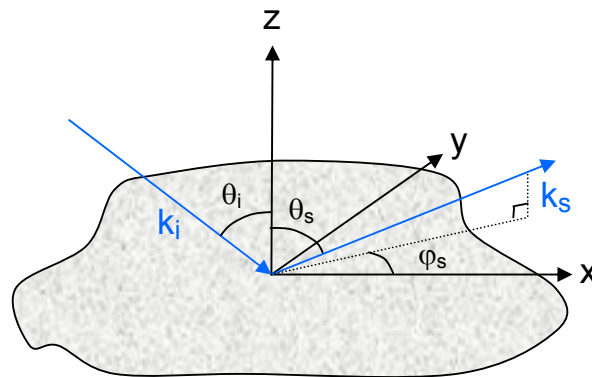


Magnus Gustafsson, Stefan Nilsson
Jonas Rahm, Erik Zdansky

Modelleringsmetoder för bistatisk markspridning

- Litteraturstudie -



TOTALFÖRSVARETS FORSKNING SINSTITUT

Sensorteknik
Box 1165
581 11 Linköping

FOI-R--0825--SE

Februari 2003

ISSN 1650-1942

Vetenskaplig rapport

Magnus Gustafsson, Stefan Nilsson
Jonas Rahm, Erik Zdansky

Modelleringsmetoder för bistatisk markspridning

- Litteraturstudie -

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Sensorteknik Box 1165 581 11 Linköping	Rapportnummer, ISRN FOI-R--0825--SE	Klassificering Vetenskaplig rapport
	Forskningsområde 6. Telekrig	
	Månad, år Februari 2003	Projektnummer E 3015
	Verksamhetsgren 5. Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 62. Signaturanpassning	
Författare/redaktör Magnus Gustafsson Stefan Nilsson Jonas Rahm Erik Zdansky	Projektledare Jonas Rahm	
	Godkänd av Svante Ödman	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning Försvarmakten	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Jonas Rahm	
Rapportens titel Modelleringsmetoder för bistatisk markspredning - Litteraturstudie.		
Sammanfattning (högst 200 ord) Föreliggande litteraturstudie är en fortsättning av tidigare genomförd litteratursökning [FOI Memo 02-2332], och är inriktad mot att utreda och sammanställa olika bistatiska markmodelleringsmetoder. Syftet med studien är att redovisa befintliga metoder/modeller för bistatisk markspredning möjliga att implementera i framtida arbeten rörande växelverkan mellan objekt och mark. Studien visar på stora svårigheter att modellera strykande infall. Generella metoder som klarar att modellera alla typer av markojämnheter och infallsvinklar är föremål för forskning. Den idag kanske mest intressanta (approximativa) metoden för att klara ett bredare spektrum av markskrovighet är IEM – Integral Equation Method. Den samlade litteraturstudien visar på få jämförelser mellan modeller och mätningar. Framförallt är IEM-metoden och SSA-metoden (Small-slope approximation) eftersatta vad det gäller jämförande mätningar och beräkningar. För att mer noggrant kunna utvärdera de metoder som presenterats i denna rapport, bör dessa implementeras och sedan jämföras inbördes. En möjlig väg är att de jämförs mot någon av de exakta numeriska metoderna. För att få en bättre uppfattning om metodernas giltighet och begränsningar, bör en utvärdering göras mot experimentella bistatiska mätningar.		
Nyckelord RCS, radarmålarea, markmålarea, bistatisk spridning, markspredning, perturbationsmetoder, PO-metoden, Kirchhoffmetoden, Two-scale model, Small-slope approximation, Integral equation method, IEM		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 72 s.	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Sensor Technology P.O. Box 1165 SE - 581 11 Linköping	Report number, ISRN FOI-R—0825--SE	Report type Scientific Report
	Research area code 6. Electronic warfare	
	Month year February 2003	Project no. E 3015
	Customers code 5. Contracted research	
	Sub area code 62. Stealth Technology	
Author/s (editor/s) Magnus Gustafsson Stefan Nilsson Jonas Rahm Erik Zdansky	Project manager Jonas Rahm	
	Approved by Svante Ödman	
	Sponsoring agency Swedish Armed Forces	
	Scientifically and technically responsible Jonas Rahm	
Report title (In translation) Methods for the modelling of bistatic ground scattering - A literature review		
Abstract (not more than 200 words) <p>The present review is partly based on a previous literature search [FOI Memo 02-2332]. It is aimed at compiling the different models describing bistatic scattering at rough surfaces and at investigating the basis of and the relations between them. The study does not cover all models but concentrates on the small perturbation method/model (SPM), Kirchhoff methods, the integral equation method (IEM) and the small-slope approximation (SSA). The purpose of the study is to find methods and models suitable for implementing target-ground interaction in RCS calculations.</p> <p>Presently IEM appears to be the approximate method able to handle the widest spectrum of roughness conditions. The study indicates that these methods are not well suited for handling grazing incidence or scattering. General methods for the handling of any rough surface in any scattering geometry are subject to research.</p> <p>Few studies compare models to measurements. In particular IEM and SSA have been neglected in this respect. Some comparisons have been made with "exact" numerical methods such as FDTD and MoM.</p> <p>In order to evaluate the methods treated in this report they should be implemented and compared with each other, experiments and possibly "exact" methods.</p>		
Keywords RCS, radar cross section, ground reflectivity, bistatic scattering coefficients, bistatic scattering, ground scattering, perturbation method, physical optics, PO, Kirchhoff method, two-scale model, small-slope approximation, integral equation method, IEM		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 72 p.	
	Price acc. to pricelist	

