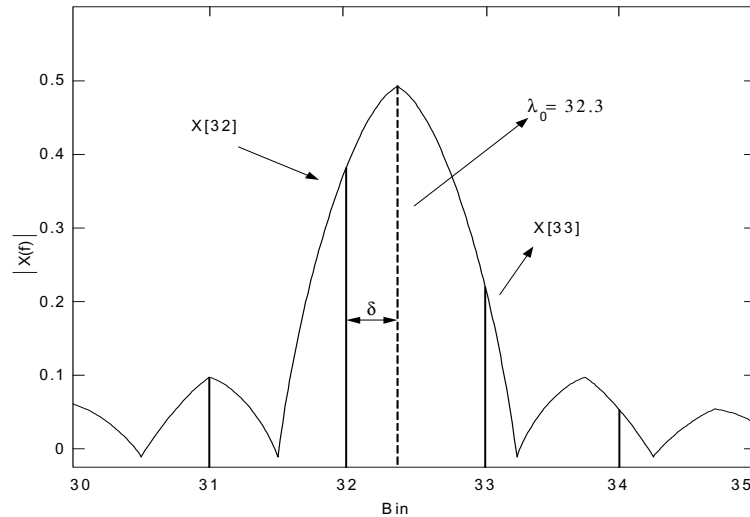
För att närmare förklara *kortdistansläckage*, betrakta fallet med en enkel sinus:

$$x(n) = A_0 \cos(2\pi f_0 n + \theta_0), \quad n = 0, \dots, N-1$$

där (f_0, A_0, θ_0) är okända parametrar. Observera att diskreta frekvenser används, dvs $f_0 = F_0/F_s$, där F_s är samplingsfrekvensen. Observationstiden för signalen är $T = N/F_s$ sekunder. Den diskreta frekvensen f_0 kan då skrivas

$$f_0 = \frac{(L + \delta)}{N} = \frac{\lambda_0}{N}$$

där L och $-1/2 \leq \delta < 1/2$ är heltal respektive bråkdel av λ_0 , som representerar antalet frekvenscykler i observationsfönstret. Betrakta t ex fallet med en sinusoid signal med frekvens 32.3 Hz samplad med 128 Hz under 1 s ($N = 128$ sampel), då gäller $f_0 = 32.3/128$. Övriga parametrar blir: $\lambda_0 = 32.3$, $L = 32$ och $\delta = 0.3$.



Figur 4.5: Fouriertransform av en fönstrad sinus med frekvens $f_0 = 32.3/N$. Spektralspikarna från DFT:n och frekvensavvikelsen δ pekats ut.

Med de beteckningarna ges den diskreta Fouriertransformen (DFT) av $x(n)$ vid binne nr. k av

$$X(k) = \frac{A_0}{2} e^{j\theta_0} W((k - \lambda_0)/N) + \frac{A_0}{2} e^{(-j)\theta_0} W((k + \lambda_0)/N)$$

där $W(f)$ är Fouriertransformen av det valda fönstret. Om sinusens frekvens ligger långt från origo ($f=0$) kan läckage från den negativa delen av spektrumet försummas. Om så är fallet kan ovanstående uttryck skrivas

$$X(k) = \frac{A_0}{2} e^{j\theta_0} W((k - \lambda_0)/N)$$

Som bekant kan ovanstående uttryck beräknas på ett effektivt sätt med en FFT och frekvensen estimeras

från den högsta toppen.

$$\hat{f}_0 = \frac{\operatorname{argmax}_k(|X(k)|)}{N} = \frac{L}{N}$$

Om λ_0 inte är ett heltal, dvs om signalen inte innehåller ett heltal antal perioder inom observationsintervallet, så kan resultatet från ovanstående uttryck ha dålig noggrannhet beroende på mellanrummet mellan två närliggande binnar. Denna effekt benämns *kortdistansläckage*. Ovanstående exempel skulle t ex resultera i ett estimat vid den binne med högst amplitud, dvs binne 32. Som tidigare nämnts kan den här effekten reduceras med nollinbakning innan DFT:n beräknas.

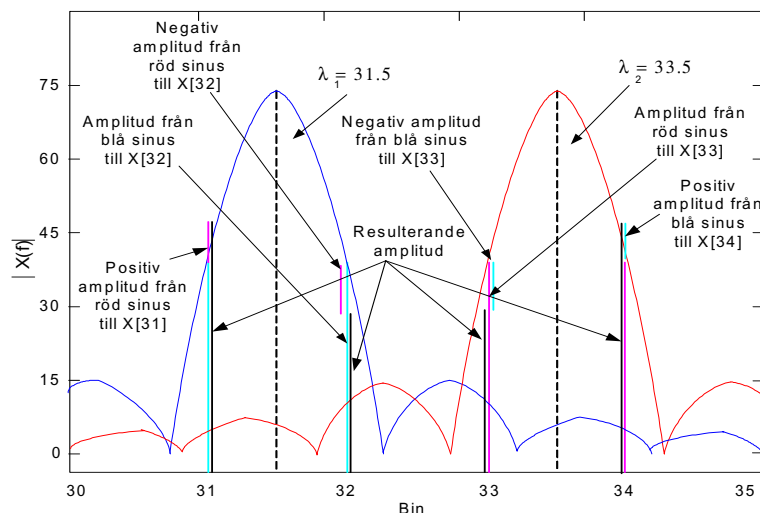
4.6.3 Långdistansläckage

Om signalen innehåller fler än en sinus, dvs kan skrivas på formen

$$x(n) = \sum_{i=1}^p A_i \cos(2\pi f_i n + \theta_i)$$

där p är antalet sinusar, framträder förutom kortdistansläckage även långdistansläckage p g a att sinusarna interfererar med varandra. Betrakta fallet med två sinusar

$$x(n) = A_1 \cos(2\pi f_1 n + \theta_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 n + \theta_2)$$



Figur 4.6: För att bättre illustrera hur de två sinusarna ger amplitudbidrag till varandra har de placerats exakt mellan två binfrekvenser.

där $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $A_1 = 1$, $A_2 = 1$, $f_1 = F_1/F_s = 31.5/128$ och $f_2 = F_2/F_s = 33.5/128$. Amplitudbidragen till de binnarna som omger sinusarnas frekvenser blir

$$\left. \begin{aligned} X_1(31) &= 1 + 40,7232i \\ X_2(31) &= 1 + 8,1446i \end{aligned} \right\} X(31) = 2 + 48,8678i$$

$$\left. \begin{aligned} X_1(32) &= 1 - 40,7478i \\ X_2(32) &= 1 + 13,5935i \end{aligned} \right\} X(32) = 2 - 27,1543i$$

$$\left. \begin{aligned} X_1(33) &= 1 - 13,5689i \\ X_2(33) &= 1 + 40,7723i \end{aligned} \right\} X(33) = 2 + 27,2034i$$

$$\left. \begin{aligned} X_1(34) &= 1 - 8,1201i \\ X_2(34) &= 1 - 40,6986i \end{aligned} \right\} X(34) = 2 - 48,8187i$$

där $X_1(k)$ och $X_2(k)$ representerar bidraget från sinusen med index 1 (blå) respektive index 2 (röd).

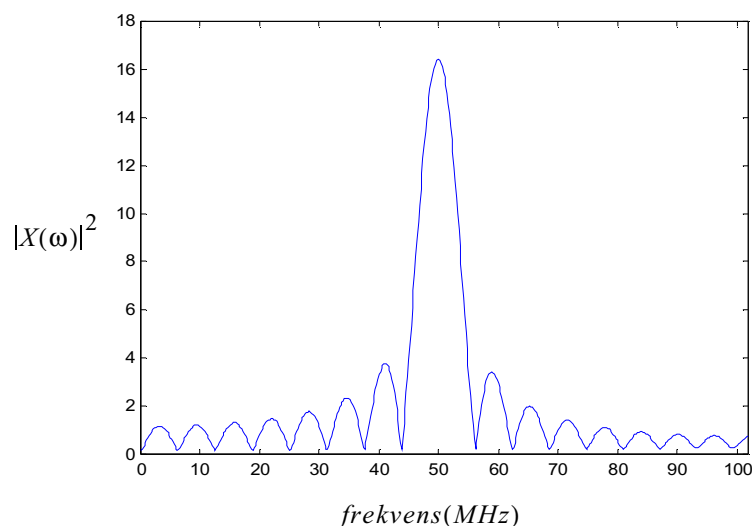
Den totala amplituden vid någon av binfrekvenserna ges av summan av de två bidragen. Det betyder att en bias utöver den som uppstår på grund av kortdistansläckage även kan uppstå då amplituden vid en binfrekvens inte bara kommer från den närmast liggande sinusen utan även av samtliga som ligger tillräckligt nära. Effekten kan leda till att en binfrekvens felaktigt får den högsta toppen och därmed blir ett estimat enligt figur 4.6.

Storleken på den resulterande amplituden beror på vilket tecken bidragen från de interfererande sinuserna har relativt bidraget från den sinus som ligger närmast binfrekvensen i fråga. Vilket tecken ett bidrag får beror på fasförskjutningen av den interfererande sinusen relativt binfrekvensen. Om en interfererande sinus ligger mer än en binfrekvens bort måste fasförskjutningen mappas in i intervallet $-\pi$ och π . För en mer djupgående förklaring se [5]. Långdistansläckage kan reduceras genom användning av ett väl valt fönster vilket hjälper till att minska interferensen.

4.7 Icke-parametriska metoder

Dessa metoder gör inga antaganden om hur datat genererats och kallas därför icke-parametriska. De grundar sig på Fourieranalys vilket innebär att en datasekvens energispektrum erhålls och kan studeras genom Fouriertransformering, se figur 4.7. Fouriertransformen beräknas enligt:

$$X(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i\omega k} \quad \text{där datasekvensen är } \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$$



Figur 4.7: Energispektrum för en sinus. Vid Fourieranalys återfinns en sinus i vitt brus genom att söka efter den högsta toppen i datasekvensens energispektrum.

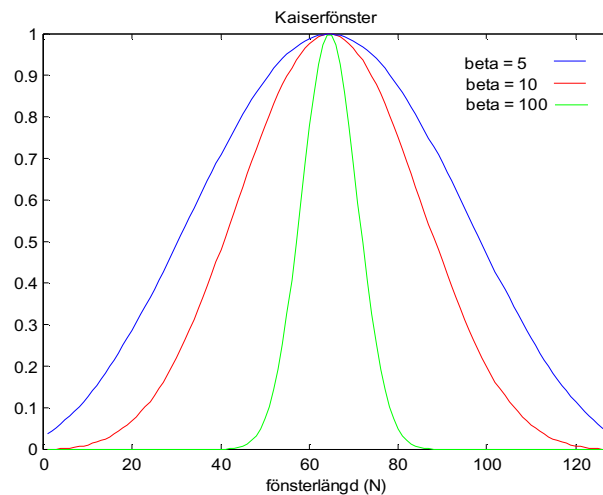
Den högsta upplösningen som kan uppnås i frekvensplanet med Fourieranalys beror på längden av den datasekvens som Fouriertransformeras. Om sekvensen är av längd $N = 32$ och en samplingshastighet på $F_s = 204.8$ MHz används blir upplösningen i frekvensplanet $F_s/N = 6.4$ MHz. Noggrannheten hos estimatet beror alltså på hur mycket data som finns att tillgå. Fler datasampel ger ett mer tillförlitligt estimat. Fourieranalys är således ej lämpad för korta datasekvenser eftersom upplösningen i frekvensplanet blir för dålig. För att bättra på upplösningen som erhålls med Fourieranalys kan ett antal olika metoder användas. Några av dessa metoder tas upp i denna rapport.

4.7.1 Fönstring

För att reducera långdistansläckage och på så sätt försäkra sig om att mittenfrekvensen i en linjär FM sekvens får högsta energitoppen används fönstring. Val av fönster beror på två saker

- Väljs ett fönster med bred huvudlob så är det på bekostnad av förmågan att lösa upp frekvenser som ligger nära varandra i frekvensplanet. I fallet med en linjär FM så ökar risken att mittenfrekvensen ej får högsta energitoppen.
- Väljs istället ett för smalt fönster försämras variansen i estimaten p g a att en fönstrad datasekvens bortser från en allt större del av det insamlade datat ju smalare huvudlob som väljs. Detta medför en progressiv känslighet mot brus [6].

Ett bra val borde därför vara ett Kaiserfönster eftersom möjligheten då finns att kontrollera balansen mellan storlek på huvudlob och sidlob via en parameter β . Ett optimalt β -värde kan då finnas genom simuleringar.



Figur 4.8: Kaiserfönster för olika värden på β . Genom denna parameter kan balansen mellan storlek på huvudlob och sidlob kontrolleras.

4.7.2 FFT med nollinbakning

Denna metod är en klassisk icke-parametrisk metod som grundar sig på Fourieranalys. Som det nämnts tidigare kan sk nollinbakning användas för interpolera datasekvensens värden i dess energispektrum vid fler frekvenser. Ett sådant förfarande inverkar givetvis på metodens beräkningseffektivitet, men är även en nödvändighet för korta datasekvenser om biasen i estimaten ska reduceras. Metoden har mest fungerat som en referenspunkt i sökandet efter en tillfredställande algoritm.

Givet en datasekvens $x(n) = \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$ kan metoden beskrivas genom följande steg.

- nollinbakning med L st nollor: $x_p = \{x_0, \dots, x_{N-1}, 0, \dots, 0\}$
- fönstring med Kaiserfönster
- Fouriertransformation av x_p :

$$X_p(k) = \sum_{n=0}^{N+L-1} x_p(n) e^{-j2\pi k \frac{n}{N+L}}$$

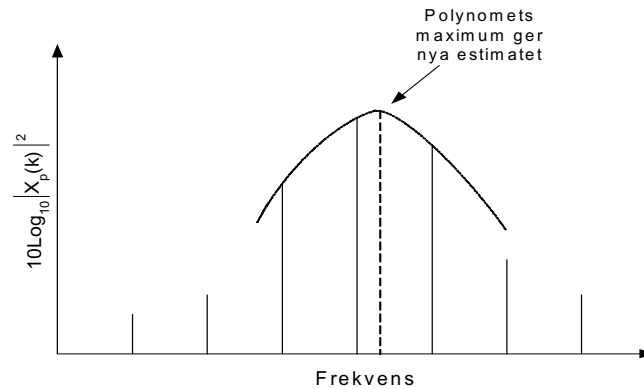
- Lokalisering av maximum:

$$\hat{f} = \frac{\arg \max(|X_p(k)|)}{N+L}$$

$$\hat{F} = F_s \hat{f}$$

4.7.3 FFT med nollinbakning och polynom Anpassning

För att förbättra estimatet från föregående metod kan ett andragradspolynom anpassas mellan ett lämpligt antal av de högsta spikarna i spektrumet varefter dess maximum får representera det nya estimatet.



Figur 4.9: Andragradspolynom anpassat efter de tre högsta spikarna i spektrumet.

Metoden kan givet spektrumet för $x_p = \{x_0, \dots, x_{N-1}, 0, \dots, 0\}$ och anpassning av ett andragradspolynom mellan de tre högsta spikarna beskrivas som följer:

- Om k_{max} är positionen för den högsta spiken så kan följande ekvationer sättas upp, där för enkelhetens skull $y(k) = |X_p(k)|$ och $F(k) = (k/(N+L)) * F_s$.

$$C_3 + C_2 F(k_{max} - 1) + C_1 F^2(k_{max} - 1) = y(k_{max} - 1)$$

$$C_3 + C_2 F(k_{max}) + C_1 F^2(k_{max}) = y(k_{max})$$

$$C_3 + C_2 F(k_{max} + 1) + C_1 F^2(k_{max} + 1) = y(k_{max} + 1)$$

Minstakvadratanpassning ger koefficienterna C_1 , C_2 och C_3 . Sätt:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & F(k_{max} - 1) & F^2(k_{max} - 1) \\ 1 & F(k_{max}) & F^2(k_{max}) \\ 1 & F(k_{max} + 1) & F^2(k_{max} + 1) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad y = \begin{bmatrix} y(k_{max} - 1) \\ y(k_{max}) \\ y(k_{max} + 1) \end{bmatrix}$$

Då gäller det att följande funktion ska minimeras

$$F(C) = \|AC - y\|^2$$

vilket ger lösningen

$$C = (A^T A)^{-1} A^T y$$

Maximum för polynomet erhålls genom derivering

$$\frac{d}{dF} (C_3 + C_2 F(k) + C_1 F^2(k)) = C_2 + 2C_1 F = 0$$

vilket ger det nya estimatet

$$\hat{F} = -\frac{C_2}{2C_1}$$

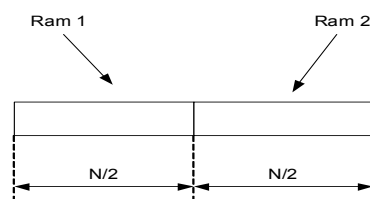
4.7.4 Fasestimering

En bra och effektiv metod för hitta en sinus i vitt brus är att utnyttja fasinformationen i den inkommande signalen [7,8]. Med hjälp av den kan effekterna av kortdistansläckage reduceras utan användning av nol-linbakning. Idén är att ta två korta intilliggande ramar, dvs fönstrat data, av den inkommande signalen och transformera dem med en DFT. Genom att sedan jämföra fasläget mellan de två olika ramarna och se hur långt fassen har vandrat kan frekvensavvikelsen från den binfrekvens som ger högsta spiken i spektrumet beräknas. Beroende på hur långd och överlapp av ramarna väljs får metoden olika egenskaper.

4.7.5 Fasestimering utan överlappning

Metoden kan, givet en insamplad datasekvens av längd N , beskrivas med följande steg:

- 1) Indelning av data i ramar. Ett Kaiserfönster av längd $N/2$ används för att minska sidloberna i spektrumet. Ingen överlappning används.



Figur 4.10: Indelning av data i ramar

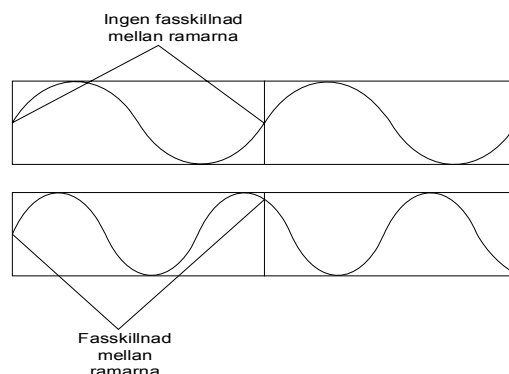
- 2) Fouriertransformering av enskild ram. Resultatet blir en vektor av komplexa tal.

$$X_i(k) = \{a_i(0)e^{j\phi_i(0)}, a_i(1)e^{j\phi_i(1)}, a_i(2)e^{j\phi_i(2)}, \dots, a_i(N/2-1)e^{j\phi_i(N/2-1)}\}$$

Eftersom insignalen är reell så kommer utdatat från Fouriertransformen bli symmetrisk kring index $N/4$. För att slippa ytterligare beräkningar används bara de $N/4+1$ första värdena. För att kunna hitta den sanna frekvensen beräknas fassen och amplituden från den komplexa talvektorn. Fasen och amplituden blir för det k :te värdet i den i :te ramen:

$$\begin{aligned} a_i(k) \\ \phi_i(k) \end{aligned} \quad \text{där} \quad \begin{cases} k = \left\{0, 1, 2, \dots, \frac{N}{4}\right\} \\ i = \{1, 2\} \end{cases}$$

- 3) Fasprocessning. För att kunna beräkna avvikelsen från binfrekvensen för insignalen måste skillnaden i fas mellan de två intilliggande ramarna bestämmas. Om skillnaden är 0 har den en frekvens som ligger precis på en binfrekvens. Om det finns en fasskillnad är den proportionell mot avvikelsen från binfrekvensen.



Figur 4.11: Den övre sinusen men inte den undre har en frekvens som ligger exakt på en binfrekvens. Ingen överlappning används.

Fasutbredningen mellan de två ramarna blir:

$$\Delta\varphi_i(k) = \varphi_i(k) - \varphi_{i-1}(k)$$

För att kunna beräkna avvikelsen mellan två binfaser i två intilliggande ramar måste faserna mätas från samma origo. Detta kan åstadkommas genom att subtrahera den förväntade fasskillnaden. För den k :te binfrekvensen blir den förväntade fasskillnaden proportionell mot överlappet mellan ramarna, vilket representeras av γ , och index k . Då överlappning ej används blir $\gamma = 1$.

$$\Delta\tilde{\varphi}_i(k) = \Delta\varphi_i(k) - \varphi_{frvd}(k), \quad \varphi_{frvd}(k) = \frac{2\pi k}{\gamma}$$

Fasavvikelsen från binfrekvensen måste *wrappas*, dvs mappas in i intervallet $\{-\pi, \pi\}$, så att binfrekvensavvikelsen kan beräknas korrekt. Anledningen är att binfaserna kan mätas genom att ta *arctan* av kvoten mellan imaginärdel (Im) och realdel (Re) i den komplexa talvektorn om det förutsätts att binfasen ligger i intervallet $\{-\pi, \pi\}$. Detta eftersom *arctan* returnerar ett värde mellan $-\pi$ och π . Således gäller det att fasskillnaden kommer att resultera i en negativ vinkel när avvikelsen från binfrekvensen är negativ, och en positiv vinkel när den är positiv. För att kunna göra en korrekt övergång från vinkel till frekvens måste fasskillnaden wrappas tillbaka i intervallet $\{-\pi, \pi\}$, vilket motsvarar frekvensintervallet $\{-F_s/(2N), F_s/(2N)\}$. Fasskillnaden riskerar nämligen att hamna utanför intervallet då subtraktion av den förväntade fasskillnaden görs.

$$\Delta\hat{\varphi}_i(k) = \{\Delta\tilde{\varphi}_i(k)\}_{Mod\{-\pi, \pi\}}$$

Frekvenssestimatet ges av:

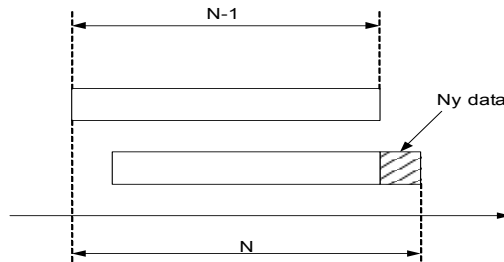
$$\hat{F} = \frac{F_s}{N} \left(k_m + \gamma \frac{\Delta\hat{\varphi}_i(k_m)}{2\pi} \right), \quad k_m = \underset{k}{\operatorname{argmax}} (|X_i(k)|)$$

där $\gamma = 1$ då ramarna ej överlappar varandra.