Innehåll

1. Inledning.....	6
2. Ytkarakterisering	7
Inledning.....	7
Höjdsannolikhetsfördelning.....	7
Ytkorrelationsfunktion.....	8
Isotropa och anisotropa ytor	8
Effekt-spektrum.....	9
RMS-gradient	9
Rayleighkriteriet.....	9
Fraktala ytor.....	11
3. Perturbationsmetoder.....	12
Bakgrund.....	12
Perturbationsteorin.....	13
Perturbationsmetoder av första ordningen	14
Ytskrovlighetens effekt på en infallande horisontellt polariserad våg.....	17
Ytskrovlighetens effekt på en infallande vertikalt polariserad våg	18
Dielektriska ytor	18
Depolarisation.....	19
Rayleigh-Rice teori	19
Fasperturbationsteknik	21
Noggrannheten och begränsningar i perturbationsteorin	21
4. Kirchhoff-metoden	22
Inledning	22
Kirchhoffmetodens historia.....	22
Generella fysikaliska och matematiska approximationer.....	22
Mycket skrovliga ytor	24
Mindre skrovliga ytor	28
Skuggning	30
Medelskrovliga ytor	32
Sammanfattning av Kirchoffmetoden	34
5. Two Scale Method.....	35
Inledning	35
Översiktlig beskrivning.....	35

6. Small-slope approximation.....	36
Inledning	36
Historia.....	36
Teori.....	36
Bestämning av koefficienter	38
Ytor med Gaussisk höjdfördelning.....	39
Multipelspredning, skuggning och reciprocitet	40
Sammanfattning SSA	40
7. IEM – Integral Equation Method.....	41
Inledning	41
IEM-metodens historia.....	41
Teori.....	41
Förenkling av Kirchhoffälten	43
Förenklade kompletterande fält.....	43
Fjärrfält.....	44
Beräkning av f_{qp} och F_{qp}	45
Medelvärdesbildning	48
Karakterisering av ytan.....	49
Slututtryck	49
Skuggning	50
Multipelspredning.....	51
Resultat.....	51
Sammanfattning IEM.....	52
8. Numeriska metoder	53
Inledning	53
Momentmetoden	53
Finita differensmetoden i tidsdomän (FDTD).....	53
Fysikalisk-optik-metoden.....	53
9. Slutsatser.....	55
Föreliggande arbete	55
Framtida arbete	55
10. Referenser.....	56
APPENDIX A (Kirchhoffmetoden - mindre skrovlig yta).....	59
APPENDIX B (Small-Slope Approximation).....	66
APPENDIX C (Integral Equation Method).....	67

1. Inledning

Mätning och beräkning av radarmålarea har tidigare koncentrerats mot att bestämma målobjektets s.k. frirymdsmålarea. Detta mått är adekvat för flygfallet, men inte användbart för objekt i sjö- resp markbakgrund, eftersom effekten av växelverkan mellan bakgrund och objekt är av avgörande betydelse för den totala radarmållytan. För att kunna beräkna denna växelverkan, måste modeller för bistatisk spridning mot mark tas fram. Modellerna är också av intresse för bistatiskt klotter.

Under hösten 2002 genomfördes en litteratursökning i diverse databaser i syfte att kartlägga existerande mät- och modelleringsmetoder för bistatisk markspridning inom mikrovågsområdet [1]. I förekommande fall medtogs även spridning från närliggande våglängdsområden och från andra typer av ytor, såsom hav och vegetationsklädda markytor m.fl. Tidigare har också en förstudie [2] genomförts för att utreda vilka problemställningar som uppkommer i samband med bistatiska mätningar. Föreliggande litteraturstudie kan ses som en fortsättning av litteratursökningen, inriktad mot att utreda och sammanställa olika bistatiska markmodelleringsmetoder. Modeller som bedömts vara alltför inskränkta för att äga tillämplighet, har inte beaktats, alternativt redovisats översiktligt. Jämfört med vad som framkom via litteratursökningen, har ytterligare referenser tillförts och förhoppningsvis har de flesta relevanta arbeten inom området beaktats.

Ett fundamentalt problem vid modellering av spridning från mark är att flertalet modelleringsmetoder är begränsade till att gälla för ett visst område av markskrovlighet. Vidare uppträder stora svårigheter att modellera strykande infall. Generella metoder som klarar att modellera alla typer av markjämnheter och infallsvinklar är ännu inte utvecklade och frågan är huruvida sådana är realiserbara. Den idag kanske mest intressanta (approximativa) metoden för att klara ett bredare spektrum av markskrovlighet är IEM – Integral Equation Method.

För att introducera läsaren i den terminologi som vanligtvis förekommer i litteraturen definieras grundläggande begrepp för ytkarakterisering i kapitel 2.

I föreliggande arbete redovisas de olika modelleringsmetoderna i separata kapitel; kapitel 3 - Perturbationsteorin, kapitel 4 - Kirchhoff-metoden, kapitel 5 – Two-scale, kapitel 6 – Small-slope approximation, kapitel 7 – IEM, kapitel 8 – Numeriska metoder. Den bakomliggande teorin förklaras, i vissa fall detaljerat, i andra fall mer principiellt. Huvudsyftet är att ge läsaren en förståelse för metodens teoretiska grund och i synnerhet dess möjlighet att tillämpa. Således ges för de flesta spridningsmodeller slututtryck vilka är tillämpliga.