4.7.6 Fasestimering med maximal överlappning

Med maximal överlappning, se figur 4.12, kan metoden, givet en datasekvens av längd N , beskrivas av följande steg:

- 1) Indelning av data i ramar. Ett Kaiserfönster av längd $N-1$ används för att minska sidloberna i spektrumet. Maximal överlappning används.



Figur 4.12: Indelning av data i ramar då maximal överlappning används.

- 2) Fouriertransformering av ramar. Fas- och amplitudinformation extraheras. Samma procedur som i 4.7.5. Observera att ramlängden är $N-1$, jämfört med $N/2$ i avsnitt 4.7.5.
- 3) Fasprocessning. Samma tillvägagångssätt som i avsnitt 4.7.5. Skillnaden i fas mellan ramarna bestäms. När maximal överlappning används motsvarar fasutbredningen mellan ramarna bara ett sampel. Detta gör att $\gamma = N$. Intervallet $\{-\pi, \pi\}$ får då en ny innebörd när övergången till frekvens ska

göras. Frekvensestimaten ges liksom tidigare av uttrycket:

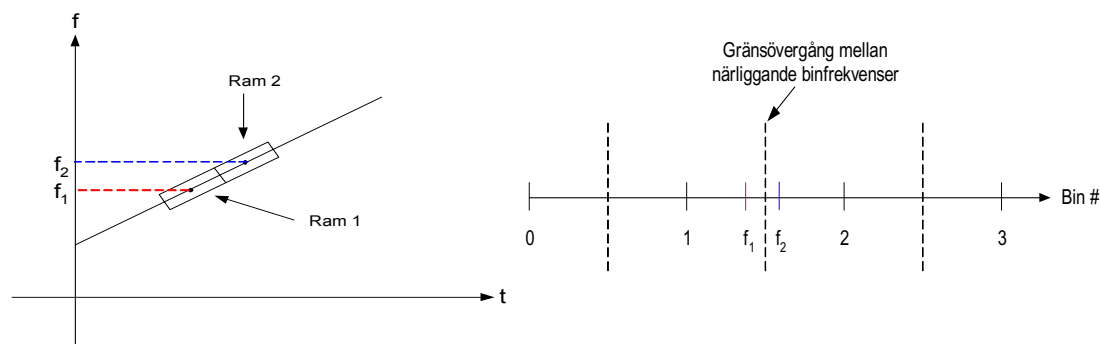
$$\hat{F} = \frac{F_s}{N} \left(k_m + \gamma \frac{\Delta \hat{\phi}_i(k_m)}{2\pi} \right), \quad k_m = \underset{k}{\operatorname{argmax}} (|X_i(k)|)$$

Notera dock ändringen av γ från 1, vilket representerar ej överlappande ramar, till N.

4.7.7 Fasestimering på linjär FM

Fasestimeringsmetoderna beskrivna i avsnitt 4.7.5-6 jämför fasläget mellan två intilliggande ramar för att beräkna frekvensavvikelsen från den binfrekvens som ger högsta spiken i spektrumet. De är således beroende av att fasläget för dessa ramar beräknas utifrån samma binfrekvens. Om ramarna innehåller sampel vilka korrelerar bäst med två olika binfrekvenser kommer det slutliga frekvensestimaten att bli helt felaktigt. Denna situation riskerar att uppstå då frekvensmätning med fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.5 görs på en linjär FM signal. Anledningen är att de intilliggande ramarna inte överlappar varandra vilket gör att dess sampel korrelerar bäst med två förhållandevis skilda frekvenser. Om frekvensskillnaden mellan dessa frekvenser är stor eller om placeringen relativt DFT:ns binfrekvenser är ogynnsam kommer de två ramarna att korrelera bäst med två olika binfrekvenser, se figur 4.13, vilket i sin tur resulterar i ett felaktigt frekvensestimat.

Således är det bättre att använda fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6, vilken använder maximal överlappning, när frekvensmätning på en linjär FM signal görs. Detta eftersom sampel i de två intilliggande ramarna då korrelerar bäst med samma frekvens, så när som på ett sampel.



Figur 4.13: Om frekvensskillnaden mellan f_1 och f_2 är stor eller om deras placering relativt DFT:ns binfrekvenser är ogynnsam kommer sampel i de två intilliggande ramarna att korrelera bäst med två olika binfrekvenser. Frekvensestimaten kommer då att bli felaktigt.

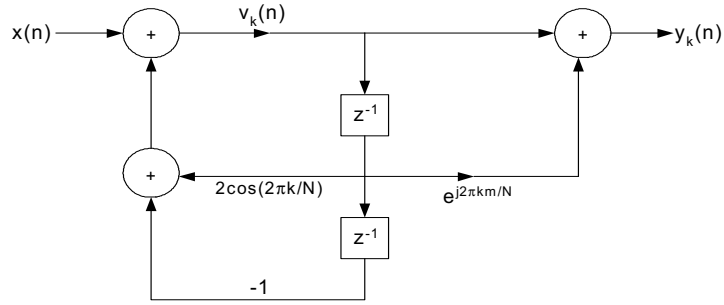
4.8 Goertzel algoritmen

Om inte alla värden $X(k)$ av en DFT är av intresse kan Goertzels algoritm användas. Den beräknar varje $X(k)$ individuellt och kan i de fall då en hel DFT inte behövs vara mer beräkningseffektiv än en FFT. Ta t ex en radix-2 FFT som använder $(N/2)\log_2 N$ multiplikationer för att beräkna en hel DFT vilket kan jämföras med N^2 för Goertzel algoritmen. En Goertzel algoritm är då effektivare i de fallen som mindre än $(1/2)\log_2 N$ element av DFT:n behövs.

En stor fördel med Goertzel algoritmen är att varje $X(k)$ beräknas individuellt. Således kan en insamplad datasekvens värden vid en valfri frekvens i spektrumet interpoleras vilket gör att algoritmen kan beskrivas som kontinuerlig i frekvensplanet. Detta medför att Goertzel algoritmen kan användas för att söka efter bättre frekvensestimater i närområdet till ett givet initialt frekvensestimat. Genom att göra en parallell implementering av ett antal Goertzel algoritmer, baserat på ett initialt frekvensestimat, kan felet som beror på spektralläckage minimeras. Felet i det slutliga estimaten blir då endast beroende av SNR.

Anledningen till att en parallell implementering är önskvärd är att fler frekvenser kan interpoleras till samma beräkningstid som en. Hur många Goertzel algoritmer som kan implementeras begränsas av tillgången på multiplikatorer. En upprepning av algoritmen kräver en multiplikation och två additioner.

Algoritmen ges av figur 4.14 och dess härledning går att hitta på s. 480-81 i [9].



Figur 4.14: Goertzel algoritmen. Indatasekvensen ges av $x(n)$.

4.9 Parametriska metoder

Gemensamt för de parametriska metoderna är att de gör antaganden om hur data har genererats. Utifrån dessa antaganden utformas en modell med ett antal parametrar som ska estimeras. De metoder som beaktats här modellerar datasekvensen $x(n)$ som utdata från det linjära systemet karakteriserat av systemfunktionen:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \quad (4.9.1)$$

Motsvarande differensekvation blir

$$x(n) = - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k w(n-k) \quad (4.9.2)$$

där $w(n)$ är systemets indata och $x(n)$ är det observerade datat modellerat som utdata. Dock finns det inte tillgång till indata när en datasekvens effektspektrum ska skattas. Vad som kan göras är att karakterisera det som en svagt stationär stokastisk process, vilket är möjligt om detsamma kan göras med det observerade datat. Då gäller att

$$\Gamma_{xx}(f) = |H(f)|^2 \Gamma_{ww}(f)$$

där $\Gamma_{ww}(f)$ är spektraltätheten för indata och $H(f)$ är modellens frekvenssvar. Eftersom det är $\Gamma_{xx}(f)$ som ska skattas är det enklast att anta att indatasekvensen $w(n)$ är vitt brus med medelvärde 0 och autokorrelation

$$\gamma_{ww}(m) = \sigma_w^2 \delta(m)$$

där σ_w^2 är variansen. Spektraltätheten kan då skrivas

$$\Gamma_{xx}(f) = \sigma_w^2 |H(f)|^2 = \sigma_w^2 \left| \frac{B(f)}{A(f)} \right|^2 \quad (4.9.3)$$

Spektralestimering med en parametrisk metod består således av två steg. Givet datasekvensen $x(n)$ så

Metoden kan beskrivas som följer. Betrakta datasekvensen $x(n)$ vilken beskriver en sinus med frekvensen F_0 i vitt brus. Bruset ges av $w(n)$.

$$x(n) = A_0 \cos\left(2\pi \frac{F_0}{F_s} n + \theta_0\right) + w(n) = A_0 \cos(\omega_0 n + \theta_0) + w(n)$$

Enligt *Pronys* samband följer då, om a sätts till $a = -2\cos(\omega_0)$, att

$$x(n) + ax(n-1) + x(n-2) = w(n) + aw(n-1) + w(n-2) \quad (4.9.4)$$

vilket är det minsta värdet VL kan anta jämfört med om det skulle utvärderas med andra värden på a .

Givet ett initialt estimat, $\hat{\omega}$, sätt $a_j = -2\cos(\hat{\omega})$ där j representerar iterationsordningen. Den anpassade AR(1)-modellen för sekvensen blir då för $j \geq 1$:

$$y_j(n) + a_j y_j(n-1) + y_j(n-2) = x(n) \quad \text{för} \quad n = 0, 1, \dots, (N-1) \quad (4.9.5)$$

där $y(-1) = y(-2) = 0$. Detta kan ses som en filtrering av $x(n)$ genom ett filter med en pol vid $\hat{\omega}$. Utsignalen $y_j(n)$ kommer då att bestå av en bruskomponent enligt HL i (4.9.4) plus en komponent som är beroende av hur nära $\hat{\omega}$ är den sanna vinkelfrekvensen ω_0 .

Då det minsta värdet VL i (4.9.5) kan anta endast beror på bruskomponenten, minimeras det med hjälp av Minstakvadrat metoden. Detta resulterar i ett bättre värde på a , dvs ett estimat $\hat{\omega}$ som ligger närmare ω_0 .

$$a_{j+1} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} (y_j(n) + y_j(n-2))y_j(n-1)}{\sum_{n=0}^{N-1} y_j^2(n-1)}$$

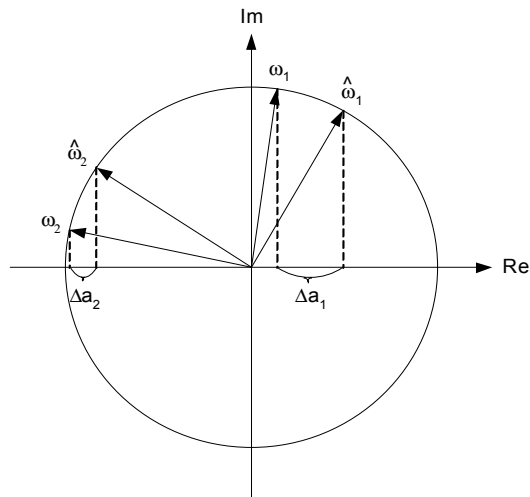
Om $|a_{j+1} - a_j|$ är tillräckligt liten kan frekvensestimaten erhållas enligt (4.9.6). Annars upprepas filtreringen med $j = j+1$ och ett nytt värde på a beräknas. Efter ett antal iterationer, vilket beror på det hur noggrant det initiala estimatet är, konvergerar a varefter frekvensestimaten kan erhållas ur följande uttryck

$$\hat{\omega} = \cos^{-1}(-a_{j+1}/2) \quad \text{där} \quad \hat{F}_0 = \frac{F_s \hat{\omega}}{2\pi} \quad (4.9.6)$$

4.10 Cosfaktorn

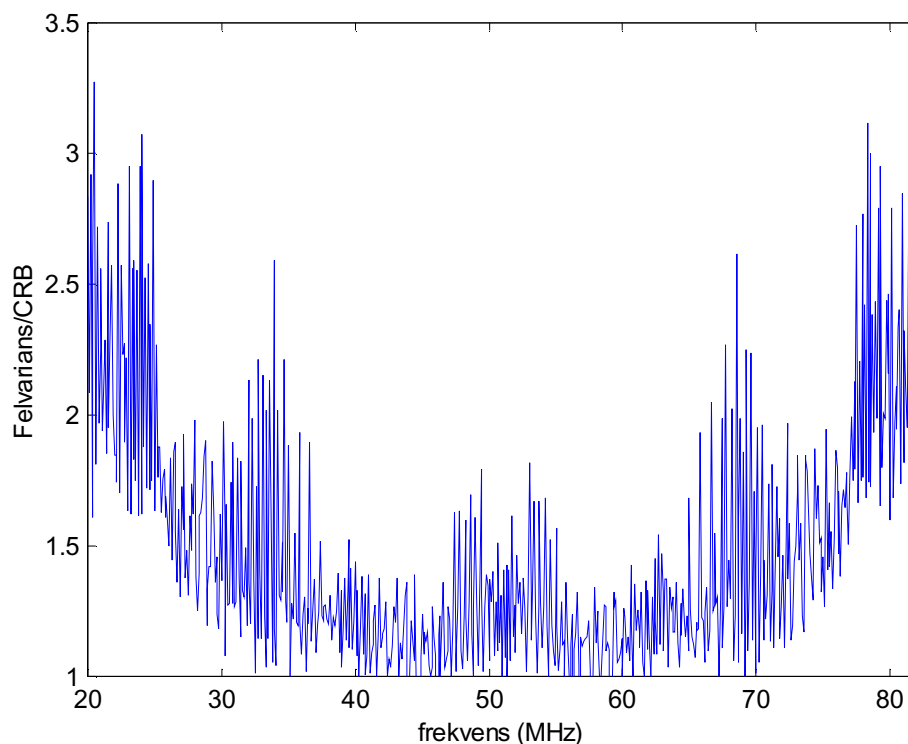
Vissa frekvensmätningssgoritmer uppvisar olika bra estimat beroende på var någonstans den sanna frekvensen ligger relativt samplingsfrekvensen, F_s . För sådana algoritmer gäller att bättre frekvensestimaten erhålls om frekvensestimering sker på signaler med frekvenser nära $F_s/4$ än om det sker på signaler med frekvenser nära 0 eller $F_s/2$. Detta beror på att dessa algoritmer använder sig av cosinusfunktionen i sina beräkningar. T ex erhåller algoritmer baserade på *Pronys* samband estimaten ur $\hat{\omega} = \cos^{-1}(-a/2)$, där a anger modellparametern.

För att förklara varför cosinusfunktionen medför en sådan effekt, betrakta ett scenario där frekvenserna för två olika sinusar ska bestämmas. Anta att den första sinusen leder till ett estimat $\hat{\omega}_1$ där ω_1 är den sanna vinkelfrekvensen med en frekvens nära $F_s/2$. I vinkelfrekvensplanet, se figur 4.15, leder detta till att modellparametern är Δa_1 från sitt sanna värde a_1 , vilket ger det korrekta frekvensestimaten.



Figur 4.15: Enhetscirkeln. Notera att $\Delta a_1 > \Delta a_2$ trots att $|\omega_1 - \hat{\omega}_1| = |\omega_2 - \hat{\omega}_2|$.

Anta sedan att den andra sinusen leder till ett estimat $\hat{\omega}_2$ med motsvarande sanna vinkelfrekvens ω_2 , den här gången med en frekvens nära $F_s/4$. I figur 4.15 medför detta att modellparametern för denna sinus får ett värde som är Δa_2 från sitt korrekta värde a_2 . Notera dock att $\Delta a_1 > \Delta a_2$ trots att estimaten $\hat{\omega}_1$ och $\hat{\omega}_2$ är lika långt bort från sina respektive korrekta vinkelfrekvenser, dvs $|\omega_1 - \hat{\omega}_1| = |\omega_2 - \hat{\omega}_2|$. Detta betyder att modellparametern a är mindre känslig mot fel vid frekvenser nära $F_s/4$ än vid frekvenser nära 0 och $F_s/2$. Ett exempel på cosfaktorns inverkan på frekvensmätningssmetoden beskriven i avsnitt 4.9.1 kan ses i figur 4.16.



Figur 4.16: Felvariansen vid estimering av frekvenser nära 0 och $F_s/2$ blir sämre jämfört med felvariansen för estimering av frekvenser nära $F_s/4$. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz.

4.11 Mätbas

Då termen "mätbas" förekommer i följande text förklaras här betydelsen. En mätbas av längd y representeras av y st efterföljande sampel från en given datasekvens. Om en given datasekvens beskrivs av $\{x_0, \dots, x_{N-1}\}$, ges exempel på olika mätbaser av:

$$y = N - 2 \Rightarrow \{x_0, \dots, x_{N-3}\}$$

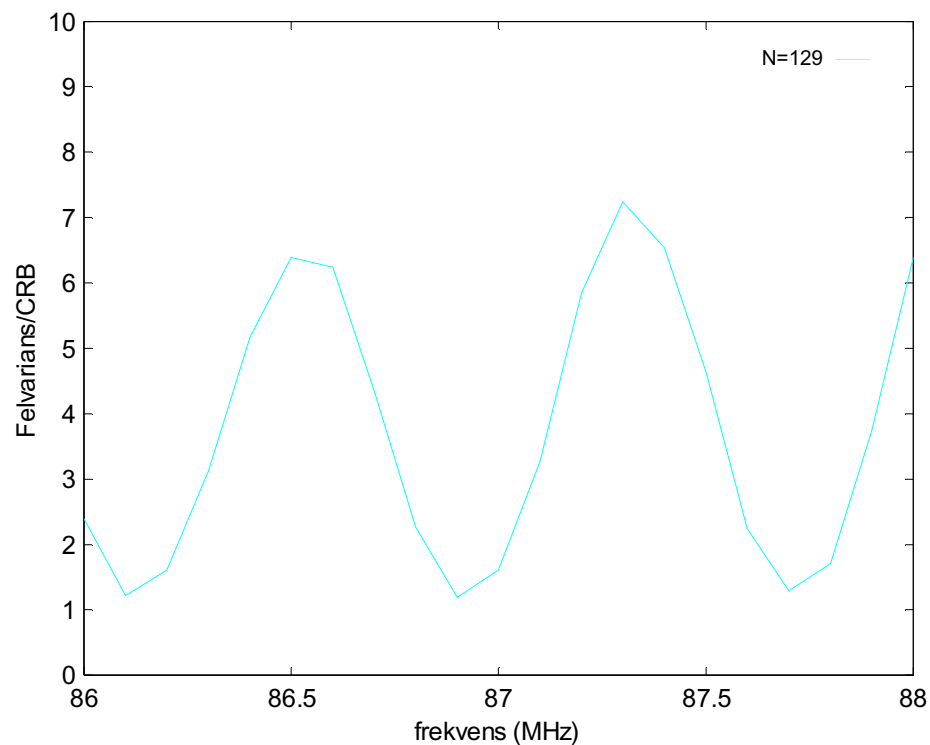
$$y = N - 1 \Rightarrow \{x_0, \dots, x_{N-2}\}$$

$$y = N \Rightarrow \{x_0, \dots, x_{N-1}\}$$

4.12 Anpassning av datalängd till frekvensestimat

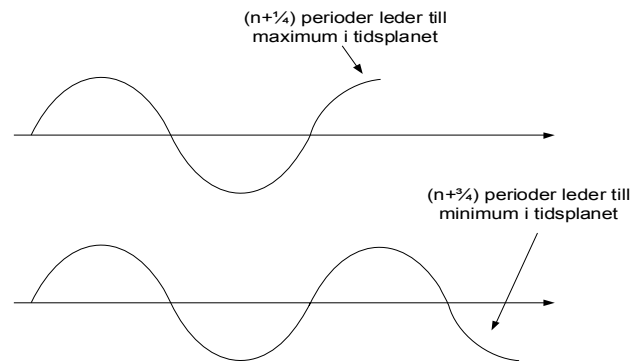
Som det framgår av avsnitt 4.8 och 4.9.1 kan både Goertzel algoritmen och en effektiv parametrisk metod användas för att förbättra ett givet initialt frekvensestimat. Ännu bättre noggrannhet uppnås dock om olika mätbaser, erhållna ur den insamlade datasekvensen, först jämförs med det initiala frekvensestimaten så att ett optimalt val av en sådan kan göras.

För att förklara hur detta går till samt varför bättre noggrannhet uppnås används Goertzel algoritmen som exempel. Betrakta figur 4.17 som beskriver estimaten erhållna med Goertzel algoritmen via initiala estimater. Figuren visar endast felvariansen/CRB för en mätbas, dvs då en datasekvens av längd $N = 129$ använts. Notera att felvariansen får växlande maximum och minimum. Dessa maximum och minimum uppkommer på så sätt att Goertzel algoritmen kan ses som ett singelpolfilter med en pol i den frekvens för vilken DFT:n önskas beräknas. Samma felvariansmaximum och minimum uppkommer även för den parametriska metoden i avsnitt 4.9.1 då även den beskriver filtrering. För ett filter gäller nämligen att



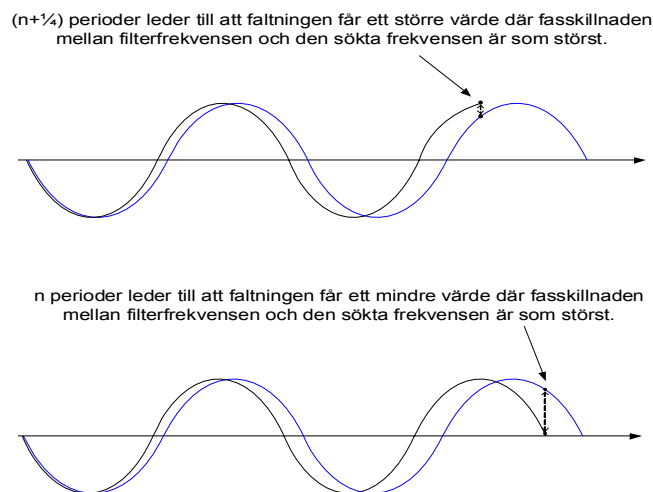
Figur 4.17: Felvariansen/CRB då en mätbas använts. Estimaten som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimater givna av frekvensmättningsmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera de felvariansmaximum och minimum som uppkommer.

korrelationen mellan filtret och indata blir tydligare om datalängden är anpassad att så nära som möjligt motsvara $(n + 1/4)$ eller $(n + 3/4)$ perioder av den sökta frekvensen i indata, där n är ett heltal. Detta kan i tidsplanet ses som ett avslut nära ett maximum eller minimum, se figur 4.18.



Figur 4.18: $(n+1/4)$ eller $(n+3/4)$ perioder av den sökta frekvensen motsvarar en ändpunkt i ett maximum respektive ett minimum.

Resultatet av ett avslut nära ett maximum eller minimum blir att faltningen mellan filtret och indata tydligare visar om filterfrekvensen avviker från den sökta frekvensen i indata, se figur 4.19. Brusets inverkan minimeras därmed varför felvariansminimum kan erhållas. Om datalängden motsvarar ett helt antal perioder av den sökta frekvensen erhålls felvariansmaximum.

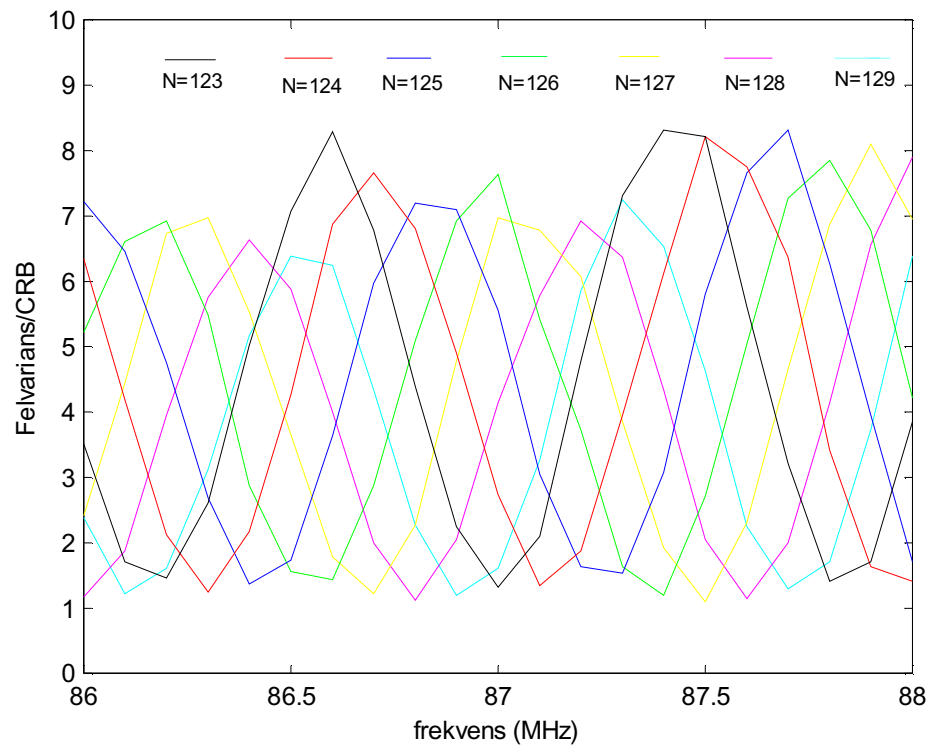


Figur 4.19: Faltningen resulterar i en skarp topp i frekvensplanet om indata så nära som möjligt består av $(n+1/4)$ eller $(n+3/4)$ perioder av den sökta frekvensen.

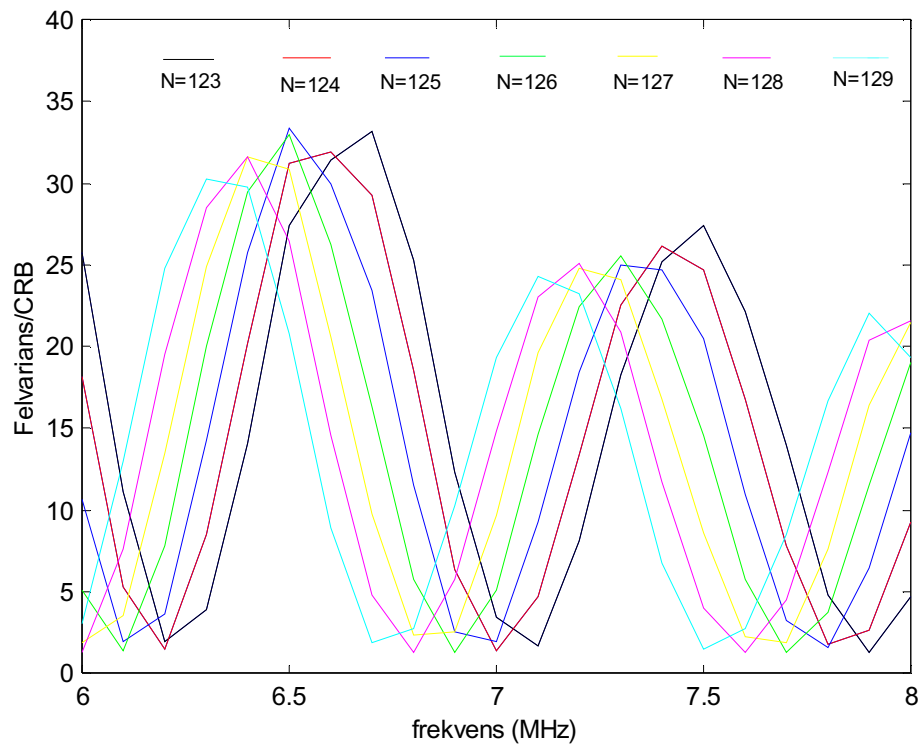
Frekvenssteget mellan två närliggande maximum eller minimum är $F_s/(2N)$. Det betyder att varje mätbas får minimum vid olika frekvenser. Genom att använda flera mätbaser kan minimum erhållas i tätare intervaller. Detta visas i figur 4.20 där, utöver mätbasen i figur 4.17, även mätbaserna av längd $N = 123$ -128 tagits med. Genom att matcha det initiala frekvensestimaten med en mätbas som ger ett felvariansminimum i samma frekvensområde erhålls ett estimat med minimal felvarians.

Något som kan ställa till med problem när anpassning av datalängd till ett initialt frekvensestimaten ska göras är att periodlängden vid låga frekvenser blir längre än vid höga frekvenser. Detta får som följd att de olika mätbasernas felvariansmaximum respektive minimum trycks ihop till ungefär samma frekvensområde om frekvensmätning görs på en låg frekvens relativt samplingsfrekvensen F_s . Vid frekvenser nära 0 kommer minimumens placering i princip att vara densamma. När den sökta frekvensen sedan förflyttar sig högre upp i frekvens blir utspridningen allt tydligare. Jämför exempelvis figur 4.20 med figur 4.21.

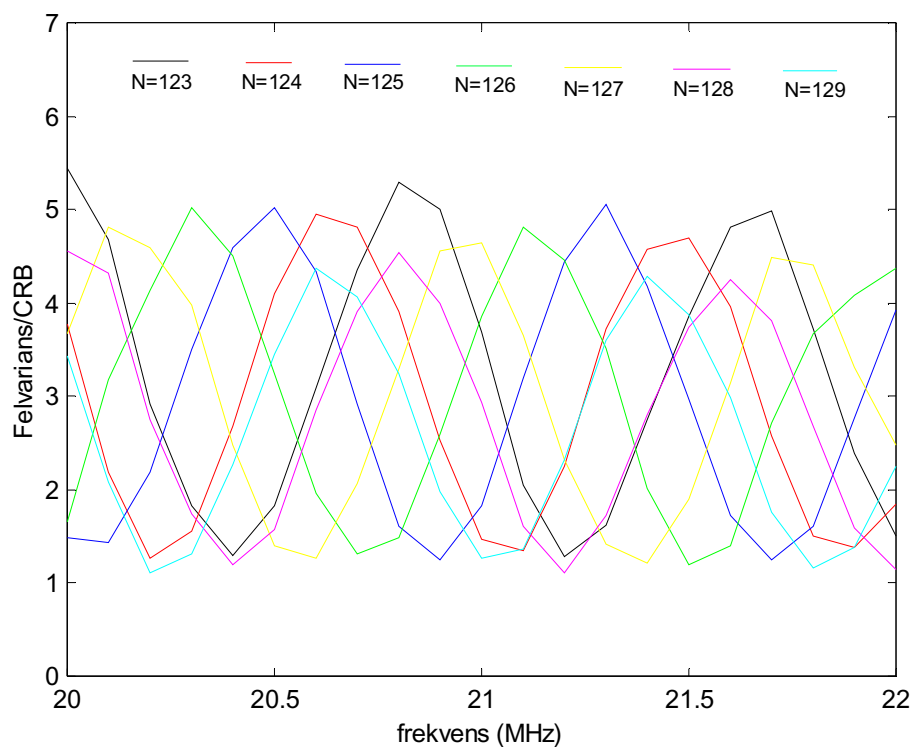
Denna effekt har dock inte så stor inverkan på ett frekvensintervall 20-88 MHz om en samplingsfrekvens $F_s = 204.8$ MHz används. Detta eftersom $f = F/F_s$ kan anses vara en hög frekvens när $F = 20$ MHz. Som figur 4.22 visar fås en tillfredställande spridning av felvariansminimum även på frekvenser runt 20 MHz.



Figur 4.20: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimatet som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Det initiala frekvensestimaten matchas med en mätbas som ger ett felvariansminimum i samma frekvensområde. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz.



Figur 4.21: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimat som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera att felvariansminimumens placering ligger närmare varandra vid låga frekvenser relativt samplingsfrekvensen $F_s = 204.8$ MHz.



Figur 4.22: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimat som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera att en tillfredsställande spridning av felvariansminimum fås även på frekvenser runt 20 MHz.

Anpassning av datalängd till ett initialt frekvensestimater kan sammanfattas i följande punkter:

- Initialt frekvensestimater $\hat{F}_0$ erhålls från en snabb FFT-baserad metod givet datasekvensen

$$x(n) = A_0 \cos(2\pi f_0 n + \theta_0) + w(n), \quad n = 0, \dots, N-1$$

där $w(n)$ representerar vitt brus och $f_0 = F_0/F_s$.

- För att förbättra estimatet kan Goertzel algoritmen eller den parametriska metoden i avsnitt 4.9.1 användas. Båda tillvägagångssätten beskriver filtrering vilket gör att datasekvensens längd kan anpassas så att ett felvariansminimum erhålls i samma frekvensområde som det initiala estimatet. Om det antas att $N = 129$, vilket är fallet i plottarna ovan, så utgörs anpassningen av följande steg:
- 1) Välj antal mätbaser att utgå från. För $N = N_0 = 129$ räcker det med $n = 7$ för att få felvariansminimum i tillräckligt korta intervaller. Detta gäller då $F_s = 204.8$ MHz och den sökta frekvensen ligger i frekvensbandet 20-88 MHz. Sätt $i = 0, 1, \dots, n-1$. Då gäller att $N_i = N_0 - i$.
 - 2) Beräkna restperioden.

$$\tilde{\Phi}_i = \left\{ \frac{\hat{F}_0 N_i}{F_s} \right\}_{Mod\{1\}}, \quad 0 < \tilde{\Phi}_i < 1$$

- 3) Om $0 < \tilde{\Phi}_i \leq \frac{1}{2}$

$$\Delta\tilde{\Phi}_i = \frac{F_s}{N_i} \left| \tilde{\Phi}_i - \frac{1}{4} \right|$$

annars

$$\Delta\tilde{\Phi}_i = \frac{F_s}{N_i} \left| \tilde{\Phi}_i - \frac{3}{4} \right|$$

- 4) Beräkna för vilket i som $\Delta\tilde{\Phi}_i$ blir minst.

$$i_m = \arg \min_i \{ \Delta\tilde{\Phi}_i \}$$

Den nya anpassade datasekvensen $x_{ny}(n)$ blir de N_{i_m} första samplen i $x(n)$. Det är den sekvensen som används i Goertzel algoritmen eller den parametriska metoden i avsnitt 4.9.1 för att förbättra det initiala frekvensestimater.

5. Val av störform

Följande teori och fakta har legat till grund för val av störform.

5.1 Introduktion till störning mot SAR

I SAR-system så är det, till skillnad från vanliga radarsystem, marken inklusive stationära mål som befinner sig på den som är målet. Arbetsfrekvenserna är normalt sett i storleksordningen GHz. SAR-system (CARABAS) som använder sig av lägre frekvenser i VHF-bandet (20-88 MHz), se avsnitt 2.1.2 kan dock lättare penetrera vegetation och maskeringar tack vare den större våglängden. Detta betyder att traditionell kamouflering inte räcker till. Ska därför ett önskat område kunna maskeras måste störsändare placeras ut. Dessa är designade att orsaka störsignaler in i radarns mottagare vilka skiljer sig från de sanna reflekterade ekosignalerna genom påförda modulationer i amplitud, fas eller frekvens. Sådana motmedel kallas *aktiva elektroniska motmedel* och utgörs bl a av brusstörning, repeterstörning och mättnadsstörning.

Brusstörning drar nytta av att alla elektroniska komponenter genererar brus av varierande styrka. En radarmottagare kan inte skilja mellan brus som kommer från dess komponenter och brus som kommer utifrån. Om det inkommande bruset från en störsändare är tillräckligt starkt "drunknar" ekon i bakgrundsbruset och radarn kan ej filtrera ut dem. Brusstörning delas upp i bredbandig- och smalbandig störning. Bredbandig störning sprider ut sin energi över ett bredare frekvensintervall, radarns totala bandbredd. Smalbandig störning koncentrerar sig på ett mindre intervall, radarns momentana bandbredd.

Repeterstörning innebär att störsändaren tar emot radarsignalen och returnerar den efter pålagd modulation för att lura radarn att tro att ekot är verkligt. Vanligt är att modulera med brus eller en CW, alternativt en frekvenshoppande CW. Repeterstörning är effektiv eftersom den använder en vågform som radarn är anpassad för. Repeterstörning har också en fördel i att den bara är aktiv så länge fientlig radarspaning är aktiv. På så sätt begränsas den egna sändningen vilket är både energisnålt och bra om fienden försöker pejla in och bekämpa störsändaren. En nackdel kan dock vara att störsändaren riskerar att trigga på en signal som ej kommer från radarn men som ligger inom dess bandbredd. Resultatet, om detta inträffar, blir då störning på en felaktig signal, exempelvis räddningstjänstens radiosignal. Detta betyder att man i sådana fall både stör ut en "egen" signal samt slösar med energi.

Mättnadsstörning drar nytta av att en mottagare bara har en viss dynamik. Metoden går ut på att störsändaren skickar in en tillräckligt stor effekt i radarns mottagare så att verkliga ekon hamnar under tröskelnivån för brus, alternativt kvantiseringsnivån för A/D-omvandlaren för digitala system. Ett effektivt sätt kan vara att skicka in en stark CW i radarns momentana frekvensband.

När en störmetod ska väljas är det viktigt att störsignalen på bästa sätt koncentrerar den utsända störeffekten inom radarns momentana frekvensband, se avsnitt 3.1. Anledningen är att effektiv störning med avseende på störeffekt i SAR-mottagaren kontra utsänd effekt uppnås. Då det momentana frekvensbandet ges av SAR-systemets utsända lineära FM pulser måste således en noggrann signalanalys göras av alla inkommande signaler. På så sätt kan radarpulser urskiljas från civila radiosignaler och information om var det momentana frekvensbandet befinner sig erhållas. Noggranna signalanalyser betyder dock långa beräkningstider. Detta innebär att om bra momentan frekvensbandsinformation ska inväntas minskar möjligheten att kunna maskera ett större område framför störsändarna, kanske t o m också ett område bakom, se avsnitt 2.1.4.

Ett alternativ är då att kombinera olika störmetoder eftersom dessa kräver olika mycket information för att användas. Generellt sett gäller det att ju snabbare en störsignal önskas sändas ut desto mer måste avkall göras på effektivitet och precision hos störningen. Önskvärt är därför att uppgradera störform vartefter tiden går och mer och mer information om radarpulsen erhålls från signalanalysen. En kort beskrivning av aktuella störformer, deras fördelar och nackdelar, presenteras därför.

5.2 Repeterstörning

Om så stor maskering som möjligt ska uppnås framför störsändarna är det bästa alternativet att i ett inledande stadie använda sig av *repeterstörning*. Den största nackdelen med den här sortens störning är att

det inte går att avgöra om signalen som repeteras kommer från en SAR eftersom ingen signalanalys är nödvändig då störformen består i att spela in en bit av den inkommande pulsen och repetera den under önskad tid för tillräcklig maskering i avstånd. Tanken är dock att bara använda repeterstörning under den tid ingen signalinformation finns. Signalanalysen kan delas upp i etapper och påbörjas så fort tillräckligt med datasampel mottagits. Under tiden den första etappen av signalanalysen utförs får repeterstörning verka som substitut för mer sofistikerade störmetoder.

För att försvåra försök att motverka störning samt att "smeta" ut störeffekten över en större area moduleras den inspelade störsignalen med en frekvenshoppande CW. Med frekvenshoppande menas att frekvensen på CW:n ändras då en ny störpuls sänds ut. Om en fixfrekvent CW används blir följden en ojämnare störeffektnivå vilket kan leda till att vissa områden på maskeringsarean inte uppvisar tillräcklig störeffekt. Detta medför att riktiga ekon blir lättare att urskilja. Enda sättet att uppnå tillräcklig störeffekt över hela maskeringsarean är då att öka den totala utsända störeffekten, vilken önskas minimeras. Genom att smeta ut störeffekten med en frekvenshoppande CW uppnås således tillräcklig störning över hela maskeringsarean med mindre utsänd effekt.

Moduleringen leder dock till ännu en stor nackdel med den här störformen. Den resulterande signalen delas nämligen upp i två delar vilka är frekvensskiftade nedåt respektive uppåt i frekvens relativt signalens ursprungsfrekvens. Frekvensskiftets storlek motsvarar den påmodulerade CW-signalens frekvens.

Exempelvis kan den resulterande signalen från en sinus med frekvens F och amplitud A vilken moduleras med en cosinus med frekvens F_0 och amplitud 1 skrivas:

$$\frac{A}{2} \sin(2\pi(F - F_0)t) + \frac{A}{2} \sin(2\pi(F + F_0)t) \quad (5.2.1)$$

Vid repeterstörning blir effekten följande. Antag att $0.625 \mu\text{s}$ av den inkommande radarpulsen spelas in. Antag vidare att radarpulsen har ett positivt svep från 50-52 MHz och en längd på $5 \mu\text{s}$. Det betyder att den inspelade sekvensen sveper från 50-50.250 MHz. Om en CW, med en frekvens $0.250 < F_{cw} < 1.75$ MHz, därefter moduleras på så kommer den ena av de två resulterande signalkomponenterna att hamna utanför det momentana frekvensbandet och därmed filtreras bort i SA-filtret i SAR-mottagaren. Därmed går endast 1/4 av den utsända effekten in i mottagaren och 3/4 går förlorad. Detta inses då effekten för den ena av komponenterna i (5.2.1) blir

$$P = \left| \frac{A}{2} \sin(2\pi(F + F_0)t) \right|^2$$

Repeaterstörning är därför en ganska ineffektiv störform då mycket av den utsända effekten ej tas tillvara. Detsamma gäller om en CW-signal moduleras med smalbandigt brus varför även en sådan störform ej kan anses vara effektiv med avseende på förbrukad effekt.

5.3 Mättnadsstörning med frekvenshoppande CW

En mer sofistikerad och effektivare störform är att *bara* sända ut en CW-signal inom radarns momentana frekvensband. På så sätt undviks den uppdelning i olika komponenter som sker då modulation används och den utsända effekten tas därmed tillvara på ett bättre sätt. Störformen kräver dock noggrann information om var radarns momentana frekvensband befinner sig så att en lämplig frekvens för CW:n kan väljas. Signalanalysen måste därför hunnit bli klar innan den kan användas. Liksom vid repeterstörning används även här frekvenshoppning mellan varje mottagen radarpuls. För att förtydliga varför detta leder till att effekten smetas ut över en större area kan figur 7.10 i avsnitt 7.2.1 betraktas.

Eftersom effekten utnyttjas på ett mycket bra sätt kan SAR-mottagarens förstärkare förmås att böttna med mindre utsänd störeffekt än vad andra störformer kräver. Detta är väldigt bra ur störsynpunkt eftersom de riktiga radarekona då hamnar under mottagarens tröskelnivå för brus. Denna störmetod benämns i avsnitt 5.1 som *mättnadsstörning* och går ej att motverka förutsatt att störsändaren sänder på rätt frekvenser, dvs inom radarns momentana frekvensband.

6. Använda simuleringar och verifieringar

Detta avsnitt beskriver vilka metoder som har använts för att ta fram resultat för beaktade frekvensmätningssmetoder och störformer.

6.1 Monte-Carlo simuleringar

För att kunna utvärdera hur bra de olika frekvensmätningssmetoderna är jämförs det teoretiska CRB värdet med den normaliserade summan av kvadratfehlen (felvariansen) som erhålls från Monte Carlo simuleringar. Simuleringarna baseras på 1000 oberoende mätningar [12]. Medelkvadratfelet (eng. mean square error) beräknas enligt följande formel:

$$mse(\hat{F}) = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} (\hat{F}_i - F)^2$$

där $\hat{F}_i$ representerar frekvenssestimatet vid den i :te estimeringen av frekvensen F .

6.2 Korrelation med SA-filter

För att avgöra hur störeffekten fördelar sig vid användning av olika störformer korreleras den tänkta störsignalen med SA-filtret i SAR-mottagaren, givet av en lineär FM puls i önskat frekvensband. Genom att beräkna hur stort avstånd ett sampel motsvarar i meter och med kännedom om radarns upplösningss-förmåga kan en uppfattning fås om hur väl störeffekten smetas ut över rangebinnarna i SAR-mottagaren. Vad som eftersträvas är en störform som resulterar i en jämn störeffektnivå över alla rangebinnar. Korrelationen ger också svar på hur mycket störeenergi som passerar SA-filtret beroende på val av störsignal.

Observera att tillvägagångssättet bara hjälper till att få en uppfattning om hur störeffekten fördelar sig för en störpuls i taget. För att få någon bra uppfattning om hur fördelningen för en frekvenshoppande störform blir används simuleringen i avsnitt 6.3. Detta eftersom modulationsfrekvensen för en frekvenshoppande störform ändras mellan varje puls vilket leder till korrelationsresultat som skiftar från puls till puls.

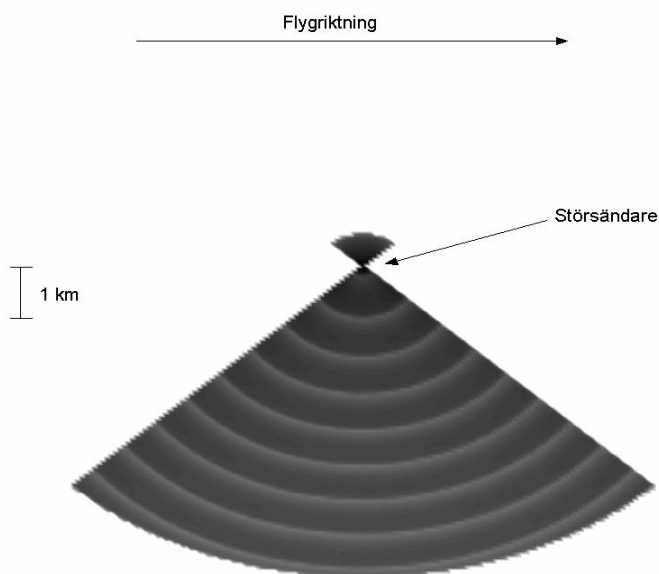
6.3 Störsimulering

För att få en tydligare bild över hur störeffekten fördelar sig då hänsyn tas till flera störpulser, har ett simuleringsprogram gjorts i Matlab. När en SAR sänder ut en radarpuls sorterar den de inkommande ekona efter hur lång tid det tar innan de detekteras, sorteringen sker i rangebinnar. Programmets syfte är att simuleringar ska kunna genomföras, med olika störformer, vilka visar störeffektskillnaderna i dessa rangebinnar i form av en plot.