I det sista kapitlet ges kortfattade slutsatser av genomförd studie samt förslag till fortsatt arbete.

Avslutningsvis vill författarna framföra tack till Lars Pettersson, Lars Ulander, Magnus Herberthson och Torleif Martin för deras värdefulla hjälp och synpunkter. Vi vill dock betona att vi författare är ansvariga för rapportens innehåll.

2. Ytkarakterisering

Inledning

Beräkningar av radarsignaturen för ett objekt i realistisk bakgrund beror inte bara på noggranna modeller av radarsystemet och objektet utan lika viktigt är modelleringen av bakgrunden och dess spridningsegenskaper. För sjö- och markbundna objekt är det viktigt att kunna modellera klotter-signaturen samt växelverkan mellan objekt och bakgrund. En komplett modell behöver beakta multipelspredning mellan ytans delspredare och detta ställer krav på att även kunna modellera bistatisk spridning. Dessutom, då den mot ytan infallande elektromagnetiska vågen är polariserad, sker vid reflektionen olika grad av depolarisering.

Flertalet modeller för elektromagnetisk spridning mot mark bygger på en statistisk beskrivning av den aktuella markytan. Karakteristiska markparametrar är rms-höjden och korrelationslängden. Dessa två parametrar uttrycker skrovligheten hos ytan. I föreliggande arbete indelas stundom ytor såsom svagt, medel resp mycket skrovliga.

Höjdsannolikhetsfördelning

Ytans avvikelser från en plan referensyta representeras av höjdfunktionen $h(\bar{r})$. Vektorn \bar{r} anger positioner på referensytan. Ytans höjdfördelning beskrivs av den statistiska höjdfördelningen, $p(h)$, där $p(h)dh$ är sannolikheten för att en ytpunkt befinner sig på en höjd mellan h och $h+dh$, relativt referensytan. Medelhöjden kan då uttryckas [3]:

$$\langle h \rangle_s = \int_{-\infty}^{\infty} hp(h)dh \quad (2.1)$$

De flesta teorier rörande markspredning mot skrovliga ytor förenklas om ytans medelhöjd är lika med noll. Ifall kriteriet inte är uppfyllt anpassas medelytan till att så sker. Ytans standardavvikelse definieras som:

$$\sigma = rms_s = \sqrt{\langle h^2 \rangle_s} \quad (2.2)$$

Detta är samtidigt identiskt med RMS-värdet (root mean square).

Ett vanligt antagande är också att höjdfördelningen för skrovliga ytor är Gaussisk [4], [5]. För en yta som uppfyller ekv 2.1 ges då höjdfördelningen av:

$$p(h) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{h^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.3)$$

Denna fördelningsfunktion har således lika stor andel höjder över resp under den plana referensytan.

Antagandet att skrovliga ytor är Gaussfördelade stämmer oftast då ytan alstrats av ett stort antal oberoende lokala händelser [3]. Detta är oftast fallet för naturligt genererade ytor, t ex terräng och

utmattningssprickor. Detta förhållande är den fysikaliska manifestationen av statistikens centrala gränsvärdesats: ifall en stokastisk variabel är summan av inbördes oberoende stokastiska variabler är summan Gaussfördelad. Ytor som däremot genererats vid mänskliga processer uppvisar ofta andra fördelningar. En svarvad yta och en plöjd åker är två exempel på sådan ytor, medan däremot en blåstrad yta är nära Gaussfördelad.

Ytkorrelationsfunktion

Specificeringen av en höjdfördelningsfunktion och RMS-höjd är inte tillräcklig för att karakterisera profilen för en markyta, eftersom den inte förmår beskriva hur snabbt ytans höjd varierar per längdskala. Ett sätt att uttrycka hur ”snabbt” en yta varierar i höjd fås genom korrelationsfunktionen.

$$\rho(\bar{R}) = \frac{\langle h(\bar{r})h(\bar{r} + \bar{R}) \rangle_s}{\sigma^2} \quad (2.4)$$

Alternativt kan autokorrelationsfunktionen, $\rho_0(\bar{R}) = \sigma^2 \rho(\bar{R})$, användas. Korrelationsfunktionen har egenskapen att $\rho(0) = 1$ samt att då \bar{R} ökar går $\rho(\bar{R})$ mot noll, vilket innebär att två punkter långt isär betraktas som oberoende. Utseendet på korrelationsfunktionen beror av ytans profil. En yta som inte är slumpmässig kommer inte att dekorrelera på angivet vis.

Flertalet teorier för vågspridning antar att ytkorrelationsfunktionen är Gaussisk och isotrop, den kan då uttryckas som [3]:

$$\rho(R) = e^{-\left(\frac{R^2}{L^2}\right)} \quad (2.5)$$

Variabeln L benämns korrelationslängd, och definieras som den sträcka vid vilken korrelationsfunktionen minskar med $1/e$. Korrelationslängden uttrycker den takt med vilken höjden växlar utmed en viss sträcka längs ytan. Eftersom \bar{R} ersatts av skalären R antas ytan vara isotropisk och korrelationsfunktionen är sålunda oberoende av riktningen utmed ytan.

En alternativ korrelationsfunktion som ofta på ett bättre sätt matchar experimentella data ges av [3]:

$$\rho(R) = e^{-\left(\frac{|R|}{L}\right)} \quad (2.6)$$

Dessvärre ger denna funktion singulariteter vid derivering.