Nyttan med detta bygger på antagandet att om den totala störeffekten i varje rangebin är ungefär lika stor borde det föra med sig att störeffektnivån över maskeringsarean blir ungefär lika stor. Antagandet är gjort med hänsyn till hur signalprocessningen i SAR-mottagaren går till.

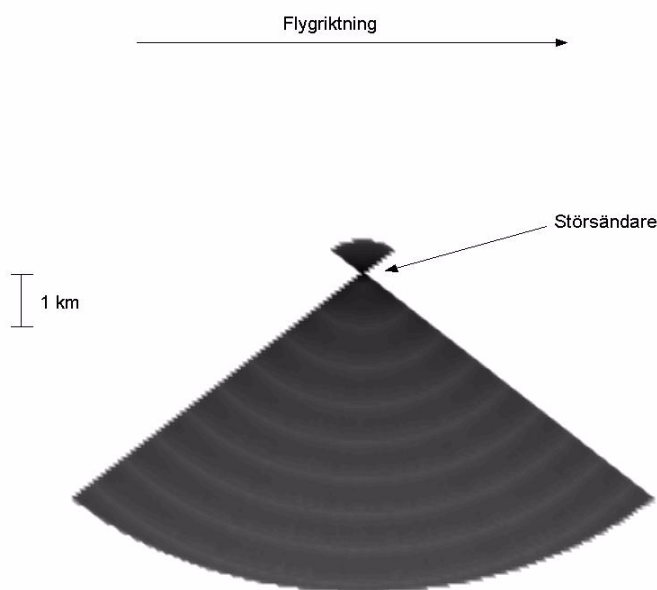
Programmet beräknar hur mycket störeffekt som, via en störsändare, kommer in i respektive rangebinne då SAR:en befinner sig på ett visst avstånd från störsändaren och på en viss punkt på integrationssträckan. Alla bidrag från hela integrationssträckan beräknas och läggs i ett raster med en rutstorlek som motsvarar SAR:ens upplösning. När rastret plottas uppstår ett ringmönster vilket beror på att vissa rangebinnar får mer störeffekt än andra. Om mönstret är väldigt tydligt är skillnaderna större.

Således, om en störform ger upphov till ett mönster vilket uppvisar skarpa ringmönster tolkas den som en mindre bra form. Figur 6.1 visar en principbild över resultatet från en simulering.



Figur 6.1: Illustration av simuleringsresultat då frekvenshoppning ej använts. De ljusa ringarna innehåller mindre störeffekt vilket resulterar i att rangebinnarna som motsvarar dessa ringar får mindre störeffekt.

Figur 6.1 visar en simulering då "hål" har gjorts i störpulsen under vilka störsignal inte sänds samt då en rasterupplösning som ej motsvarar en reell rangebinupplösning använts. Resultatet av "hålen" blir ringarna i figuren. Dessa ringar innehåller mindre störeenergi vilket resulterar i att rangebinnarna som motsvarar dessa ringar får mindre störeffekt. Genom att frekvenshoppa mellan de utsända störpulserna blir dessa ringar mindre skarpa vilket kan tolkas som att störeffekten därmed har smetats ut. Figur 6.2 visar ett sådant scenario.



Figur 6.2: Illustration av simuleringsresultat då frekvenshoppning använts. Notera att de ljusa ringarna blir mer utsmetade vilket kan tolkas som att en jämnare störeffektnivå mellan rangebinnarna erhålls.

Som figur 6.2 visar blir ringarna mindre skarpa. Detta har gjorts genom att låta CW:n hoppa mellan 3 st frekvenser inom det momentana frekvensbandet, vilket här ges av 50-52 MHz.

Vid ett riktigt störscenari sänds dock en kontinuerlig störsignal utan "hål" för att högsta möjliga stören-
ergi ska uppnås i SAR-mottagaren. När sådana scenarion simuleras är det väldigt svårt att påvisa vart
ringarna uppstår. Detta beror på följande faktorer:

- När en kontinuerlig störpuls sänds ut ges störeffektskillnaderna av de effektmaximum och minimum som uppstår efter det att störpulsens har passerat SA-filtret. Då avståndet mellan dessa blir väldigt korta är rastret följaktligen tvungen att ha en upplösning vilken stämmer överens med detta avstånd. Är upplösningen inte tillräckligt hög "smälter" ringarna ihop och det går inte urskilja ett frekvenshoppande scenario från ett icke-frekvenshoppande. Hög upplösning är ett problem då ett väldigt stort raster för med sig omfattande beräkningar. Beräkningstiden för en simulering kan således vara i storleksordningen timmar.
- Rasterpunkten motsvarande positionen för störsändaren får störeffekt tilldelad till sig från alla störpulser. Detta resulterar i en väldigt hög effekttopp i den punkten jämfört med övriga punkter. Då Matlab tilldelar en punkt i rastret en viss färg utifrån dess storleksinnehåll blir resultatet simuleringsplottar med bara en färgpunkt vid positionen för störsändaren.

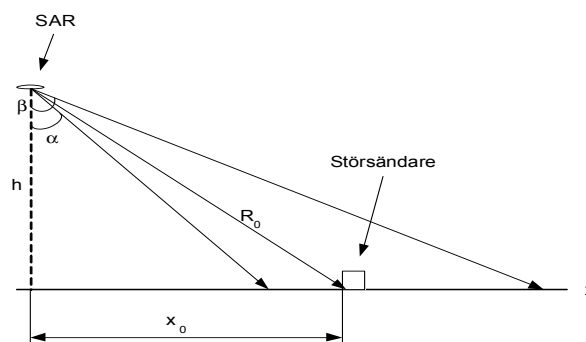
Om logaritmisk skalning används för att utjämna nivåskillnaderna mellan rasterpunkterna kring störsändaren och övriga rasterpunkter blir resultatet låga nivåskillnader mellan störeffektmaximum och minimum. Tillsammans med kravet om hög upplösning leder detta till simuleringsplottar med ringar som är väldigt svåra att urskilja.

Lösningen på detta har varit att ändra värdena för rasterpunkterna vid störsändaren till en lämplig nivå relativt övriga rasterpunkter samt att ej använda logaritmisk skalning. Detta har möjliggjort att skillnader i plottarna från frekvenshoppande och icke-frekvenshoppande scenarion lättare kunnat urskiljas.

6.3.1 Simuleringsprogrammet

Simuleringsprogrammet baseras på verkliga parametervärden. Vissa ändringar är dock nödvändiga för att snabba upp beräkningstiden eftersom den i många fall annars blir i storleksordningen timmar. Dessa ändringar ska dock inte ha någon betydelse för vilket utseende störsimuleringsmönstret får med verkliga parametrar.

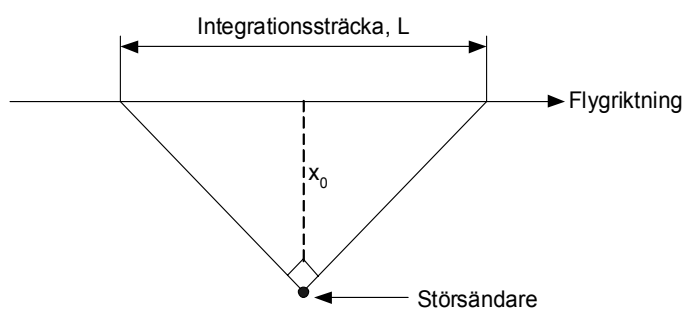
Avståndet från SAR:en till störsändaren beräknas enligt figur 6.3-4:



Figur 6.3: Modell av störscenari sett från sidan.

Vid tidigare störförsök har en infallsvinkel 50-68° använts. I simuleringarna sätts därför $\alpha = 50^\circ$ och $\beta = 68^\circ$. Infallsvinkeln till störsändaren väljs till 55°. Höjden som SAR:en har befunnit sig på vid tidigare störförsök är 4.8 km. Denna höjd används för att beräkna avståndet x_0 i dessa försök. För att minska beräkningsbördan väljs dessa parametrar i simuleringarna till mindre värden. Avståndet i x-led från SAR:en till störsändaren, x_0 , väljs till 1500 m vilket ger en höjd $h = 1050.3$ m. Genom att välja ett kortare avstånd x_0 erhålls en kortare integrationssträcka L , vilket resulterar i färre utsända radarpulser. Störsändarens "beam width" antas vara 90° vilket ger $L = 2x_0$. Färre utsända radarpulser innebär mindre beräkningar. Effekten av dessa ändringar är att vinkelskillnaden mellan två utsända radarpulser blir

större vilket resulterar i mindre störeffekt/area. Detta bör dock ej inverka på mönstret som uppkommer på grund av störformens störeffektfördelning.



Figur 6.4: Modell av störscenario sett ovanifrån.

7. Resultat av simuleringar och verifieringar

7.1 Resultat - Signalanalys

Eftersom den slutliga frekvensmätningssmetoden ska klara av att ge tillförlitliga estimat vid SNR på 20 dB och uppåt så genomförs Monte-Carlo simuleringar med brusvärdet 20 dB. Brusvärdet definieras enligt:

$$SNR = 10 \log_{10}(A^2 / (2\sigma^2))$$

Varje simulering innehåller en sinusoid signal med given frekvens och initial fas, där faser är likformigt fördelad mellan $-\pi$ och π . I uttrycket ovan anger A sinusens amplitud och σ^2 anger brusvariansen. För att lättare kunna avgöra prestandan hos de metoder som utvärderas jämförs dessa simuleringar, då den sökta frekvensen får vandra över ett lämpligt frekvensband, med CRB. Värt att notera är att multitonscenarion ej simuleras då inverkan från långdistansläckage på ett störscenario som helhet kan antas vara försumbar. För motivering se avsnitt 4.2.

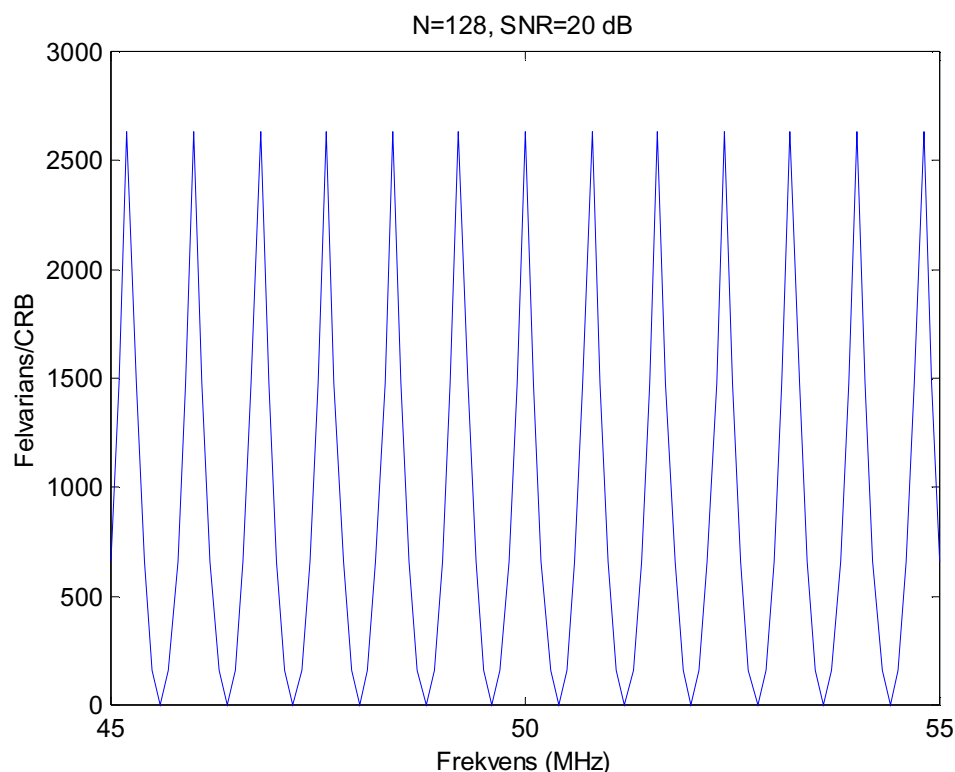
För att få en uppfattning om hur många sampel som behöver samplas in för att uppnå en viss noggrannhet hos estimaten används uttrycket för CRB i avsnitt 4.5.1. I uttrycket sätts $SNR = 20$ dB och $F_s = 204.8$ MHz. Eftersom CRB ger den lägsta teoretiska felvariansen så tas roten ur det värdet för att erhålla standardavvikelsen. Följande standardavvikelser erhålls för olika N .

N	64	128	256
$(CRB)^{1/2}$	22,1 kHz	7,80 kHz	2,76 kHz

Noggrannheten som signalanalysen behöver kunna uppvisa, för tillfredställande detektion av lineära FM pulser enligt avsnitt 2.1.2 samt skattning av deras momentana frekvensband, uppskattas till ett par tiotal kHz. Då signalanalysen har ett snabbhetskrav, vilket uppfylls genom att använda en beräkningssnabb frekvensmätningssmetod som utnyttjar så få sampel som möjligt, medför detta svårigheter att få bra upplösning i frekvensplanet. Dock anses 128 sampel vara tillräckligt för att uppnå önskad upplösning om en frekvensmätningssmetod kan hittas vilken uppvisar en felvariens under 2 ggr CRB. Då frekvensmätningssmetoder som uppvisar en felvariens under 2 ggr CRB allmänt anses vara mycket bra frekvensmätningssmetoder medför detta även ett bevis på prestanda. Simuleringarna som genomförs använder således en datalängd på 128 sampel, om inget annat anges. Anledningen till att sampellängderna som övervägs är 2-potenser är möjligheterna till effektiva FFT implementeringar.

7.1.1 FFT med nollinbakning

Den första metoden som utvärderas är FFT med nollinbakning. Inbakning sker med 128 nollor och därmed erhålls en total datasekvenslängd på 256. För att se vilken inverkan fönstring har genomförs först Monte-Carlo simuleringar över ett lämpligt frekvensband då fönstring ej används. Därefter görs samma simuleringar då datasekvensen fönstras med ett Kaiserfönster med β -värde 7. Resultatet visar att fönstringen är verkningslös, då två identiska plottar erhålls. Figur 7.1 visar en av dessa plottar. Detta kan förklaras med att upplösningen mellan binfrekvenserna blir alldeles för dålig. Om upplösningen varit bättre, genom att fler nollor använts vid nollinbakningen, hade brusets inverkan kunnat resultera i att fel binfrekvens fått högsta toppen i spektrat. I sådana fall hade plotten där fönstring använts uppvisat bättre felvarienser.



Figur 7.1: Felvariansen/CRB för frekvensestimater givna av FFT med nollinbakning.

Figur 7.1 visar tydligt hur ineffektiv metoden är. Inverkan av kortdistansläckage är alldeles för stor. Visserligen hjälper nollinbakning med fler nollor till att förbättra de sämsta estimaten, men resultatet av det blir för långa beräkningstider.

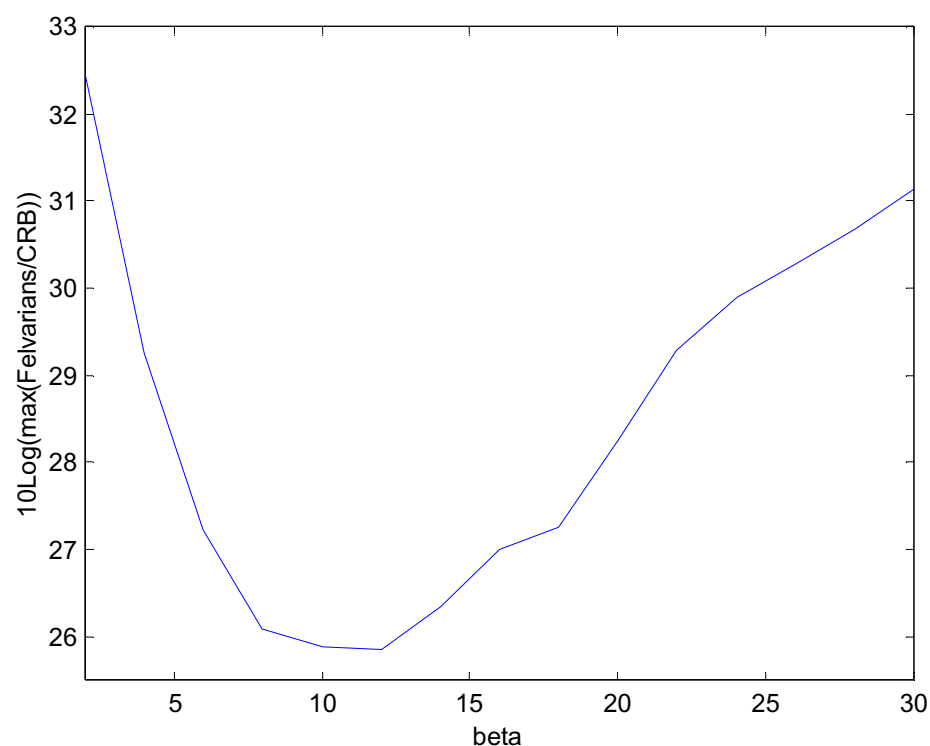
7.1.2 FFT med nollinbakning och polynomanpassning

För att förbättra estimaten, genom att minska inverkan från kortdistansläckagen, anpassas ett andra-gradspolynom mellan de tre högsta spikarna i spektrat enligt avsnitt 4.7.3. Även här görs först Monte-Carlo simuleringar utan fönstring. Dessa visar att estimaten förbättras avsevärt jämfört med simuleringarna i avsnitt 7.1.1 men att de fortfarande är otillfredsställande. Detta kan ses i figur 7.6 på s. 47. Eftersom upplösningen i frekvensplanet nu är bättre genomförs även Monte-Carlo simuleringar då fönstring med ett Kaiserfönster används.

För att se vilket β -värde som ger bäst estimat anpassas ett Kaiserfönster till testdatat varefter en Monte-Carlo-baserad simulering genomförs. Simuleringen kan beskrivas med följande steg:

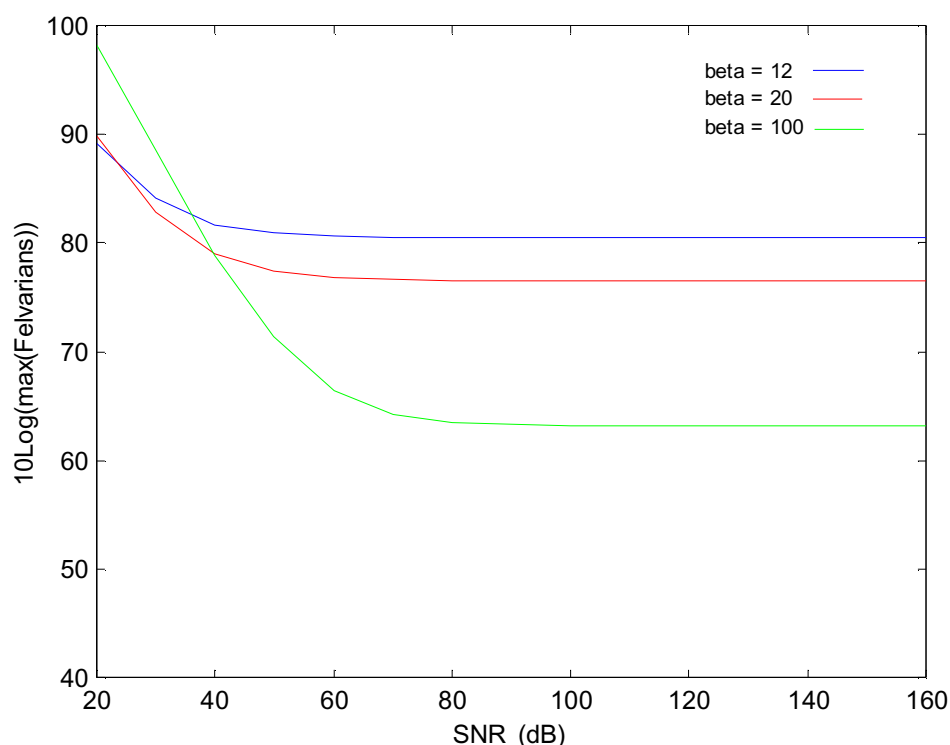
1. Monte-Carlo simuleringar görs över ett frekvensband tillräckligt brett för att resultera i ett felvariansmaximum.
2. Steg 1 upprepas för olika β -värden.
3. Det största felvariansvärdet för respektive β plottas. Detta möjliggör att ett β -värde, vilket resulterar i ett så litet felvariansmaximum som möjligt, kan erhållas.

Simuleringsresultatet visas i figur 7.2.



Figur 7.2: Simuleringsresultat för val av lämpligt β -värde.

Som figur 7.2 visar ger användning av ett Kaiserfönster med β -värde 12 bäst estimat. I figur 7.6 på s. 47 visas Monte-Carlo simuleringar då ett sådant fönster använts. Notera att β -värdet 12 är optimerat för ett brusvärde kring $\text{SNR} = 20$ dB. Figur 7.3 visar hur felvariansen påverkas för olika SNR vid användning av ett Kaiserfönster med ett givet β -värde.



Figur 7.3: Då förbättring av de sämsta felvarianserna, dvs vid $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$, är av störst intresse är $\beta = 12$ det mest fördelaktiga parametervärdet för Kaiserfönstret. Notera att metoden inte är konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten. Detta oberoende av β .

Som figur 7.3 visar ger ett β -värde 12 bäst estimat vid $\text{SNR} = 20\text{-}25 \text{ dB}$. Dock konvergerar felvariansen snabbare vid högre SNR än för de andra β -värdena. Detta är dock ointressant vid en eventuell signalanalys eftersom målet då är att förbättra de sämsta frekvensestimaten så mycket som möjligt.

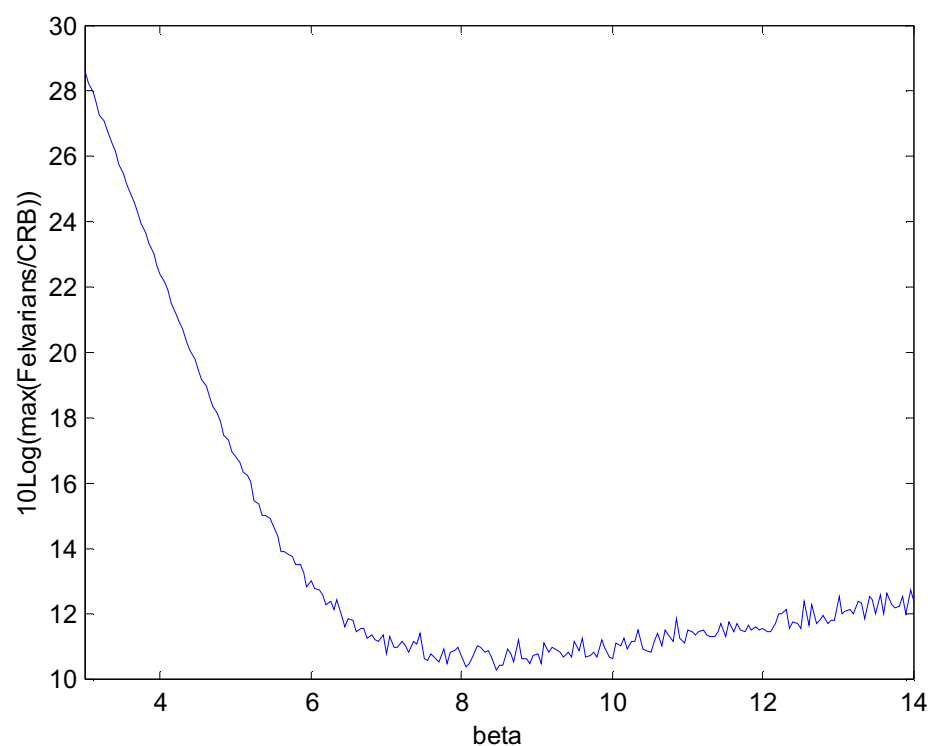
I figur 7.6 går det att se att fönstring med $\beta = 12$ hjälper till att mer än halvera felvariansen hos de sämsta estimaten. Detta kan förklaras med att användandet av polynomanpassning är beroende av amplitudfördelningen mellan binfrekvenserna i frekvensspektrat. Fönstringen ser till att korrelationen mellan binfrekvensen och den sökta frekvensen i datat återges på ett bättre sätt.

Trots detta är metoden ändå inte tillräckligt bra. Hårdare nollinbakning resulterar endast i att estimaten blir sämre. Polynomanpassning kräver nämligen ett visst mellanrum mellan binfrekvenserna för att kunna fungera bra. Figur 7.3 visar också att metoden inte är konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten, detta oberoende av val av β -värde.

7.1.3 Fasestimering med maximal överlappning

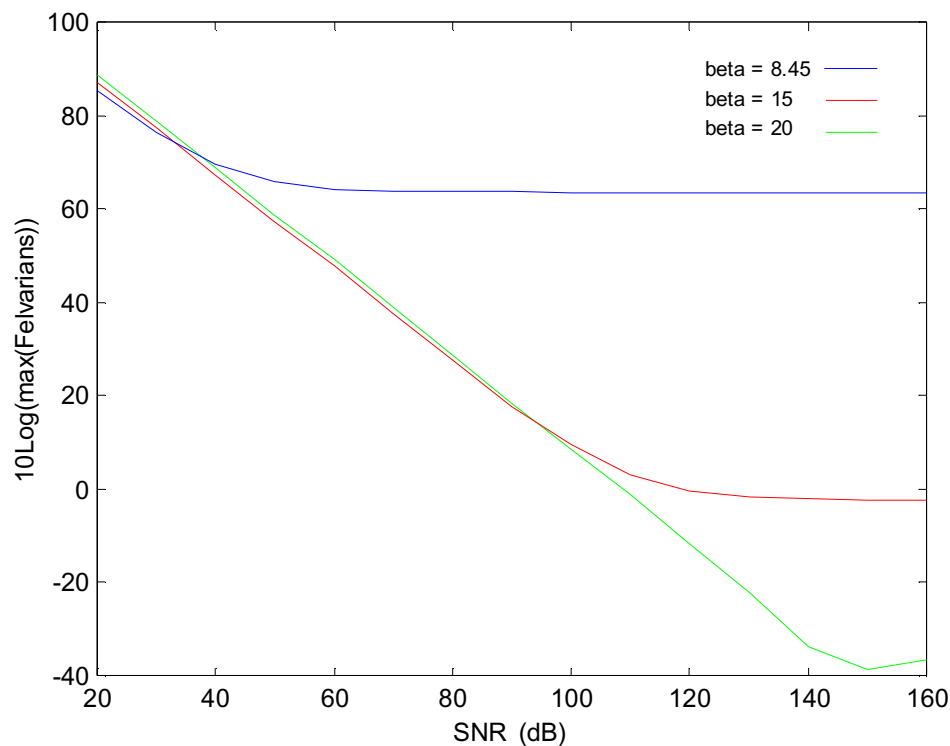
Som det nämns i avsnitt 4.7.4 kan effekterna av kortdistansläckage reduceras genom att utnyttja fasinformationen som finns i den inkommande signalen. Eftersom signalanalysen ska vara anpassad för en linjär FM signal används fasestimering med maximal överlappning. Detta innebär att ytterligare ett sampel behöver samplas in om ramlängderna ska förbli 128 så att möjligheterna till en effektiv FFT implementering kvarstår. Den totala sampellängden som används blir därför $N=129$.

För att bestämma ett lämpligt β -värde för Kaiserfönstret genomförs samma simulering som för polynomanpassningsmetoden i avsnitt 7.1.2. Simuleringen resulterar i figur 7.4.



Figur 7.4: Simuleringsresultat för val av lämpligt β -värde.

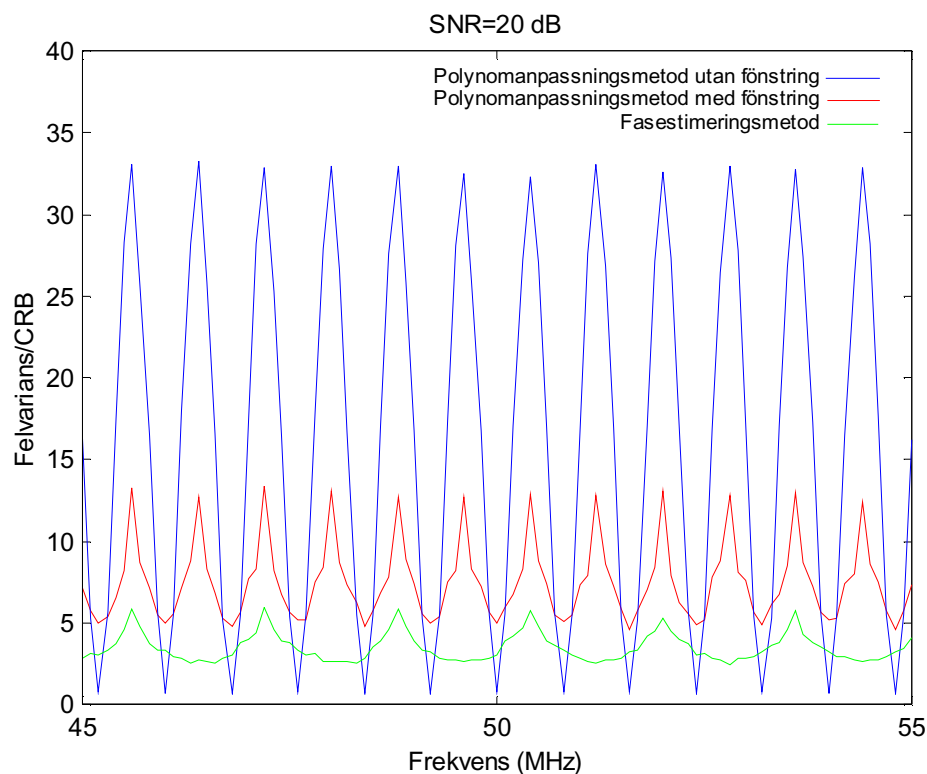
Som figur 7.4 visar ligger de bästa β -värdena runt 8. Det bästa värdet ges av $\beta = 8.45$. Liksom vid polynomanpassningen är detta β -värde anpassat efter ett SNR = 20 dB. Figur 7.5 visar hur felvariansen påverkas för olika SNR vid användning av ett Kaiserfönster med ett givet β -värde.



Figur 7.5: Då förbättring av de sämsta felvarianserna, dvs vid SNR = 20 dB, är av störst intresse är $\beta = 8.45$ det mest fördelaktiga parametervärdet för Kaiserfönstret. Notera att $\beta = 20$ resulterar i att metoden nästan kan anses vara konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten.

Som figur 7.5 visar så ger $\beta = 8.45$ bäst estimat vid SNR = 20-35 dB. Således är ett fönster med detta β -värde att föredra om förbättring av de sämsta frekvensestimaten önskas. Figuren visar också att metoden nästan kan anses vara konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten. Detta eftersom $\beta = 20$ ger en konvergering av felvariansen vid ca -35 dB då SNR går mot oändligheten.

För att förbättra de sämsta frekvensestimaten används således ett Kaiserfönster med $\beta = 8.45$. Detta resulterar, efter Monte-Carlo simuleringar, i felvarianser enligt figur 7.6.



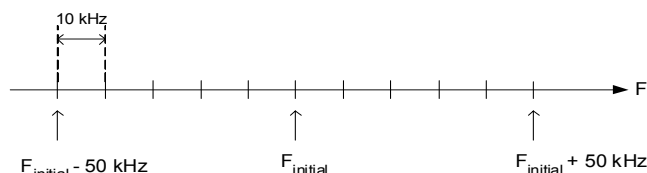
Figur 7.6: Felvarianser för estimat givna av polynomanpassningsmetoden samt fasestimeringsmetoden beskriven i avsnitt 4.7.6. Tydligt är att den senare lämpar sig bäst som initial frekvensmättningsmetod.

Som figuren visar blir de mycket bättre än i föregående metoder. Dock inte helt tillfredställande. Målet är att komma ner i felvarianser mindre än 2 ggr CRB. Som initial frekvensmättningsmetod är det dock tveksamt om det finns någon effektivare än den här. Beräkningarna som utförs är minimala och precisionen i estimaten blir bra. Dock behövs de göras bättre. Ett bra sätt att göra det är att använda Goertzel algoritmen.

7.1.4 Användning av Goertzel algoritmen

Som det tidigare nämnts kan Goertzel algoritmen användas för att förbättra initiala frekvensestimater. Då fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6, dvs då maximal överlappning används, uppvisar bäst felvarianser av de utvärderade används denna som initial frekvensmättningsmetod. Som figur 7.6 visar har det sämsta estimatet med den metoden en felvarians på ca 6 ggr CRB. För att veta vid vilka frekvenser Goertzel algoritmen ska utvärderas används sannolikhetstabellen för normalfördelningen på sidan 445 i Beta [13]. Med den kan ett konfidsintervall kring det initiala frekvensestimater erhållas.

6 ggr CRB ger en standardavvikelse på ca ± 19 kHz. Ett 99 %-igt konfidsintervall för de sämsta estimaten kan då erhållas genom att täcka ett intervall kring det initiala frekvensestimater på $\pm 2,57 \cdot 19 \approx \pm 49$ kHz. Detta görs genom att utvärdera Goertzel algoritmen vid 11 olika frekvenser såsom figur 7.7 visar. I uttrycket erhålls 2,57 från sannolikhetstabellen för normalfördelningen på sidan 445 i Beta.



Figur 7.7: Goertzel algoritmen används för att beräkna indatasekvensens värden i frekvensspektrumet vid frekvenser angivna enligt figuren.

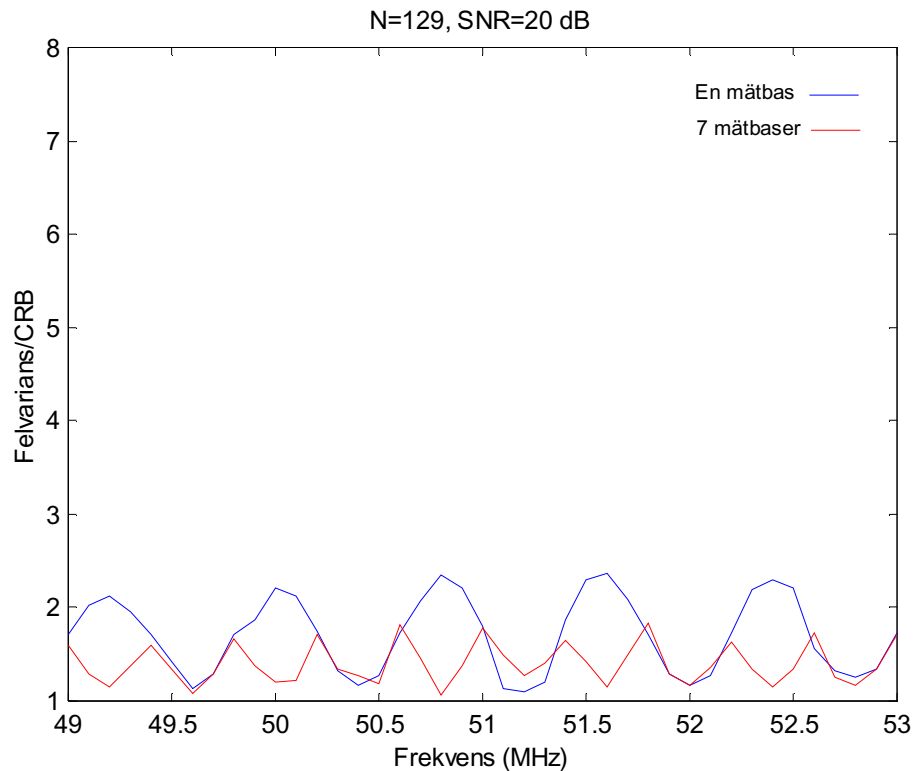
Det förbättrade estimatet erhålls genom att välja den frekvensen vilken resulterar i det största amplitudvärdet. Det kan påpekas att ett mindre mellanrum mellan frekvenserna än 10 kHz ej hjälper till att öka noggrannheten i det förbättrade estimatet. Detta p g a den osäkerhetsfaktor som bruset bidrar till.

Vid tillämpning av Goertzel algoritmen kan flera mätbaser användas. Detta förklaras i avsnitt 4.12. På så sätt kan de periodiskt återkommande felvariansmaximum, som uppstår för vissa frekvenser då bara en mätbas används, avlägsnas. Vissa frekvenser tillåter dock bra frekvensestimeringar även då bara en mätbas används. Dock måste hänsyn tas till hela det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz varför användandet av flera mätbaser blir en nödvändighet.

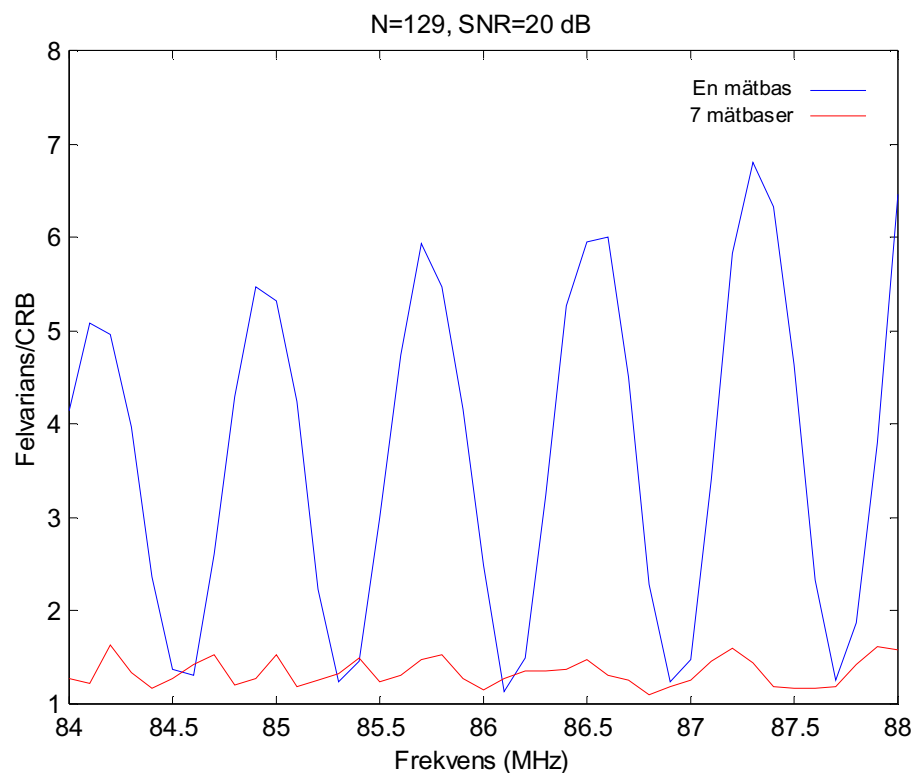
Betrakta först användandet av Goertzel algoritmen vid frekvenser nära $F_s/4$. Figur 7.8 visar resultatet av Monte-Carlo simuleringar då de sökta frekvenserna ligger runt $F_s/4$. Tydligt är att bra felvarianser erhålls även då bara en mätbas används. Anledningen till detta är att då den sökta frekvensen ligger nära $F_s/4$ är indatasekvensens beroende av att bestå av $(n+1/4)$ eller $(n+3/4)$ perioder av denna mindre. Detta kan förklaras med att sampelfördelningen över en period vid dessa frekvenser blir gynnsammare vilket resulterar i lägre felvariansmaximum. I figuren visas också felvariansen då flera mätbaser används. Onekligen blir skillnaden inte stor jämfört med då bara en mätbas används. Estimatet blir således bra för båda tillvägagångssätten.

Undersöks däremot de resulterande felvarianserna för ett frekvensband där de sökta frekvenserna ligger närmare $F_s/2$ blir utfallet ett annat. Figur 7.9 visar felvarianserna för ett sådant frekvensband. Noterbart är att felvariansmaximumen då bara en mätbas används blir högre jämfört med de i figur 7.8. Detta kan förklaras med att sampelfördelningen över en period vid frekvenser nära $F_s/2$ blir sämre. Således blir användandet av flera mätbaser en nödvändighet om bra estimat ska erhållas över hela det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz. Som figur 7.9 visar har estimaten då flera mätbaser används fortfarande mycket hög noggrannhet, trots att de sökta frekvenserna ligger nära $F_s/2$.

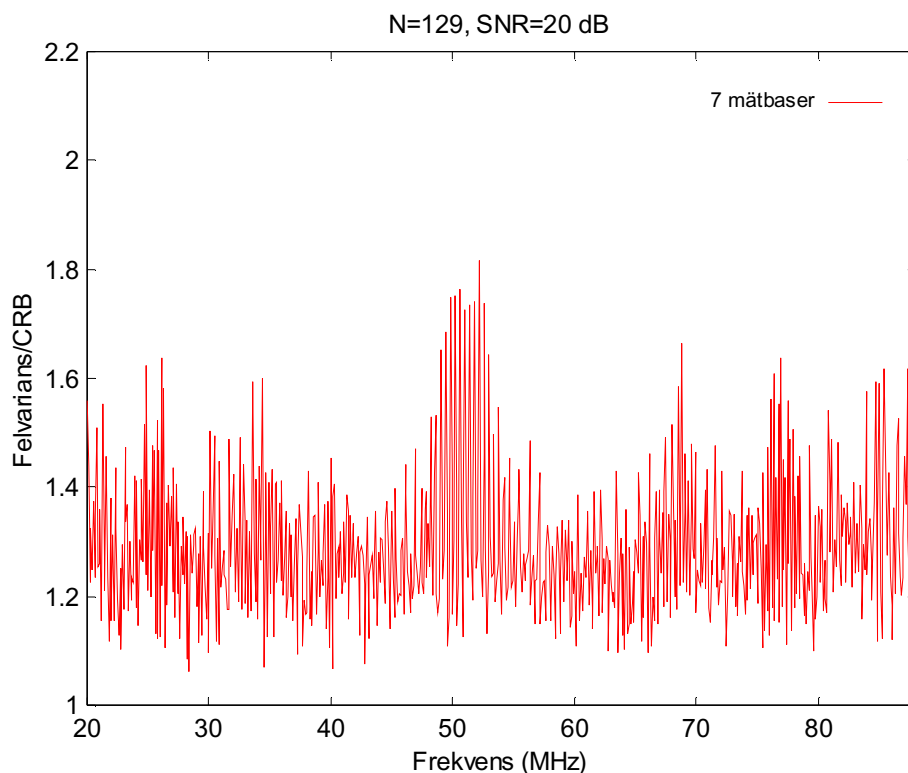
Goertzel algoritmen, då bara en mätbas används, hjälper således till att kraftigt förbättra estimaten av frekvenser nära $F_s/4$ medans estimaten av frekvenser nära $F_s/2$ knappt ger någon förbättring alls. Då flera mätbaser används blir dock resultatet mycket mer tillfredställande. Förbättringen av de initiala estimaten leder till felvarianser under 2 ggr CRB, vilket är målet. Detta gäller för hela det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz vilket figur 7.10 visar.



Figur 7.8: Felvarianser för estimat givna m och h a Goertzel algoritmen då en respektive 7 mätbaser använts. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz. Notera att båda tillvägagångssätten ger bra estimat.



Figur 7.9: Felvarianser för estimat givna m och h a Goertzel algoritmen då en respektive 7 mätbaser använts. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz. Notera skillnaden i storlek på felvariansmaximumen mellan de två tillvägagångssätten.



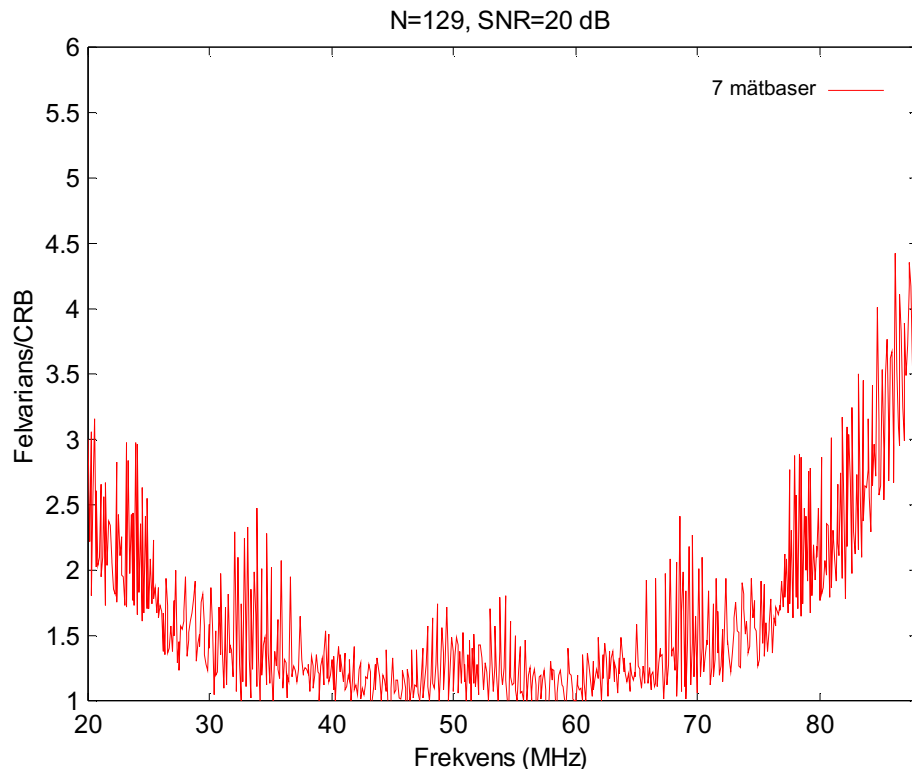
Figur 7.10: Felvarianser för estimat givna m h a Goertzel algoritmen då 7 mätbaser använts. Notera att de understiger $2 \cdot \text{CRB}$ för hela det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz, vilket är målet.