Isotropa och anisotropa ytor

Om ytans karakteristiska statistik är oberoende av riktningen längs ytan sägs den vara isotrop. Varierar däremot denna statistik med riktningen längs ytan är ytan anisotrop. En yta med olika korrelationslängder i x- resp y-led är således anisotrop. Ytor i naturen är anisotropa om processerna som skapade dem är riktningberoende. Tydliga exempel på anisotropi är vinddrivna havsytor och plöjd mark.

Effekt-spektrum (power spectrum)

Effektspektrum (power spectrum) definieras som fouriertransformen av den onormaliserade korrelationsfunktionen:

$$W^{(n)}(\bar{k}) = \frac{\sigma^2}{(2\pi)^2} \int \rho^n(\bar{R}) e^{i\bar{k} \cdot \bar{R}} d\bar{R} \quad (2.7)$$

Effektspektra för en anisotrop yta med en Gaussisk korrelationsfunktion blir:

$$W(k_x, k_y) = \frac{\sigma^2 L_x L_y}{4\pi} e^{-\left(\frac{k_x^2 L_x^2}{4}\right)} e^{-\left(\frac{k_y^2 L_y^2}{4}\right)} \quad (2.8)$$

För en anisotropisk yta med en exponentiell korrelationsfunktion (vilket oftast gäller för ytor i naturen) blir effektspektret:

$$W(k_x, k_y) = \frac{\sigma^2}{L_x L_y \pi^2} \frac{1}{(1/L_x^2 + k_x^2)} \frac{1}{(1/L_y^2 + k_y^2)} \quad (2.9)$$

RMS-gradient

En annan parameter som ofta förekommer vid vågspridning mot skrovliga ytor är RMS-gradienten, σ_s . För isotropa ytor med Gaussisk korrelationsfunktion gäller att [6]:

$$\sigma_s = \frac{\sigma\sqrt{2}}{L} \quad (2.10)$$

En ökning av σ (RMS-höjden) eller minskning av L leder således till ökad σ_s .

Rayleighkriteriet

Spridning från skrovliga ytor studerades först av Lord Rayleigh (1842-1919) år 1877. Han behandlade en plan monokromatisk våg som infaller mot en sinusformad yta. Detta arbete ledde fram till Rayleigh-kriteriet, vilket bestämmer graden av skrovlighet för en yta. Här är en enkel fysikalisk tolkning möjlig:

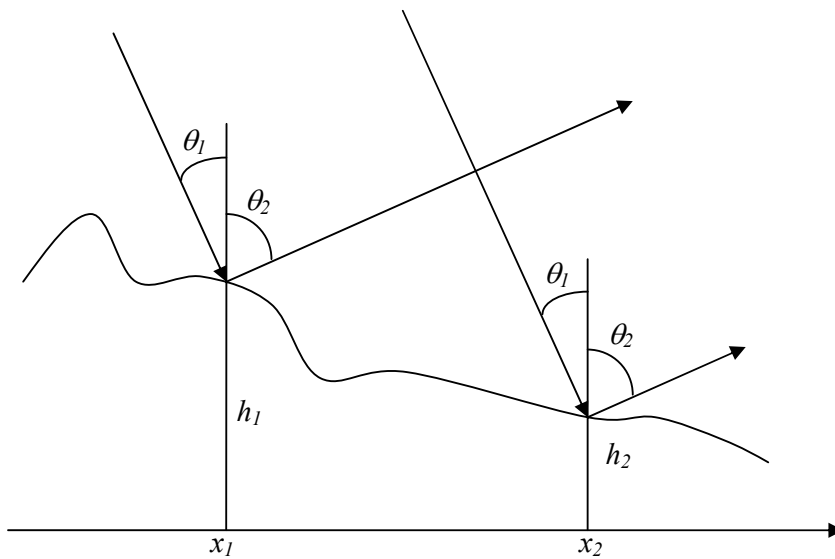


Fig 1. Illustrerar en infallande elektromagnetisk våg mot en skrovlig yta.

$$\Delta\phi = k[(h_1 - h_2)(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) + (x_2 - x_1)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)] \quad (2.11)$$

k är vågtalet. Vid spekulär spridning ($\theta_1 = \theta_2$) blir faskillnaden

$$\Delta\phi = 2k\Delta h \cos\theta_1 \quad (2.12)$$

där $\Delta h = (h_1 - h_2)$. Då $\Delta\phi \ll \pi$ ligger de två vågorna nästan i fas och interfererar konstruktivt. Om och andra sidan $\Delta\phi \approx \pi$ kommer vågorna att interferera destruktivt och ingen energi kommer att utgå i spekulärriktningen.

Rayleighkriteriet:

om $\Delta\phi < \pi/2$ är ytan *jämn* annars *skrovlig*.

Om man betraktar en yta med RMS-höjden (jmf plan yta), σ , kan Rayleighkriteriet uttryckas:

$$k\sigma \cos\theta_1 = R_a < \frac{\pi}{4} \quad (2.13)$$

där R_a benämns Rayleigh's parameter. Rayleighkriteriets indelning av ytor i *skrovliga* resp *jämna* kan tyckas något godtycklig, men den beaktar det viktiga faktum att ytans skrovlighet är kopplad till såväl infallsvinkel som aktuell våglängd. En yta förefaller mer skrovlig ju närmare ytnormalen vågen infaller samt ju kortare våglängden är. (ex väg som belyses av lågt stående sol).

För en jämn yta där $h_1 = h_2$, blir fasskillnaden:

$$\Delta\phi = k(x_2 - x_1)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \quad (2.14)$$

I den spekulära riktningen $\theta_1 = \theta_2$ kommer samtliga 'punktspridare' att interferera konstruktivt. I riktningar skilda från den spekulära kommer fasskillnaderna i allmänhet att bli stora, eftersom $x_1 - x_2 \gg \lambda/2$. En jämn yta med oändlig utsträckning kommer enbart att sprida den elektromagnetiska energin i spekulärriktningen.

Om istället $h_1 \neq h_2$ så blir fasskillnaden i spekulär riktning (som tidigare visats)

$$\Delta\phi = 2k\Delta h \cos\theta_1 \quad (2.15)$$

Om fasskillnaden är liten för alla sekundärspridare på ytan framstår den som virtuellt jämn. Då fasskillnaden ökar mellan sekundärspridarna kommer destruktiv interferens att öka i spekulärriktningen vilket samtidigt ökar den diffusa spridningen. Det spekulära fältet kallas ofta för det koherenta fältet p.g.a dess förutsägbara och konstanta fas relativt den infallande vågen. Det spridda fältet i icke-spekulär riktning kallas för diffust eller inkoherent fält, genom dess breda spridning i vinkel och avsaknad av fasrelation till infallande våg.

Fraktala ytor

Under de senaste åren har **fraktal geometri** introducerats för modellering av naturliga ytor. Den fraktala ytan kännetecknas av att uppvisa skrovlighet över alla längdskalor. Framstegen inom datateknologin med möjlighet att genomföra allt kraftfullare numeriska beräkningar har här varit starkt bidragande. Den fraktala ytan kan användas för att beskriva såväl deterministiska som stokastiska strukturer, eller blandningar av dessa. Modellering av naturliga ytor med hjälp av fraktal geometri påstås bli korrektare jämfört med andra modelleringsmetoder [7]. Spridning från fraktala ytor har studerats med Kirchhoff-approximation, perturbations-metoden (SPM), Rayleigh-metoden och ytterligare metoder. Här karakteriseras inte ytan som brukligt av rms-värde och korrelationslängd, utan vid beskrivningen av den fraktala ytan behövs hela fem parametrar.

Det spridda fältet från den fraktala ytan innehåller ingen koherent del utan är helt diffust [8]. Detta är att förvänta eftersom fraktalytan innehåller skrovligheter över alla längdskalor, vilket medför att fasinformationen går förlorad då fältet sprids mot ytan.

3. Perturbationsmetoder

Bakgrund

Spridningen från *svagt skrovliga ytor* (slightly rough) kan studeras med perturbations-teknik och den mest använda av dessa är *small-perturbation method (SPM)*. Utgående från vissa restriktioner på ytans form (ekv 3.1-3.4) ges lösningen till spridningsproblemet som spridningen mot ett medelplan som pålagrats störningstermer, vilka motsvarar spridningen från den svagt skrovliga ytan.

Perturbationsmetoder är inte specifika för skrovliga ytor utan används inom många områden, t.ex. inom kvantmekaniken. Principen är att man utgår från att studera vad en liten störning, perturbation, ger upphov till.

Den förste att använda perturbations-tekniken för att bestämma spridningen från svagt skrovliga ytor var Steven Rice [9]. Dennes arbete var en vidareutveckling av Rayleighs teori för vågspridning mot ojämna ytor, vilken var begränsad till periodiska ytor där vågen infaller ortogonalt mot ytan. Rice använde perturbation för att bestämma det spridda fältets medelamplitud och medelintensitet, för både horisontellt som vertikalt polariserat infallande fält.

Perturbationsteorin utvecklades sedan av bl.a. Brekhoviskikh [10], Senior [11], Valenzuela [12] och Ishimaru [13]. Brekhoviskikh [10] var den som introducerade metoden att bestämma det spridda fältet i medelplanet. Senior standardiserade själva metodiken, medan Valenzuela och Ishimaru har utvecklat teorin till att även beakta spridningen från dielektriska ytor.

Perturbationsteorin

Bestämning av det spridda elektromagnetiska fältet från svagt skrovliga ytor kan med fördel göras med perturbationsmetoden. Tillämpligheten av perturbationsteorin förutsätter dock att ytans höjdfunktion $h(x,y)$ uppfyller villkoren:

$$k|h(x,y)| \ll 1 \Rightarrow \text{liten höjdvariation} \quad (3.1)$$

$$|\nabla h(x,y)| \ll 1 \Rightarrow \text{liten lutning} \quad (3.2)$$

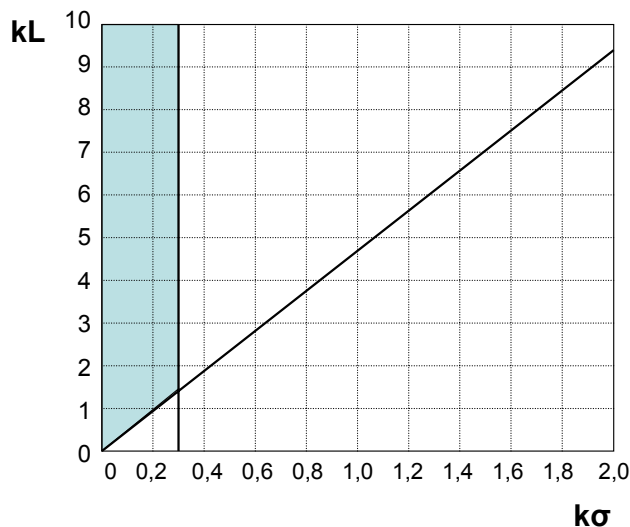
I [14] definieras svagt skrovliga ytor medelst ytparametrarna rms-höjd (σ) och korrelationslängd (L), enligt följande:

$$k\sigma < 0,3 \quad \text{och} \quad kL > \frac{\sqrt{2}}{0,3} k\sigma \quad (3.3)$$