7.1.5 Effektiv parametrisk metod

Denna metoden beskrivs i avsnitt 4.9.1 och använder även den ett initialt frekvensestimater. Detta erhålls från fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6. Med användning av 7 mätbaser och vid en iteration erhålls, m h a Monte-Carlo simuleringar, figur 7.11.

Figur 7.11 demonstrerar tydligt att metoden inte uppvisar samma noggrannhet som vid användning av Goertzel algoritmen. Speciellt för frekvenser nära $F_s/2$. Detta beror till stor del på cosfaktorns inverkan, se avsnitt 4.10. Estimaterna kan eventuellt göras något bättre med fler iterationer, dock blir följden av detta en längre beräkningstid.

Eftersom en iteration av metoden har samma beräkningstid som en upprepning av Goertzel algoritmen är den senare att föredra. Detta då en parallell implementering möjliggör beräkningen av Goertzel algoritmen vid flera frekvenser samtidigt. Då tillgången på multiplikatorer är mer än tillräckligt för att kunna implementera Goertzel algoritmen enligt avsnitt 7.1.4 resulterar det i att beräkningstiden för de båda metoderna blir lika stor. Dock uppvisar användandet av Goertzel algoritmen bättre estimat överlag.



Figur 7.11: Felvarianser för estimat givna av den parametriska metoden beskriven i avsnitt 4.9.1 då 7 mätbaser använts. Notera cosfaktorns inverkan.

7.1.6 Sammanfattning - Signalanalys

Resultaten från de utvärderade frekvensmättningsmetoderna visar att en tillfredställande metod kan erhållas genom att via fasestimeringsmetoden enligt avsnitt 4.7.6 estimeras ett initialt frekvensestimater som sedan förbättras genom användning av Goertzel algoritmen. En förutsättning för att Goertzel algoritmen ska kunna ge ett tillfredställande estimat över det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz är att flera mätbaser används enligt avsnitt 4.12. Med $N = 129$ sampel ger 7 st en felvarians mindre än 2 ggr CRB.

Då Goertzeldelen i ovanstående metod har en viss beräkningstid kan det vara effektivare att bara använda sig av frekvensmättningsmetoden i avsnitt 4.7.6 och istället öka noggrannheten i frekvensestimaten genom att sampla in fler datasampel. Detta eftersom precisionen i estimaten är väldigt bra relativt den beräkningstid som går åt. Ett annat alternativ är att låta antalet sampel mellan frekvensmätningarna öka och tillåta lägre noggrannhet i estimeringarna. En utvärdering, av vilket tillvägagångssätt som ger kortast beräkningstid vid en signalanalys, ges i implementeringsdelen i kapitel 8.

7.2 Resultat - Val av störform

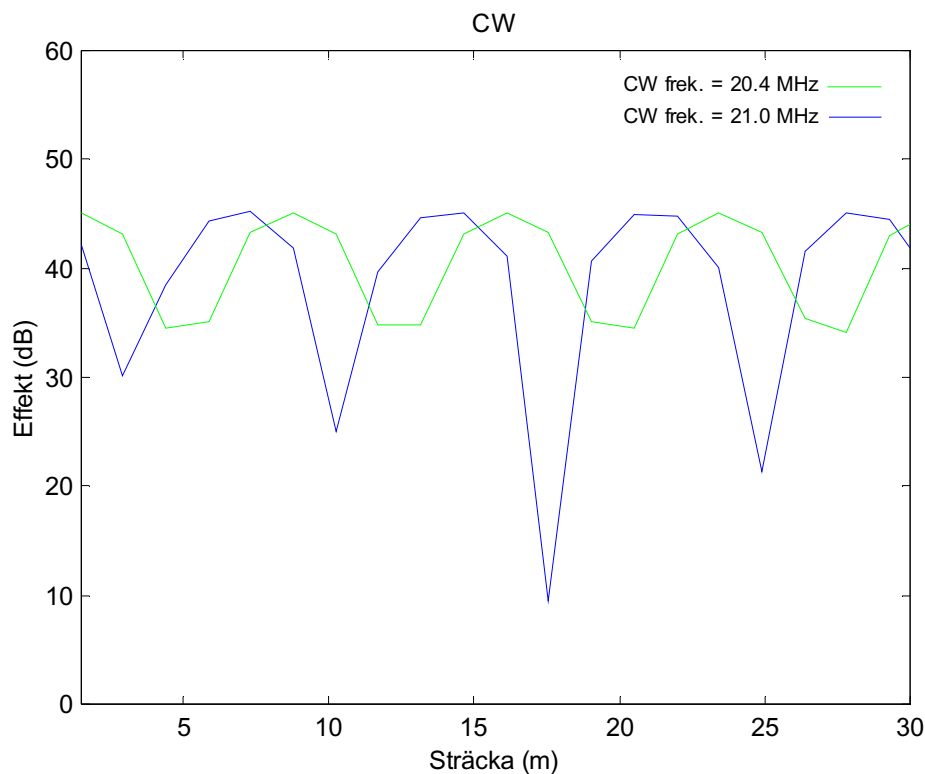
Korrelation med SA-filtrer utförs genom att falta den aktuella störsignalen med en linjär FM signal av längd $T_p = 5 \mu s$. Störsignallängden sätts till $5T_p$. Den momentana bandbredden sätts enligt avsnitt 2.1.2 till 2 MHz. Samplingshastigheten som används är $F_s = 204.8$ MHz. Detta innebär att tiden mellan två sampel motsvarar en sträcka på $c/F_s = 1.4648$ m, där c är ljushastigheten. Genom att plotta utsignalens effekt som funktion av maskerad sträcka kan en uppfattning om störeffektfördelningen erhållas.

I avsnitt 2.1.3 förklaras det att maskering i avstånd beror på hur lång störpulsen görs. CARABAS har en upplösning på ca $3 \cdot 3$ m. Detta ger en upplösning mellan rangebinnarna på 3 m. En störsignallängd på $5T_p$ motsvarar maskering i avstånd i storleksordningen km. För att bättre kunna visa störeffektskillnaderna mellan olika rangebinnar på maskeringsarean visar figurerna 7.12-7.14 störeffektfördelningen för en godtyckligt utvald sträcka. Dock har samma sträcka valts när jämförelser gjorts mellan plottar så att dessa kunnat göras korrekta. Då störeffektfördelningen för aktuella störformer är periodisk i form av återkommande maximum och minimum är resonemangen som görs representativa för hela maskeringen i avstånd.

7.2.1 Frekvenshoppning

För att förklara varför frekvenshoppning leder till en utsmetning av störeenergin betrakta figur 7.12. Figuren visar störeffektfördelningen över en godtyckligt vald sträcka för två CW-signaler med frekvens 20.4 och 21 MHz. Det momentana frekvensbandet ges av frekvenserna 20-22 MHz.

Då upplösningen mellan rangebinnarna, se avsnitt 3.3, är 3 m inses att om endast CW:n med frekvens 21 MHz används så erhåller exempelvis rangebinnen motsvarande sträckan runt 16-19 m mycket mindre störeffekt än sina grannbinnar. Dock hjälper användandet av ytterligare en frekvens, 20.4 MHz, till att utjämna denna störeffektskillnad. Som figuren visar kan störeffektskillnaderna mellan rangebinnarna då bara en CW frekvens används bli stora. Detta är anledningen till att sanna ekon blir lättare att urskilja på en radarbild om störeffektnivån inte är tillräckligt jämn.

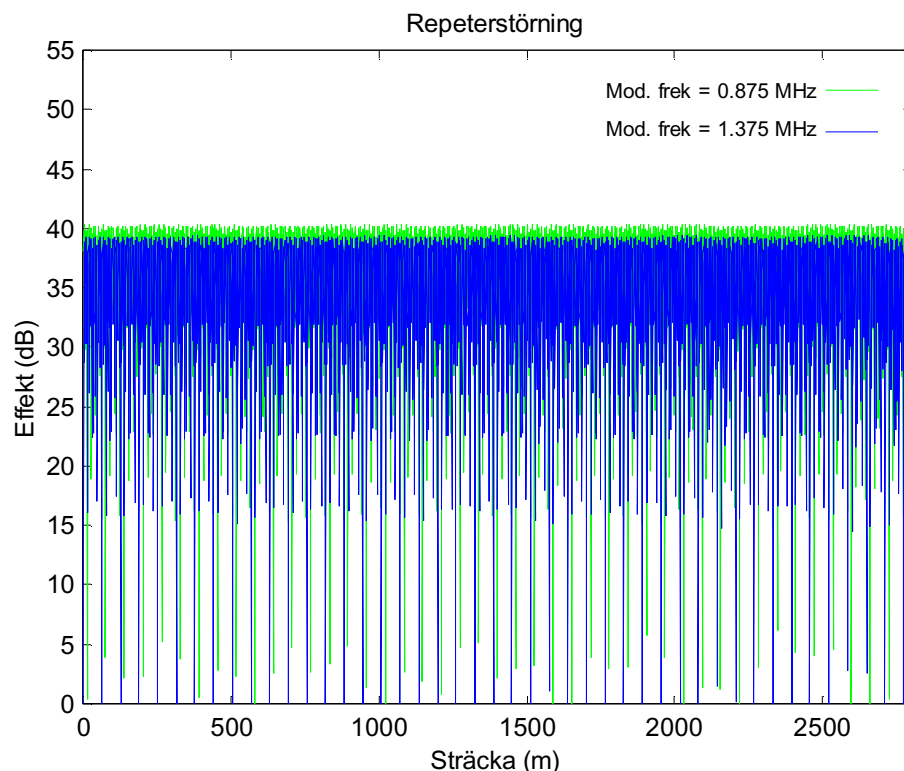


Figur 7.12: Störeffektfördelning över godtyckligt vald sträcka 0-30 m. SA-filtret ges av en linjär FM puls i frekvensbandet 20-22 MHz. Notera att störeffektskillnaderna kan bli stora då bara en CW frekvens används.

7.2.2 Repeterstörning

Som det nämnts tidigare kommer frekvenshoppning vid repeterstörning att leda till en stor störeffektförlust. Detta p g a att den inspelade störsignalen moduleras med en frekvenshoppande CW vilket leder till att den resulterande signalen delas upp i två frekvensskiftade delar. Följden av detta blir att 3/4 av störeffekten hamnar utanför det momentana frekvensbandet.

Noterbart är även att mängden störeffekt som passerar SA-filtret är beroende av vilka frekvenser som väljs för den frekvenshoppande CW:n. Betrakta figur 7.13.



Figur 7.13: Störeffektfördelning över godtyckligt vald sträcka 0-2800 m. SA-filtret ges av en lineär FM puls i frekvensbandet 70-72 MHz. Notera att en större störeffekt passerar SA-filtret om störsignalen ges en resulterande svepfrekvens som stämmer bra överens med mittenfrekvensen i det momentana frekvensbandet.

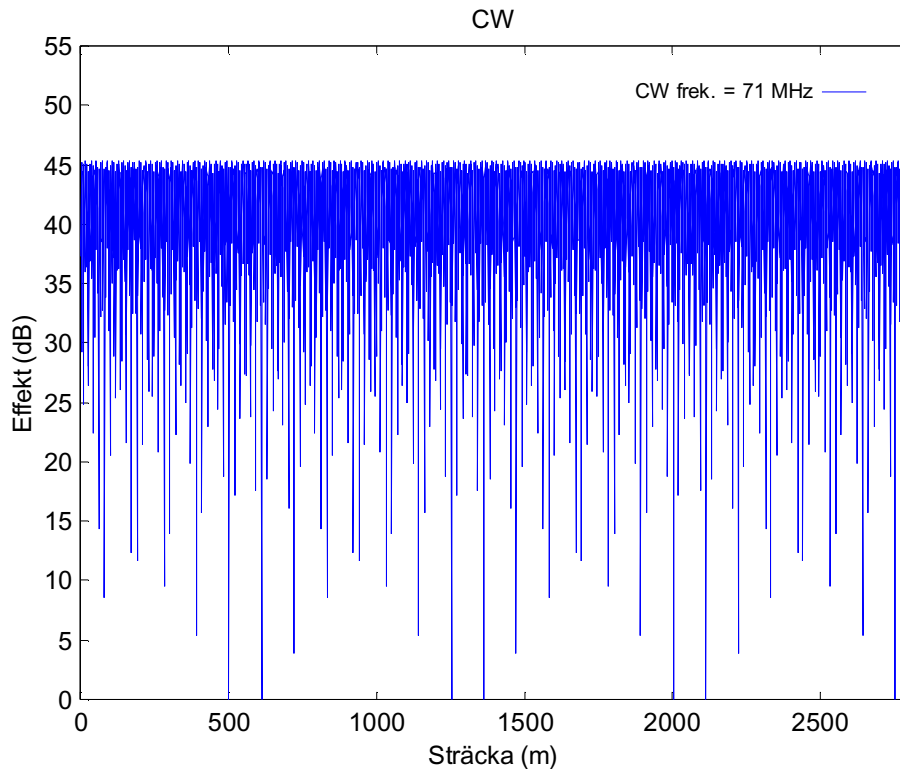
Figur 7.13 visar störeffektfördelningen för en godtycklig sträcka 0-2800 m. Det momentana frekvensbandet ges av frekvenserna 70-72 MHz. Störsignalen består av den inledande delen, $0.6299 \mu\text{s}$, av en lineär FM signal av längd $T_p = 5 \mu\text{s}$. Det betyder att delen som repeteras sveper från 70-70.250 MHz.

I figuren framgår det att mer störeenergi passerar SA-filtret då störsignalen moduleras med en CW-signal med frekvens 0.875 MHz än då den moduleras med en CW-signal med frekvens 1.375 MHz. Anledningen till detta är att den resulterande störsignalen korrelerar bättre med SA-filtret, vilket ges av en lineär FM signal som sveper mellan 70-72 MHz, om den ligger så nära mittenfrekvensen i svepet som möjligt. I figur 7.13 sveper störsignalen som ger upphov till den gröna störeffektfördelningen mellan 70.875-71.125 MHz. Dessa frekvenser är bättre korrelerade med SA-filtret än störsignalen som ger upphov till den blå störeffektfördelningen, vilken sveper mellan 71.375-71.625 MHz.

Således är det bra om moduleringsfrekvenser väljs som resulterar i att störsignalen får en resulterande svepfrekvens som stämmer bra överens med mittenfrekvensen i det momentana frekvensbandet.

7.2.3 Frekvenshoppande CW

Liksom vid repeterstörning kommer störeffekten att smetas ut över rangebinnarna om CW:n hoppar i frekvens mellan de utsända störpulsarna. Vidare så gäller även villkoret att mer störeffekt går in i SAR-mottagaren om frekvenser väljs som ligger så nära det momentana frekvensbandets mittenfrekvens som möjligt. Dock kommer mer störeenergi att passera SA-filtret eftersom ingen effekt faller bort till följd av modulering. Detta kan ses i figur 7.14.



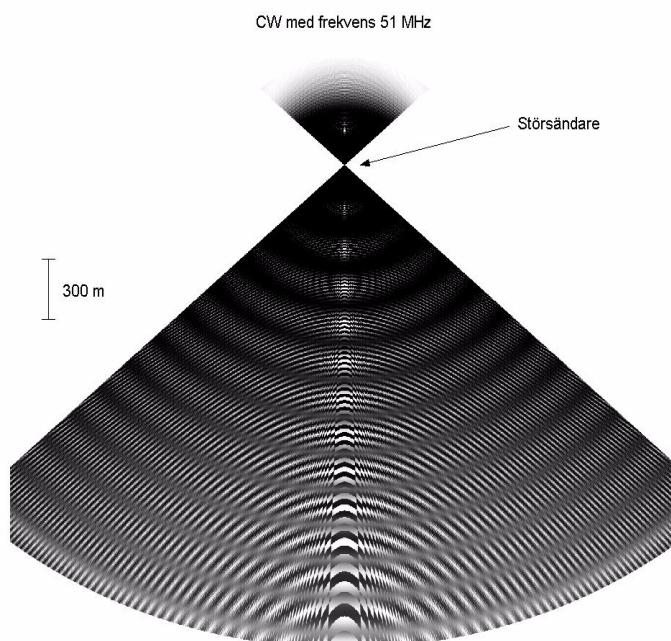
Figur 7.14: Störeffektfordelning över godtyckligt vald sträcka 0-2800 m. SA-filtret ges av en lineär FM puls i frekvensbandet 70-72 MHz. Notera att störeffekten är ca 5-6 dB högre än vid repeterstörning.

I figur 7.14 är störeffekten ca 5-6 dB högre än vid repeterstörning i figur 7.13. 6 dB motsvarar en faktor 4. Ur detta kan således slutsatsen dras att störeffektförlusten vid repeterstörning, till följd av modulering, blir ca 3/4 av den utsända störeffekten.

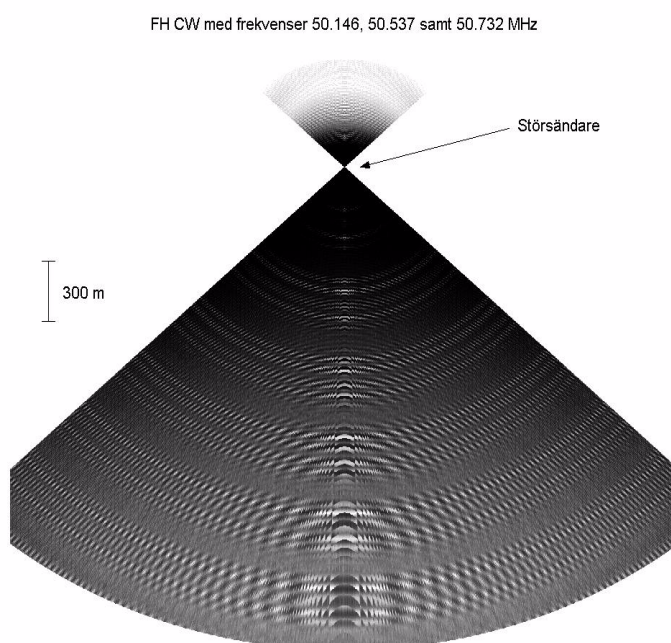
För att visa skillnaden i utsmetad störeffekt mellan ett frekvenshoppande och ett fixfrekvent störscenario genomförs simuleringar med programmet beskrivet i avsnitt 6.3. Resultatet av simuleringarna visas i figurerna 7.15-16. Dessa visar att ringarna beskrivna i avsnitt 6.3 uppkommer tätare då frekvenshoppning används.

Figur 7.15 visar ett störscenario då en CW med frekvens 51 MHz sänds ut för varje mottagen radarpuls, dvs frekvenshoppning simuleras ej. I figuren skalas störeffektnivån enligt följande. Vitt representerar minimal störeffekt, svart representerar maximal störeffekt. Som figuren påvisar fås en relativt dålig utsmetning av störeffekten då de ljusa ringarna, vilka representerar ett kontinuerligt återkommande störeffektminimum, dominerar. Detta leder till att merparten av rangebinnarna får förhållandevis lite störeffekt medans övriga får förhållandevis mycket. Jämförs detta scenario med ett frekvenshoppande är skillnaden klart märkbar.

Figur 7.16 visar ett scenario där frekvenshoppning används. Frekvenserna som CW:n hoppar mellan är 50.146, 50.537 och 50.732 MHz. Noterbart är att det kontinuerligt återkommande störeffektminimumet från föregående figur har ersatts av fyra andra kontinuerligt återkommande störeffektminimum. Dessa är mindre breda samt återkommer i glesare intervall. Detta innebär att störeffekten därmed har smetats ut så att en jämnare nivå mellan rangebinnarna har uppnåtts.



Figur 7.15: Störeffektfördelning given av simuleringen i avsnitt 6.3. Störpulserna ges av en CW med frekvens 51 MHz. Det kontinuerligt återkommande störeffektminimumet leder till en relativt dålig utsmetning av störeffekten över rangebinnarna.



Figur 7.16: Störeffektfördelning given av simuleringen i avsnitt 6.3. Störpulserna ges av en FH CW med frekvenser 50.146, 50.537, 50.732 MHz. Störeffektminimumet i figur 7.15 har ersatts av fyra andra kontinuerligt återkommande störeffektminimum. Detta innebär att störeffekten har smetats ut på ett jämnare sätt över rangebinnarna.

7.2.4 Sammanfattning - Val av störform

Resultaten visar att en jämnare störeffektnivå mellan rangebinnarna i SAR-mottagaren fås om frekvenshoppning används vid störningen. Om antagandet att detta leder till en jämnare störeffektnivå över hela maskeringsarean stämmer, erhålls då effektivare störning med avseende på förbrukad effekt än vid fixfrekvent störning. Vidare gäller det även att en större störeffekt passerar SA-filtret om störsignalens frekvens väljs så nära det momentana frekvensbandets mittenfrekvens som möjligt.

Om omedelbar störning är ett krav måste repeterstörning tillämpas då signalanalysen kräver en viss beräkningstid. Denna störform är dock ineffektiv med avseende på förbrukad effekt då bara ca 1/4 av den utsända störeffekten går in i SAR-mottagaren till följd av den modulering som görs. Detta gör att dess användning måste minimeras.