Om villkoren istället uttrycks i våglängd fås:

$$\frac{\sigma}{\lambda} < 0,048 \quad \text{och} \quad \frac{L}{\lambda} > \frac{\sqrt{2}}{0,3} \frac{\sigma}{\lambda} \approx 4,71 \frac{\sigma}{\lambda} \quad (3.4)$$

Det bör observeras att ovanstående villkor endast gäller för Gaussiska korrelationsfunktioner. Området som avgränsas av ekv 3.3 och ekv 3.4 illustreras av det färgade område i figur 3.1.



Figur 3.1. Giltighetsområde för perturbationsmetoden [14]

Det första villkoret 3.1 kommer från antagandet att storheter som är funktioner av höjden kan uttryckas som en Taylorserie på medelytan. Perturbationsteorin antar, i princip alltid, att den spridande medelytan utgörs av ett plan (undantag är vid beaktande av multipla skrovlighetsskalor). Antag att medelplanet är $z = 0$ planet, vilket ger Taylorutvecklingen:

$$f(x, y, h) = f(x, y, 0) + h \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, 0) + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, 0) + \dots \quad (3.5)$$

När f är ett vågfält, beror noggrannheten i approximationen på storleken av kh och antalet termer som medtas i Taylorutvecklingen. Den första ordningens perturbationsteori behandlar termer t.o.m. första ordningens derivering, dvs termer t.o.m. h . Den andra ordningens teori behåller Taylortermer upp till h^2 , osv. I föreliggande litteraturstudie beaktas enbart första ordningens teori.

Perturbationsmetoder av första ordningen

Då gränsvillkoret på ytan är känt kan ekv 3.5, med termer upp till faktor h , användas för att härleda en approximativ lösning till randvillkoret på medelplanet [3].

Ytintegralformeln för en elektromagnetisk våg kan skrivas [15]:

$$\begin{aligned} \bar{E}_s(\bar{r}) = & - \int_S \hat{n}(\bar{r}) \cdot \bar{E}(\bar{r}) \bar{\nabla} G(\bar{r}, \bar{r}') + [\hat{n}(\bar{r}) \times \bar{E}(\bar{r})] \\ & \times \bar{\nabla} G(\bar{r}, \bar{r}') + i\omega\mu [\hat{n}(\bar{r}) \times \bar{H}(\bar{r})] G(\bar{r}, \bar{r}') dS(\bar{r}') \end{aligned} \quad (3.6)$$

Där \bar{E} och \bar{H} är de elektriska resp magnetiska fälten. \hat{n} betecknar ytnormalvektorn och ω är vågens frekvens. Vidare betecknar \bar{r} fältpunkten och \bar{r}' beskriver källpunkterna på ytan, μ är den magnetiska permeabiliteten hos det medium i vilket vågen rör sig. $G(\bar{r}, \bar{r}')$ är en skalär Greenfunktion över helrymden.

I fallet med en begränsande yta reduceras Greenfunktionen, $G(\bar{r}, \bar{r}')$, till en Greenfunktion över halvrymden, $G^*(\bar{r}, \bar{r}_0)$, där \bar{r}_0 är en punkt på medelplanet. Randvillkoret $G^*(\bar{r}, \bar{r}_0) = 0$ gäller, vilket ger:

$$G^*(\bar{r}, \bar{r}_0) = \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} - \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}_0|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}_0|} \quad (3.7)$$

där $\bar{r}' = (x', y', -z')$.

Om Greenfunktionen väljs enligt ekv 3.7 kommer den tredje termen i ekv 3.6 att försvinna. Detta kan göras under förutsättning att ytan är ett oändligt plan, men fungerar bra även om ytan är mycket stor i förhållande till våglängden. Om fältpunkten ligger på stort avstånd från ytan Taylorutvecklas Greenfunktionens gradient som då förenklas till ekv 3.9.

$$\nabla G^*(\bar{r}, \bar{r}') = \hat{i} \frac{\partial G^*}{\partial x'} + \hat{j} \frac{\partial G^*}{\partial y'} + \hat{k} \frac{\partial G^*}{\partial z'} \quad (3.8)$$

$$\nabla G^*(\bar{r}, \bar{r}') \sim -2i\bar{k}_s \frac{e^{ikr}}{4\pi r} e^{-i\bar{k}_s \cdot \bar{r}'} \quad (3.9)$$

där \bar{k}_i och \bar{k}_s är vågvektorn för det infallande respektive spridda fältet.

$$\bar{k}_i = k(\hat{x} \sin \theta - \hat{z} \cos \theta) \quad (3.10)$$

$$\bar{k}_s = k(\hat{x} \sin \theta_s \cos \varphi_s - \hat{y} \sin \theta_s \sin \varphi_s + \hat{z} \cos \theta_s) \quad (3.11)$$

En illustration av koordinatsystem och vinkeldefinitioner ges i figur 3.2.

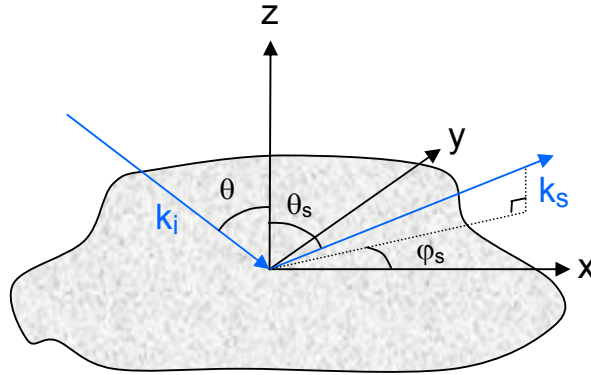


Fig 3.2. Spridningsgeometri. \mathbf{k}_i och \mathbf{k}_s är infallande resp spridd vågvektor. \mathbf{k}_i ligger i xz -planet. θ resp θ_s betecknar infalls- resp spridningsvinkel relativt z -axeln, medan φ_s är en vinkel mellan x -axeln och \mathbf{k}_s projicering i xy -planet.

Från (3.7) och (3.9) blir ekvation (3.6):

$$\bar{E}_s(\bar{r}) = 2i \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int_{S_M} \left[(\hat{n} \cdot \bar{E}) \bar{k}_s + (\hat{n} \times \bar{E}) \times \bar{k}_s \right] e^{-i\bar{k}_s \cdot \bar{r}'} dS(\bar{r}') \quad (3.12)$$

Den första termen i integralen försvinner eftersom det spridda E-fältet inte har någon komponent i den spridda vågvektorns riktning och man får:

$$\bar{E}_s(\bar{r}) = 2ik \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \cdot \frac{\bar{k}_s}{|\bar{k}_s|} \times \left[\int_{S_M} (\bar{E} \times \hat{n}) e^{-i\bar{k}_s \cdot \bar{r}'} dS(\bar{r}') \right] \quad (3.13)$$

Notera att integrationen sker över den plana medelytan. Om ytan antas vara perfekt ledande saknar summan av infallande och spridda elektriska fält, \bar{E} , tangentialkomponenter, $\hat{n} \times \bar{E} = 0$. En perturbationsutveckling av $\bar{E} \times \hat{n}$ ger:

$$0 = \bar{E} \times \hat{n}|_{z=h} = \bar{E} \times \hat{n}|_{z=0} + h \left[\frac{\partial}{\partial z} (\bar{E} \times \hat{n}) \right]_{z=0} + \dots \quad (3.14)$$

Att summan av infallande och spridd fält är noll gäller här term för term så att dessa också kan uttryckas som Taylorserier.

Det spridda fältet skrivs på formen

$$\bar{E}_s = \bar{E}_s^{(1)} + \bar{E}_s^{(2)} + \bar{E}_s^{(3)} + \dots \quad (3.15)$$

där $\bar{E}_s^{(n)} = O(h^n)$ och substitueras in i ekv (3.14).

Genom att Taylorutveckla det elektromagnetiska fältet enligt (3.14), samt att beskriva det spridda fältet enligt ekv 3.15 och sedan identifiera termer av samma ordningstal, kan det spridda fältet relateras till det infallande, vilket illustreras i ekv 3.16-3.17.

Noll:te ordningens term ger

$$\bar{E}_{i,1} + \bar{E}_{s,1}^{(0)} = 0 \quad (3.16)$$

som tillsammans med villkoret $\nabla \cdot E = 0$ innebär att 0:te ordningens term är lösningen till spridningen i medelplanet. Den första ordningens term blir:

$$E_{s,x}^{(1)}|_{z=0} = -2 \frac{\partial h}{\partial x} E_{i,z}|_{z=0} - 2h \left[\frac{\partial E_{i,x}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (3.17)$$

$$E_{s,y}^{(1)}|_{z=0} = -2 \frac{\partial h}{\partial y} E_{i,z}|_{z=0} - 2h \left[\frac{\partial E_{i,y}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (3.18)$$

För en infallande plan våg blir den första ordningens korrektion till det spridda fältet

$$\bar{E}_s^{(1)}(\bar{r}) = \frac{ike^{ikr}}{2\pi r} \hat{k}_s \times \left[\int_{S_{mean}} (\hat{x}E_{s,y}^{(1)} - \hat{y}E_{s,x}^{(1)}) e^{-ik_s \bar{r}_0} dS(\bar{r}_0) \right] \quad (3.19)$$

Ekvation 3.19 visar att det koherenta fältet ej påverkas av första ordningens perturbationskorrektion. Däremot blir fältintensiteten för det inkoherenta fältet skilt från noll och ges av uttrycket:

$$\alpha, \beta = V, H$$

$$\langle I_{\alpha \rightarrow \beta}^{(1)} \rangle = \frac{k^4 \Phi_{\alpha \rightarrow \beta}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s)}{r^2} A_M W(kA, kB) \quad (3.20)$$

Där A_M är medelplanetets area, $W(kA, kB)$ är den skrovliga ytans effektspektrum och $\Phi_{\alpha \rightarrow \beta}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s)$ är en vinkelfaktor som beror av polarisationsriktningen (H el V) hos infallande resp spridda vågor.