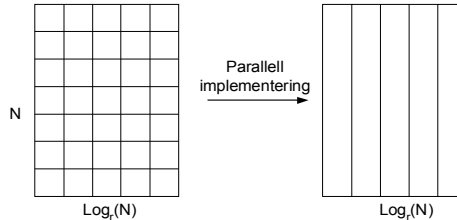
En effektivare störform är att använda sig av en frekvenshoppande CW vilken sänds inom SAR-mottagarens momentana frekvensband. Denna störform förutsätter dock att signalanalysen är färdig vilket omöjliggör omedelbar störning. Intressant är dock att den utsända störeffekten utnyttjas på ett mycket effektivt sätt vilket gör det möjligt att med minimal effekt få SAR-mottagarens förstärkare att bottna vilket i sin tur gör att de riktiga radarekona hamnar under tröskelnivån för brus. Denna störning går ej att eliminera. Enda sättet är att på något sätt försöka lura störsändaren vid signalanalysen.

8. Implementering

Följande kapitel beskriver val av FFT och vilka resulterande beräkningstider som signalanalysen kan få beroende av olika tillvägagångssätt vid frekvensmätningmomenten.

8.1 Storlek på FFT

Vid implementering av en FFT gäller följande. Betrakta figur 8.1.



Figur 8.1: Illustration av parallell FFT implementering

Figur 8.1 visar hur många beräkningssteg som krävs för en FFT vid beräkning av en hel DFT. Det totala antalet steg är $N \cdot \log_r(N)$, där r är en 2-potens och N storleken på DFT:n. En parallell FFT implementering gör dock att dessa beräkningar kan utföras på en tid motsvarande $\log_r(N)$ beräkningssteg. Detta gör att om möjligheten finns att implementera en radix-4 FFT ($r = 4$) istället för en radix-2 ($r = 2$) så erhålls en dubbelt så snabb FFT.

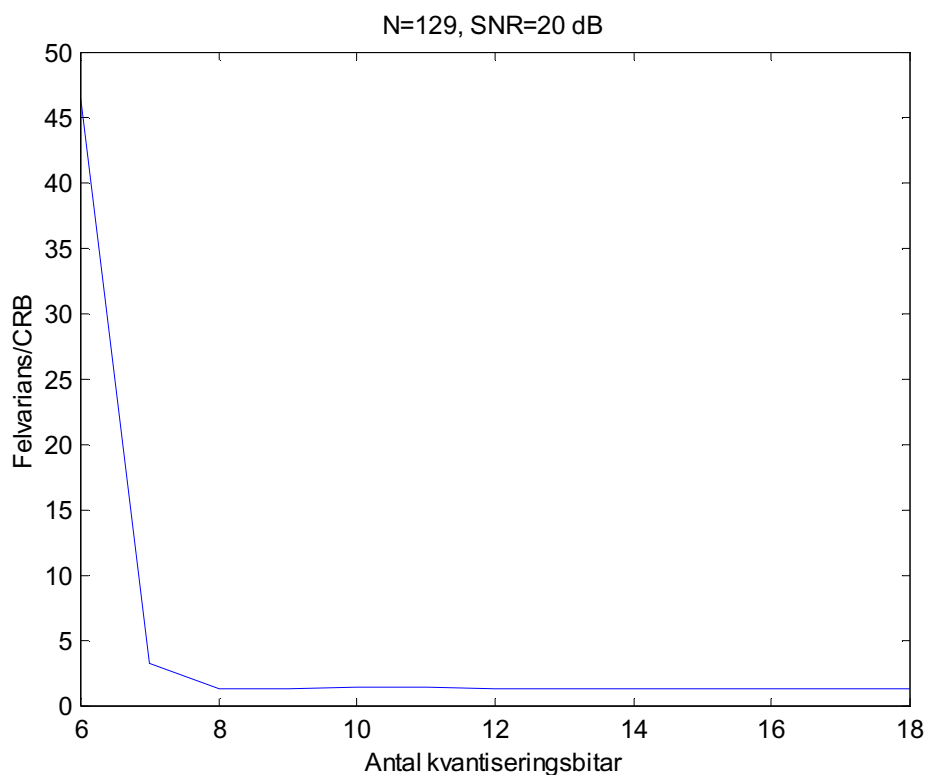
En radix-4 FFT ger aktuella storlekar på 64 eller 256. Om fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6 tillsammans med Goertzel algoritmen ska användas, vilket kräver DFT:n för 128 sampel för tillräcklig noggrannhet, skulle det räcka med en FFT av storlek 64. Detta eftersom DFT:n för en reell datasekvens av längd $2N$ kan beräknas via en DFT av storlek N , se s. 476 i [9]. Således kan DFT:n för en datasekvens av längd 128 beräknas med en radix-4 FFT av storlek 64.

Fördelen med en FFT av storlek 256 är dock att möjligheten finns att göra en frekvensmätning utan Goertzel, dvs bara med fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6. Tillräcklig noggrannhet hos frekvensestimaten kan då uppnås genom att sampla in fler sampel.

För att det senare alternativet ska vara en möjlighet antas att en radix-4 FFT av storlek 256 implementeras. Tidsåtgången för signalanalysens FFT-steg är därför, i följande text, baserat på det valet.

8.2 Kvantisering

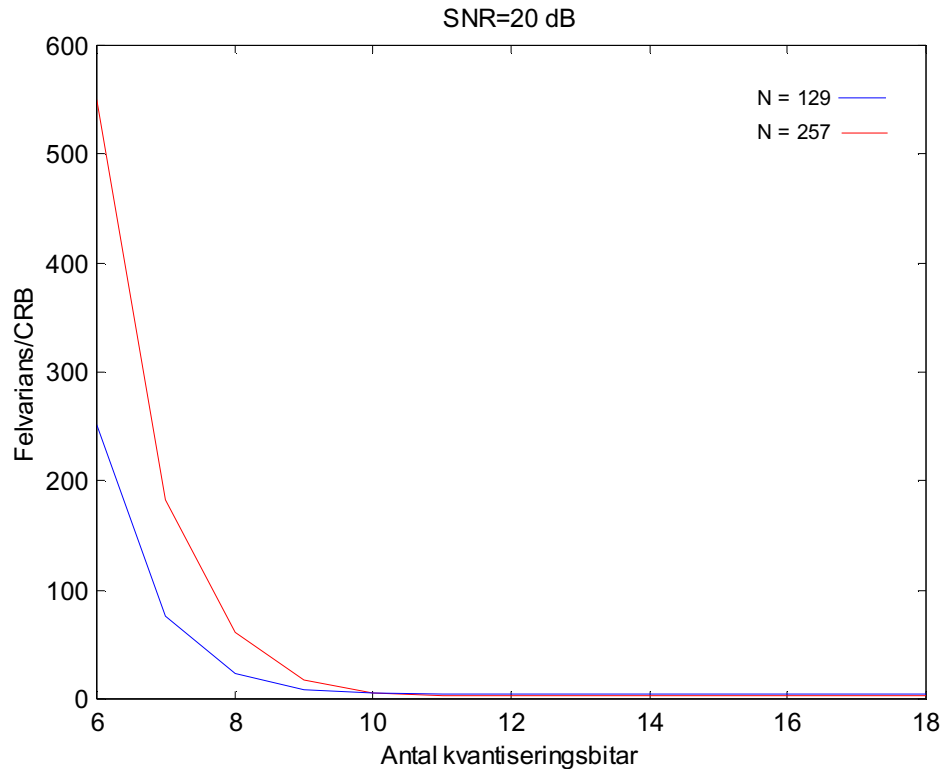
För att bestämma hur många bitar som behövs vid användandet av Goertzel algoritmen, då det initiala frekvenssestimatet ges av fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6, görs en Monte-Carlo baserad simulering för $F = 50.3$ MHz. Resultatet visas i figur 8.2.



Figur 8.2: Antal bitar som krävs för att felvariansen ska konvergera vid användning av Goertzel algoritmen tillsammans med fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6.

Som figuren visar konvergerar felvariansen vid $b = 8$ bitar.

En likadan simulering genomförs även då Goertzel algoritmen ej används, dvs då frekvenssestimaten enbart ges av fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6. Simuleringen genomförs både med 129 sampel och 257 sampel. Resultatet visas i figur 8.3.



Figur 8.3: Antal bitar som krävs för att felvariansen ska konvergera vid användning av fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6.

Som figuren visar konvergerar felvariansen för båda sampellängderna vid $b = 11$ bitar.

8.3 Insamplingsstid vid signalanalys

För att kunna beräkna hur många sampel som totalt sett behöver samplas in vid en signalanalys, och därigenom möjliggöra en uppskattning av den totala insamlingsstiden, behövs konfidensintervall inom vilka frekvensestimaten från de aktuella frekvensmättningsmetoderna beräknas hamna. De aktuella frekvensmättningsmetoderna för signalanalysen ges av:

- 1) FE-G($N_{in} = 129$): Fasestimeringsmetoden enligt avsnitt 4.7.6 tillsammans med Goertzel algoritmen. Antal använda sampel vid frekvensmätning, $N_{in} = 129$. Nollinbakning används för att fylla ut FFT:n.
- 2) FE($N_{in} = 129$): Fasestimeringsmetoden enligt avsnitt 4.7.6. Antal använda sampel vid frekvensmätning, $N_{in} = 129$. Nollinbakning används för att fylla ut FFT:n.
- 3) FE($N_{in} = 257$): Fasestimeringsmetoden enligt avsnitt 4.7.6. Antal använda sampel vid frekvensmätning, $N_{in} = 257$.

Konfidensintervallen definieras enligt tabell 8.1 m h a sannolikhets Tabellen för normalfördelningen på s. 445 i Beta [13]. Standardavvikelsen, $std(\hat{F})$, erhålls via simuleringar och beräkningar enligt avsnitt 8.3.1.

Beteckning, K_p	Sannolikhet, P	Konfidensintervall
K_{99}	99 %	$2,57 * std(\hat{F})$
K_{90}	90 %	$1,64 * std(\hat{F})$

Tabell 8.1: Konfidensintervall med given sannolikhet för de sämsta frekvensestimaten i frekvensbandet 20-88 MHz.

Med standardavvikelser enligt avsnitt 8.3.1 och konfidensintervall enligt tabell 8.1 kan det totala antalet nödvändiga sampel vid en signalanalys, $N_{tot}(K_P)$, beräknas. Resultatet för respektive frekvensmättningsmetod ges av tabell 8.2. Hur $N_{tot}(K_P)$ beräknas beskrivs i avsnitt 8.3.2.

Estimeringsmetod	$std(\hat{F})$	K_{99}	K_{90}	$N_{tot}(K_{99})$	$N_{tot}(K_{90})$
FE-G($N_{in} = 129$)	± 11 kHz	$\pm 28,3$ kHz	$\pm 18,0$ kHz	187	166
FE($N_{in} = 129$)	$\pm 18,5$ kHz	$\pm 47,5$ kHz	$\pm 30,3$ kHz	227	192
FE($N_{in} = 257$)	$\pm 7,9$ kHz	$\pm 20,3$ kHz	$\pm 13,0$ kHz	299	284

Tabell 8.2: Standardavvikelser, konfidensintervall samt antal nödvändiga sampel vid en signalanalys för angivna frekvensmättningsmetoder.

Med sampelvärdena $N_{tot}(K_P)$ från tabell 8.2 kan insamplingstiden vid signalanalysen beräknas.

Estimeringsmetod	$\tau_{in}(K_{99})$	$\tau_{in}(K_{90})$
FE-G($N_{in} = 129$)	0,91 μ s	0,81 μ s
FE($N_{in} = 129$)	1,11 μ s	0,94 μ s
FE($N_{in} = 257$)	1,46 μ s	1,39 μ s

Tabell 8.3: Uppskattade insamplingstider för signalanalys vid användning av angivna frekvensmättningsmetoder.

8.3.1 Beräkning av $std(\hat{F})$

Då tidigare frekvenssestimeringsresultat tagits fram på okvantiserat data samt enbart baserats på sinusoida signaler görs nya frekvensmätningar. Frekvensmätningarna genomförs på kvantiserat data, där datat beskriver en linjär FM signal med brusvärde enligt avsnitt 7.1 och initial fas likformigt fördelad mellan $-\pi$ och π .

Standardavvikelsen för frekvenssestimat erhållna med någon av de aktuella frekvensmättningsmetoderna beräknas på följande sätt. Den lineära FM signalen definieras enligt avsnitt 2.1.2, dvs den frekvenssväver $B = 2$ MHz under $T_p = 5$ μ s. Samplingshastigheten sätts till $F_s = 204.8$ MHz. Detta ger en frekvensökning per sampel, då ett positivt frekvenssväp antas, på:

$$\Delta F = \frac{B}{F_s T_p} = 1,95 \text{ kHz}$$

Om det insamlade datat är av längd N_{in} , sätts den sökta frekvensen till:

$$F = F_{init} + \frac{N_{in} - 1}{2} \Delta F$$

där F_{init} anger frekvenssväpets initialfrekvens. Observera att uttrycket förutsätter ett positivt frekvenssväp.

Med den sökta frekvensen, definierad enligt uttrycket ovan, kan felvariansen erhållas via Monte-Carlo simuleringar beskrivna i avsnitt 6.1. Genom att låta F_{init} svepa över ett tillräckligt stort frekvensband kan ett felvariansmaximum erhållas. Standardavvikelsen, $std(\hat{F})$, beräknas ur detta felvariansmaximum. Således erhålls den maximala standardavvikelsen för frekvenssestimat i frekvensbandet 20-88 MHz.

I det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz ger beräkningar och simuleringar enligt ovan följande standardavvikelser:

- FE-G($N_{in} = 129$) ger en standardavvikelse på ca ± 11 kHz. Detta då $b = 8$ kvantiseringsbitar används enligt figur 8.2.

- FE($N_{in} = 129$) ger en standardavvikelse på ca $\pm 18,5$ kHz. Detta då $b = 11$ kvantiseringsbitar används enligt figur 8.3.
- FE($N_{in} = 257$) ger en standardavvikelse på ca $\pm 7,9$ kHz. Detta då $b = 11$ kvantiseringsbitar används enligt figur 8.3.

8.3.2 Beräkning av $N_{tot}(K_P)$ via tröskelvärde

Då frekvensmätningar på sinusar uppvisar samma standardavvikelser som vid frekvensmätningar på lineära FM signaler beräknas det totala antalet nödvändiga sampel vid en signalanalys på följande sätt.

Den största teoretiska frekvensskillnaden som kan uppstå mellan två efterföljande frekvensmätningar på en sinusoid signal är ca $2|K_P|$, där P anger sannolikheten. Se tabell 8.1 för exempel på K_P . För att kunna urskilja om den inkommande signalen är en sinusoid signal eller en lineär FM signal måste sampelavståndet mellan de två frekvensmätningarna i signalanalysen motsvara $4|K_P|$. Detta garanterar att frekvensskillnaden mellan frekvensestimaten från de två frekvensmätningarna är minst $2|K_P|$ om insignalen är en lineär FM. Således kan $2|K_P|$ användas som ett tröskelvärde för att avgöra om den inkommande signalen är en lineär FM eller en sinus.

Om signalen är en lineär FM erhålls dess svepriktning genom att jämföra de två frekvensestimaten. Är det första estimatet större än det andra är riktningen negativ. Är det första estimatet mindre än det andra är riktningen positiv.

I tabell 8.2 definieras antalet nödvändiga sampel vid signalanalysen, N_{tot} , enligt:

$$N_{tot} = N_{in} + N_{svep} = N_{in} + \frac{4|K_P|}{\Delta F}$$

där N_{in} och ΔF ges av avsnitt 8.3 respektive 8.3.1.

8.4 Beräkningstid för FFT

Antalet tillgängliga beräkningsselement är begränsat varför en bitseriell implementering är motiverad. En bitseriell implementering bör tillåta beräkningen av FFT:n med en hastighet på 300 MHz. Beräkningstiden för radix-4 FFT:n ges då av:

$$\tau_{fft} \approx \frac{(5 + 2b) \log_4 N}{3 \cdot 10^8} \text{ s} \quad (8.4.1)$$

där b är antalet bitar som indata kvantiserats med och $N = 256$, dvs storleken på FFT:n. I uttrycket beskriver $(5+2b)$ följande beräkningsnivåer vilka är nödvändiga för en korrekt beräkning av FFT:n:

- 3 st additionsnivåer
- 1 multiplikationsnivå, vilken representeras av $2b$ i (8.4.1).
- 2 beräkningsnivåer för bestämning av exponenten.

Detta ger en beräkningstid av FFT:n på:

Estimeringsmetod	b	τ_{fft}
FE-G($N_{in} = 129$)	8	0,28 μ s
FE($N_{in} = 129$)	11	0,36 μ s
FE($N_{in} = 257$)	11	0,36 μ s

Tabell 8.4: Uppskattade beräkningstider för FFT med angivna frekvensmätningmetoder.

8.5 Beräkningstid för Goertzel algoritmen

Goertzel algoritmen måste implementeras sekventiellt. Den totala beräkningstiden för flera element av DFT:n blir dock densamma som beräkningstiden för ett element. Detta eftersom dessa kan implementeras parallellt. Beräkningen av ett individuellt element är dock sekventiell. Resultaten har tidigare visat att en datasekvens av längd $N=129$ är tillräckligt för att uppnå önskad frekvensnoggrannhet vid användning av algoritmen tillsammans med fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6. Då beräkningshastigheten är begränsad av en bitparallell multiplikator på 100 MHz ger det en beräkningstid på:

$$\tau_G = \frac{129}{10^7} = 1,29 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

8.6 Total beräkningstid vid signalanalys

Den totala beräkningstiden för FE-G($N_{in} = 129$) beräknas enligt:

$$\tau_{tot} = \tau_{fft} + \tau_G + \tau_{in}$$

För frekvensmättningsmetod FE($N_{in} = 129$) och FE($N_{in} = 257$) blir uttrycket:

$$\tau_{tot} = \tau_{fft} + \tau_{in}$$

Detta ger de totala beräkningstiderna vid signalanalysen.

Estimeringsmetod	$\tau_{tot}(\mathbf{K}_{99})$	$\tau_{tot}(\mathbf{K}_{90})$
FE-G($N_{in} = 129$)	2,48 μs	2,38 μs
FE($N_{in} = 129$)	1,47 μs	1,30 μs
FE($N_{in} = 257$)	1,82 μs	1,75 μs

Tabell 8.5: Uppskattade totala beräkningstider för signalanalys med angivna frekvensmättningsmetoder

8.7 Skattning av det momentana frekvensbandet

Med beräkningstider för signalanalysen enligt tabell 8.5 görs i detta avsnitt en utvärdering av hur bra det momentana frekvensbandet kan skattas beroende på val av frekvensmättningsmetod för signalanalysen.

Det momentana frekvensbandet erhålls genom att försöka skatta de lineära FM pulsernas frekvenssvepsderivata. Således är precisionen på den momentana frekvensbandsinformationen som erhålls vid en signalanalys beroende av standardavvikelsen hos frekvensestimaten samt hur stort mellanrummet mellan frekvensmätningarna görs.

Beräkningar utförs enligt följande. Sätt

$$F_{svep} = N_{svep} \Delta F$$

där F_{svep} anger hur långt den lineära FM pulsen hinner svepa i frekvens under N_{svep} sampel och ΔF definieras enligt avsnitt 8.3. Estimatet av F_{svep} definieras då enligt

$$\hat{F}_{svep} = F_{svep} - 2|C_P| \quad (8.7.1)$$

där C_P anger konfidensintervallet för de sämsta frekvensestimaten vid en skattning av frekvenssvepsderivatan.

Notera att (8.7.1) försummar de fall då skattningen av frekvenssvepsderivatan blir större än den sanna. Dessa fall är dock överflödiga då avsikten endast är att fastställa om val av frekvensmätningssmetod för signalanalysen har någon inverkan på hur bra det momentana frekvensbandet kan skattas.

C_P införs för att underlätta notationen vid presentation av resultat i följande tabeller. Beräkningen av C_P görs på samma sätt som för K_P i avsnitt 8.3. I denna rapport syftar K_P till att ge en procentuell uppfattning om hur många signalanalyser som resulterar i en detektering av en linjär FM signal. C_P syftar till att ge en procentuell uppfattning om hur många signalanalyser som resulterar i en viss precision hos skattningen av det momentana frekvensbandet.

Ett mått på precisionen hos skattningen av frekvenssvepsderivatan ges av

$$k_{svep} = \frac{\hat{F}_{svep}}{F_{svep}}$$

där $k_{svep} = 1$ ger den sanna frekvenssvepsderivatan.

Då $FE(N_{in} = 129)$ och $FE(N_{in} = 257)$ ger de kortaste signalanalystiderna utvärderas endast de.

$FE(N_{in} = 129)$ ger med $\tau_{tot}(K_{99}) = 1,47 \mu s$, dvs $N_{svep} = 98$ sampel, och $\tau_{tot}(K_{90}) = 1,30 \mu s$, dvs $N_{svep} = 63$ sampel, följande tabell.

Konfidensintervall	$k_{svep}, (\tau_{tot}(K_{99}))$	$k_{svep}, (\tau_{tot}(K_{90}))$
C_{20}	0,9510	0,9237
C_{40}	0,8985	0,8421
C_{60}	0,8371	0,7465
C_{80}	0,7519	0,6140
C_{99}	0,5000	0,2260

Tabell 8.6: Mått på precision hos skattning av det momentana frekvensbandet vid signalanalys med $FE(N_{in} = 129)$.

$FE(N_{in} = 257)$ ger med $\tau_{tot}(K_{99}) = 1,82 \mu s$, dvs $N_{svep} = 42$ sampel, och $\tau_{tot}(K_{90}) = 1,75 \mu s$, dvs $N_{svep} = 27$ sampel, följande tabell.

Konfidensintervall	$k_{svep}, (\tau_{tot}(K_{99}))$	$k_{svep}, (\tau_{tot}(K_{90}))$
C_{20}	0,9511	0,9240
C_{40}	0,8988	0,8426
C_{60}	0,8376	0,7474
C_{80}	0,7528	0,6154
C_{99}	0,5000	0,2288

Tabell 8.7: Mått på precision hos skattning av det momentana frekvensbandet vid signalanalys med $FE(N_{in} = 257)$.

Som tabellerna 8.6-7 visar ger en signalanalys med respektive frekvensmätningssmetoder samma momentana frekvensbandsinformation. Dock resulterar $FE(N_{in} = 129)$ i en kortare signalanalystid, se tabell 8.5.

Noterbart är att förmågan att få bra momentan frekvensbandsinformation minskar då K_P tillåts bli mindre. Således kan det bli svårt att skatta det momentana frekvensbandet om en alltför snabb signalanalys är önskvärd till bekostnad av förmågan att detektera lineära FM signaler.

Någon märkbar skillnad i precision uppstår först när N_{svep} tillåts bli större. Detta eftersom $FE(N_{in} = 257)$ har en bättre standardavvikelse än $FE(N_{in} = 129)$ och ΔF kan anses vara konstant vilket resulterar i att signalanalysen med $FE(N_{in} = 257)$ stegvis ökar i precision relativt $FE(N_{in} = 129)$ när N_{svep} går mot ett större värde. Detta är dock inte aktuellt eftersom signalanalystiden i sådana fall blir för lång vilket inte är lönsamt ur störeffektsynpunkt eftersom den effektvinst som går att göra genom bättre momentan frekvensbandsinformation är mindre än den effektvinst som går att göra genom en snabbare signalanalys.

9. Slutsatser

Följande slutsatser har dragits.

9.1 Effektiv störning

För att uppnå så hög störeenergi som möjligt i SAR-mottagaren måste följande punkter beaktas:

- Signalanalysen tar en viss tid. Detta leder till att repeterstörning måste användas i ett inledande stadium. Denna störform är dock ineffektiv då endast ca 1/4 av den utsända störeffekten går in i SAR-mottagaren. Dess användning måste därför minimeras.
- När signalanalysen har nått till ett stadium då momentan frekvensbandsinformation kan tillhandahållas kan övergång ske till en effektivare störform. En sådan utgörs av att sända ut en frekvenshoppande CW inom radarns momentana frekvensband. Fördelaktigt är om störsignalen kan göras tillräckligt stark så att mottagaren bottnar. Detta eftersom de riktiga målekona då hamnar under mottagarens tröskelnivå för brus.
- Mer störeffekt passerar SA-filtret i SAR-mottagaren om störsignalen ges en frekvens som ligger så nära mittenfrekvensen i det momentana frekvensbandet som möjligt. Detta betyder att bättre momentan frekvensbandsinformation ökar möjligheterna till en bättre störning.

9.2 Val av frekvensmättningsmetod för signalanalys

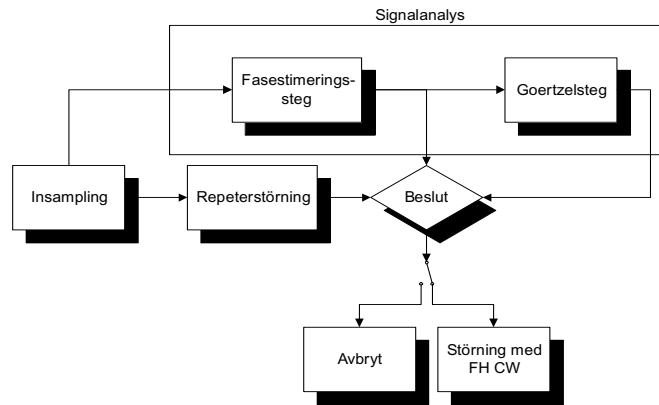
Resultat i avsnitt 8.7 visar att fasestimeringsmetoderna $FE(N_{in} = 129)$ respektive $FE(N_{in} = 257)$, definierade i avsnitt 8.3, resulterar i signalanalyser med approximativt samma precision i skattningen av det momentana frekvensbandet. Detta motiverar ett val av $FE(N_{in} = 129)$ för signalanalysen då denna medför en kortare signalanalystid.

Då frekvensestimater erhållna från $FE(N_{in} = 129)$ kan förbättras med ett Goertzelsteg motiverar detta en signalanalys vilken delas upp i två steg givna av.

- 1) Ett fasestimeringssteg, som använder $FE(N_{in} = 129)$, för detektion av en lineär FM signal samt tillgödoseende av så bra momentan frekvensbandsinformation som möjligt.
- 2) Ett Goertzelsteg med avsikt att förbättra den momentana frekvensbandsinformationen.

9.3 Störmetodik

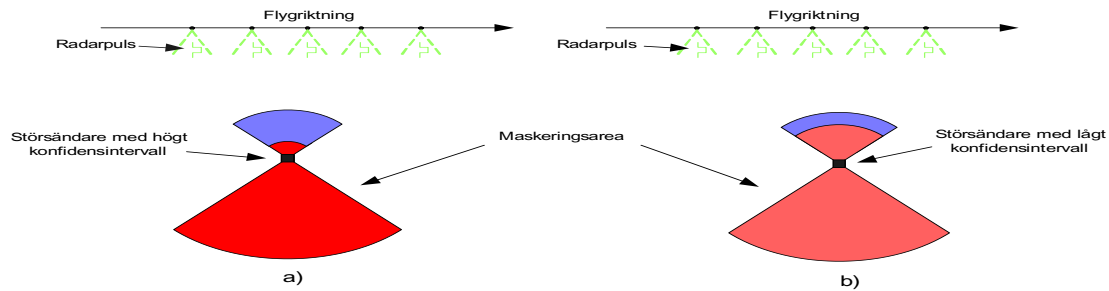
Avsnitt 9.1-2 motiverar en störmetodik vilken beskrivs av blockschemat i figur 9.1. I text kan metodiken beskrivas som följer. Först samplas den inkommande signalen in. Därefter inleds repeterstörning samtidigt som det första steget av signalanalysen, fasestimeringssteget, också inleds. När fasestimeringssteget är klart finns det underlag för att ett preliminärt beslut ska kunna tas angående den insamlade signalens modulationsform, dvs om det är en lineär FM signal (radarpuls) eller en vanlig sinussignal (civil radiosignal). Om fasestimeringssteget resulterar i att den insamlade signalen bedöms vara en radarpuls ersätts repeterstörningen med en signalanalysbaserad störning i form av en frekvenshoppande CW (FH CW). Bedöms dock den insamlade signalen vara en sinussignal tas beslutet att avbryta repeterstörningen så att störning av civila radiosignaler ej riskeras samt att störeffekt ej går förlorad. Goertzelsteget förbättrar frekvensestimaten från fasestimeringssteget så att en noggrannare analys av den inkommande signalen kan göras. Detta möjliggör att tidigare felaktiga beslut, baserat på fasestimeringssteget, kan upptäckas men också att förutsättningarna för en effektivare signalanalysbaserad störning, via bättre momentan frekvensbandsinformation, förbättras.



Figur 9.1: Störmetodik

9.4 Val av konfidensintervall

Valet av konfidensintervall K_P påverkar förmågan att detektera lineära FM signaler samt precisionen hos den momentana frekvensbandsinformationen som kan erhållas från signalanalysen till förmån för en kortare eller längre signalanalystid. Låga konfidensintervall resulterar i en snabbare signalanalys till skillnad från då höga konfidensintervall väljs. Detta medför att en uppgradering av störform från repeterstörning till signalanalysbaserad störning kan göras i ett tidigare skede. Således fås bra störning framför störsändaren. Dock blir den signalanalysbaserade störningen vid låga konfidensintervall inte lika effektiv som vid höga konfidensintervall vilket gör att användning av höga konfidensintervall leder till bättre störning bakom störsändaren samt även en bit framför beroende på hur snabb signalanalysen är, se figur 9.2 för illustration. Det går därför inte säga att det finns ett optimalt val av konfidensintervall. Teoretiskt sett kan konfidensintervall ner till 25 % tillåtas för signalanalysen. Detta då endast ca 25 % av störeffekten går in i SAR-mottagaren vid repeterstörning vilket gör att all störning över den nivån kan anses vara bättre.



Figur 9.2: Störscenariona i a) och b) beskriver hur maskeringsarean påverkas av val av konfidensintervall. I a) väljs ett högre konfidensintervall än i b). Följden av detta blir att repeterstörning (blå maskeringsarea) får en högre täckningsgrad i a) jämfört med i b). Detta resulterar i att a) får sämre störning framför störsändaren än i b) eftersom repeterstörning är mindre effektiv än den signalanalysbaserade störningen. Dock blir den signalanalysbaserade störningen (röd maskeringsarea) effektivare i a) än i b) då ett högt konfidensintervall leder till en hög detektionsnivå av radarpulser. Detta markeras i figuren med att a) har en skarpare röd färg än b).

9.5 Allmänna slutsatser

En slutsats som kan dras i arbetet med att hitta en bra störform mot SAR är att signalanalysens prestanda är avgörande för hur effektiv störningen blir. Således, om ytterligare förbättringar inom detta område önskas utvecklas så bör arbetet inrikta sig på signalanalysen.

Vidare kan det tilläggas att FE-G($N_{in} = 129$) i föregående kapitel kan bli aktuell för framtida användning i signalanalysen. I denna rapport rekommenderas att FE($N_{in} = 129$) i ett inledande steg av signalanalysen används, vilket sedan följs av ett Goertzelsteg. Detta är fördelaktigt då Goertzel algoritmen har en sådan lång beräkningstid vilket gör att en preliminär signalanalys är önskvärd redan efter första delen av den totala signalanalysen, dvs innan Goertzelsteget inleds.

En signalanalys med FE-G($N_{in} = 129$) består bara av *ett* steg och gör således ingen preliminär signalanalys. I tabell 8.3 presenteras insamplingstiderna för de aktuella frekvensmätningssmetoderna. Tabellen visar att FE-G($N_{in} = 129$) ger kortast insamplingsstid. Detta får till följd att om hårdvara i framtiden kan göras tillräckligt beräkningssnabb så att den dominerande faktorn i den totala beräkningstiden för signalanalysen blir insamplingstiden så kommer en snabbare signalanalys erhållas genom att använda FE-G($N_{in} = 129$).

10. Framtida arbete

Det finns mycket arbete att gå vidare med för att effektivisera och förbättra störning mot SAR. Exempelvis kan följande förslag uppmärksammas.

- En störstrategi kan utarbetas då ett SAR-system har möjligheten att sända ut falska pulser för att lura störsändaren att störa på fel frekvensband. Med strategi menas en sorts ordning för när störsignal ska sändas och när nya sampel ska tas in för att försäkra sig om att störning sker på korrekta frekvenser.
- Effektivare signalanalys kan säkert utarbetas. Intressant vore att undersöka om användandet av en modifierad version av Goertzel algoritmen resulterar i detta. I denna rapport används Goertzel algoritmen för att utvärdera fixfrekvenser. Istället för att göra det kan en modifierad version användas vilken utvärderar indatat m på svepande frekvenser av olika lutning då det är en lineär FM signal som söks. Detta görs genom att ändra på frekvensparametern i algoritmen.

11. Referenser

- [1] Stimson, G. W., *Introduction to Airborne Radar. Second edition.* 1998, SciTech Publishing Inc., Mendham. ISBN 1-891121-01-4
- [2] Ulander, L., Larsson, B., Gustavsson, A., Fröling, P., Jonsson, T., Stenström, G., *RAMCAR-98. CARABAS VHF-band SAR. Final report.* 2001, Linköping, FOI.
- [3] Levanon, N., *Radar principles.* 1988, John Wiley & Sons, New York. ISBN 0-471-85881-1
- [4] Kay, S., *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, 1993, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall.
- [5] Sprenger, S. M., *Stephan M. Sprenger's Audio DSP Pages*, 2001, <http://www.dsdimension.com>.
- [6] Offelli, C., Narduzzi, C., Petri, D., Zanin, F. E., "Comparative analysis of non-parametric and parametric frequency methods," *IMTC/93. Conference Record., IEEE*, 1993, pp. 603-607.
- [7] Santamaría, I., Pantaleón, C., Ibañez, J., "A comparative study of high-accuracy frequency estimation methods", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2000, vol. 14, no. 5, pp. 819-834.
- [8] Kay, S., "A fast and accurate single frequency estimator," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1989, vol 37, pp. 1987-1990.
- [9] Proakis, J. G., Manolakis, D. G., *Digital Signal Processing, Principles, Algorithms and Applications. Third Edition.* 1996, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall.
- [10] Händel, P., *On frequency estimation*, 2001, <http://www.s3.kth.se/~ph>.
- [11] Quinn, B. G., Fernandez, J. M., "A fast efficient technique for the estimation of frequency," *Biometrika*, 1991, vol. 78, pp. 489-97.
- [12] Händel, P., "Properties of the IEEE-STD-1057 Four-Parameter Sine Wave Fit Algorithm," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2000, vol. 49, pp. 1189-1193.
- [13] Råde, L., Westergren, B., *Beta, Mathematics Handbook for Science and Engineering.* 1995, Studentlitteratur.

12. Figurförteckning

Figur 2.1:	SA-filtret. Efterföljande delar av pulsen passerar filtret fortare vilket resulterar i en puls med högre amplitud och mindre bredd.....	3
Figur 2.2:	Störscenario. För att få maskering fram till punkten r_I bakom störsändaren krävs störpulslängden τ_p	4
Figur 2.3:	Pulsreflektion. På att det tar en viss tid för hela radarpulsen att reflekteras är det möjligt att uppnå störning framför störsändaren.....	5
Figur 3.1:	För att generera en syntetisk antenn flyger SAR en integrationssträcka vilken motsvarar längden på en reell antenn med samma upplösning. Under integrationssträckan sänds radarpulser ut med en mindre antenn vars ekon registreras. Då sträckan passerats signalprocessas ekon varpå en radarbild, via bildprocessning, kan skapas.....	7
Figur 3.2:	Då de utsända radarpulserna har modulationsformen lineär FM uppstår pulskompression i SA-filtret när ekon passerar. För att undvika oönskad interferens används ett bandpassfilter vilket endast släpper igenom frekvenser motsvarande det momentana frekvensbandet. Detta ges av de lineära FM pulsernas frekvenssvep.....	7
Figur 3.3:	Rangebinne för en radar med avståndsupplösning 3 m. Sträckan till belysningsarean representeras av x	9
Figur 3.4:	Illustration av princip använd av SAR.....	9
Figur 3.5:	Illustration av princip använd av SAR. λ är de utsända radarpulsernas våglängd.....	9
Figur 3.6:	Illustration av faskompensering.....	9
Figur 3.7:	Illustration av hur SAR beräknar ekoenergin för punkter som inte ligger på boresight linjen.....	10
Figur 4.1:	Lineär FM puls.....	13
Figur 4.2:	Problemmodellering innan några antaganden har gjorts. ω_1 och ω_3 representerar frekvenser från interfererande radiosignaler och $\Delta\omega_2$ den lineära FM signalens momentana frekvensband.....	14
Figur 4.3:	Problemmodellering efter antaganden gjorts. ω_{mitten} är mittenfrekvensen i $\Delta\omega_2$	14
Figur 4.4:	En lineär FM puls. Två olika frekvensmätningar på två olika sekvenser sampel av längd Δn och ett lämpligt mellanrum resulterar i frekvensestimaten f_1 och f_2 . Skillnaden mellan estimaten är frekvensändringen som uppstår under mellanrummet. Ur detta erhålls frekvenssvepsderivatan från vilken det momentana frekvensbandet kan skattas.....	15
Figur 4.5:	Fouriertransform av en fönstrad sinus med frekvens $f_0 = 32.3/N$. Spektralspikarna från DFT:n och frekvensavvikelsen δ pekas ut.....	17
Figur 4.6:	För att bättre illustrera hur de två sinusarna ger amplitudbidrag till varandra har de placerats exakt mellan två binfrekvenser.....	18
Figur 4.7:	Energispektrum för en sinus. Vid Fourieranalys återfinns en sinus i vitt brus genom att söka efter den högsta toppen i datasekvensens energispektrum.....	19

Figur 4.8: Kaiserfönster för olika värden på β . Genom denna parameter kan balansen mellan storlek på huvudlob och sidlob kontrolleras.....	20
Figur 4.9: Andragradspolynom anpassat efter de tre högsta spikarna i spektrumet.....	21
Figur 4.10: Indelning av data i ramar.....	22
Figur 4.11: Den övre sinusen men inte den undre har en frekvens som ligger exakt på en binfrekvens. Ingen överlappning används.....	22
Figur 4.12: Indelning av data i ramar då maximal överlappning används.....	23
Figur 4.13: Om frekvensskillanden mellan f_1 och f_2 är stor eller om deras placering relativt DFT:ns binfrekvenser är ogynnsam kommer samplen i de två intilliggande ramarna att korrelera bäst med två olika binfrekvenser. Frekvensestimatet kommer då att bli felaktigt.....	24
Figur 4.14: Goertzel algoritmen.....	25
Figur 4.15: Enhetscirkeln. Notera att $\Delta a_1 > \Delta a_2$ trots att $ \omega_1 - \hat{\omega}_1 = \omega_2 - \hat{\omega}_2 $	28
Figur 4.16: Felvariansen vid estimering av frekvenser nära 0 och $F_s/2$ blir sämre jämfört med felvariansen för estimering av frekvenser nära $F_s/4$. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz.....	28
Figur 4.17: Felvariansen/CRB då en mätbas använts. Estimaten som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera de felvariansmaximum och minimum som uppkommer	29
Figur 4.18: $(n+1/4)$ eller $(n+3/4)$ perioder av den sökta frekvensen motsvarar en ändpunkt i ett maximum respektive ett minimum.....	30
Figur 4.19: Faltningen resulterar i en skarp topp i frekvensplanet om indata så nära som möjligt består av $(n+1/4)$ eller $(n+3/4)$ perioder av den sökta frekvensen.....	30
Figur 4.20: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimaten som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Det initiala frekvensestimatet matchas med en mätbas som ger ett felvariansminimum i samma frekvensområde. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz.....	31
Figur 4.21: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimaten som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera att felvariansminimumens placering ligger närmare varandra vid låga frekvenser relativt samplingsfrekvensen $F_s = 204.8$ MHz.....	32
Figur 4.22: Felvariansen/CRB då 7 mätbaser använts. Estimaten som använts i plotten har erhållits med Goertzel algoritmen via initiala estimat givna av frekvensmätningssmetoden i avsnitt 4.7.6. Notera att en tillfredställande spridning av felvariansminimum fås även på frekvenser runt 20 MHz.....	32
Figur 6.1: Illustration av simuleringsresultat då frekvenshoppning ej använts. De ljusa ringarna innehåller mindre störeffekt vilket resulterar i att rangebinnarna som motsvarar dessa ringar får mindre störeffekt.....	38
Figur 6.2: Illustration av simuleringsresultat då frekvenshoppning använts. Notera att de ljusa ringarna blir mer utsmetade vilket kan tolkas som att en jämnare störeffektnivå mellan rangebinnarna erhålls.....	38
Figur 6.3: Modell av störscenario sett från sidan.....	39

Figur 6.4: Modell av störscenari sett ovanifrån.....	40
Figur 7.1: Felvariansen/CRB för frekvensestimater givna av FFT med nollinbakning.....	42
Figur 7.2: Simuleringsresultat för val av lämpligt β -värde.....	43
Figur 7.3: Då förbättring av de sämsta felvarianserna, dvs vid SNR = 20 dB, är av störst intresse är $\beta=12$ det mest fördelaktiga parametervärdet för Kaiserfönstret. Notera att metoden inte är konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten. Detta oberoende av β	44
Figur 7.4: Simuleringsresultat för val av lämpligt β -värde.....	45
Figur 7.5: Då förbättring av de sämsta felvarianserna, dvs vid SNR = 20 dB, är av störst intresse är $\beta = 8.45$ det mest fördelaktiga parametervärdet för Kaiserfönstret. Notera att $\beta = 20$ resulterar i att metoden nästan kan anses vara konsistent i den meningen att estimaten går mot sina sanna värden då SNR går mot oändligheten.....	46
Figur 7.6: Felvarianser för estimat givna av polynomanpassningsmetoden samt fasestimeringsmetoden beskriven i avsnitt 4.7.6. Tydligt är att den senare lämpar sig bäst som initial frekvensmätningss metod.....	47
Figur 7.7: Goertzel algoritmen används för att beräkna indatasekvensens värden i frekvensspektrumet vid frekvenser angivna enligt figuren.....	48
Figur 7.8: Felvarianser för estimat givna m h a Goertzel algoritmen då en respektive 7 mätbaser använts. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz. Notera att båda tillvägagångssätten ger bra estimat.....	49
Figur 7.9: Felvarianser för estimat givna m h a Goertzel algoritmen då en respektive 7 mätbaser använts. Samplingsfrekvensen använd i figuren är $F_s = 204.8$ MHz. Notera skillnaden i storlek på felvariansmaximum mellan de två tillvägagångssätten.....	49
Figur 7.10: Felvarianser för estimat givna m h a Goertzel algoritmen då 7 mätbaser använts. Notera att de understiger $2 \cdot \text{CRB}$ för hela det aktuella frekvensbandet 20-88 MHz, vilket är målet.....	50
Figur 7.11: Felvarianser för estimat givna av den parametriska metoden beskriven i avsnitt 4.9.1 då 7 mätbaser använts. Notera cosfaktorns inverkan.....	51
Figur 7.12: Störeffektfördelning över godtyckligt vald sträcka 0-30 m. SA-filtret ges av en linjär FM puls i frekvensbandet 20-22 MHz. Notera att störeffektskillnaderna kan bli stora då bara en CW frekvens används.....	52
Figur 7.13: Störeffektfördelning över godtyckligt vald sträcka 0-2800 m. SA-filtret ges av en linjär FM puls i frekvensbandet 70-72 MHz. Notera att en större störeffekt passerar SA-filtret om störsignalen ges en resulterande svepfrekvens som stämmer bra överens med mittenfrekvensen i det momentana frekvensbandet.....	53
Figur 7.14: Störeffektfördelning över godtyckligt vald sträcka 0-2800 m. SA-filtret ges av en linjär FM puls i frekvensbandet 70-72 MHz. Notera att störeffekten är ca 5-6 dB högre än vid repeterstörning.....	54
Figur 7.15: Störeffektfördelning given av simuleringen i avsnitt 6.3. Störpulserna ges av en CW med frekvens 51 MHz. Det kontinuerligt återkommande störeffektminimumet leder till en relativt dålig utsmetning av störeffekten över rangebinnarna.....	55

Figur 7.16: Störeffektfördelning given av simuleringen i avsnitt 6.3. Störpulserna ges av en FH CW med frekvenser 50.146, 50.537, 50.732 MHz. Störeffektminimumet i figur 7.15 har ersatts av fyra andra kontinuerligt återkommande störeffektminimum. Detta innebär att störeffekten har smetats ut på ett jämnare sätt över rangebinnarna.....	55
Figur 8.1: Illustration av parallell FFT implementering.....	57
Figur 8.2: Antal bitar som krävs för att felvariansen ska konvergera vid användning av Goertzel algoritmen tillsammans med fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6.....	58
Figur 8.3: Antal bitar som krävs för att felvariansen ska konvergera vid användning av fasestimeringsmetoden i avsnitt 4.7.6.....	59
Figur 9.1: Störmetodik.....	66
Figur 9.2: Störscenariona i a) och b) beskriver hur maskeringsarean påverkas av val av konfidensintervall. I a) väljs ett högre konfidensintervall än i b). Följden av detta blir att repeterstörning (blå maskeringsarea) får en högre täckningsgrad i a) jämfört med i b). Detta resulterar i att a) får sämre störning framför störsändaren än i b) eftersom repeterstörning är mindre effektiv än den signalanalysbaserade störningen. Dock blir den signalanalysbaserade störningen (röd maskeringsarea) effektivare i a) än i b) då ett högt konfidensintervall leder till en hög detektionsnivå av radarpulser. Detta markeras i figuren med att a) har en skarpare röd färg än b).....	66