Ytskrovlighetens effekt på en infallande horisontellt polariserad våg

Man antar att medelplanet till ytan befinner sig i $z=0$. Gränsvillkoren på detta plan blir liksom tidigare:

$$E_{s,x}|_{z=0} = -2 \frac{\partial h}{\partial x} E_{i,z}|_{z=0} - 2h \left[\frac{\partial E_{i,x}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (3.21)$$

$$E_{s,y}|_{z=0} = -2 \frac{\partial h}{\partial y} E_{i,z}|_{z=0} - 2h \left[\frac{\partial E_{i,y}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (3.22)$$

Om den infallande vågen är plan och horisontellt polariserad, så gäller:

$\bar{E}_i = \hat{y} e^{ik_i \cdot \bar{r}}$ så att $E_{s,x}|_{z=0}$ och ekv (3.19) blir då:

$$\bar{E}_s(\bar{r}) = -\frac{ike^{ikr}}{\pi r} \hat{k}_s \times \hat{x} \int_{S_{mean}} h(\bar{r}_0) \left(\frac{\partial E_{i,y}}{\partial z} \right) e^{-ik_s \cdot \bar{r}_0} dS(\bar{r}_0) \quad (3.23)$$

De spridda horisontella och vertikala polarisationskomponenterna kan bestämmas genom att ta skalärprodukten mellan \bar{E}_s och enhetsvektorerna \bar{p}_V och \bar{p}_H . Dessa polarimetriska enhetsvektorer kan uttryckas:

$$\bar{p}_H = -\hat{x} \sin \varphi_s + \hat{y} \cos \varphi_s \quad (3.24)$$

$$\bar{p}_V = -\hat{x} \cos \theta_s \cos \varphi_s + \hat{y} \cos \theta_s \sin \varphi_s + \hat{z} \sin \theta_s \quad (3.25)$$

Den spridda medelintensiteten i fjärrfältet är sålunda följande allmänna uttryck:

$$\langle I_{\alpha \rightarrow \beta} \rangle = \frac{k^4 \Phi_{\alpha \rightarrow \beta}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s)}{r^2} A_M W(kA, kB) \quad \alpha, \beta = V, H \quad (3.26)$$

Dessa vinkelkoefficienter blir enligt [3]:

$$\Phi_{H \rightarrow H}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s) = 4 \cos^2 \theta \cos^2 \theta_s \cos^2 \varphi_s \quad (3.27)$$

$$\Phi_{H \rightarrow V}^P(\theta, \varphi_s) = 4 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi_s \quad (3.28)$$

Ytskrovlighetens effekt på en infallande vertikalt polariserad våg

Om den infallande vågen är plan och vertikalt polariserad, så gäller att $E_{i,y} = 0$ och då blir ekv 3.19:

$$\bar{E}_s^{(1)}(\vec{r}) = \frac{ike^{ikr}}{\pi r} \hat{k}_s \times \left(\int_{S_M} \left[-\hat{x} \frac{\partial h}{\partial y} \sin \theta + \hat{y} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \sin \theta - ikh \cos^2 \theta \right) \right] \times e^{ik(Ax_0 + By_0)} dx_0 dy_0 \right) \quad (3.29)$$

Genom att ta skalärprodukten med \bar{p}_V och \bar{p}_H fås vinkelfaktorerna i ekv 3.26:

$$\Phi_{V \rightarrow V}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s) = 4(\sin \theta \sin \theta_s - \cos \varphi_s)^2 \quad (3.30)$$

$$\Phi_{V \rightarrow H}^P(\theta_s, \varphi_s) = 4 \cos^2 \theta_s \sin^2 \varphi_s \quad (3.31)$$

I [14] ges också uttryck för den bistatiska spridningskoefficienten där ytan antas äga Gaussisk höjdfördelning:

$$\sigma_{pq}^s = 8 \left| k^2 \sigma \cos \theta \cos \theta_s \alpha_{pq} \right|^2 \frac{1}{2} L^2 e^{-\frac{1}{4} L^2 ((k_x + k \sin \theta)^2 + k_y^2)} \quad (3.32)$$

Där σ och L är ytans rms-värde resp korrelationslängd. α_{pq} är en polarisationsberoende koefficient.

Dielektriska ytor

Den från en dielektrisk yta spridda intensiteten kan uttryckas genom ekv 3.26 men med modifierade vinkelkoefficienter som kan uttryckas

$$\Phi_{\alpha \rightarrow \beta}^P(\theta, \theta_s, \varphi_s) = 4 \cos^2 \theta \cos^2 \theta_s (\check{\Phi}_{\alpha \rightarrow \beta}^P) \quad (3.33)$$

och där $\check{\Phi}_{\alpha \rightarrow \beta}^P$ enligt [12] och [13] kan uttryckas:

$$\check{\Phi}_{H \rightarrow H}^P = \frac{(\varepsilon_r - 1) \cos \varphi_s}{\left(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \right) \left(\cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} \right)} \quad (3.34)$$

$$\check{\Phi}_{H \rightarrow V}^P = \frac{(\varepsilon_r - 1) \sin \varphi_s \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s}}{\left(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \right) \left(\varepsilon_r \cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} \right)} \quad (3.35)$$

$$\tilde{\Phi}_{V \rightarrow V}^P = \frac{(\varepsilon_r - 1) \left(\varepsilon_r \sin \theta \sin \theta_s - \cos \varphi_s \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} \right)}{\left(\varepsilon_r \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \right) \left(\varepsilon_r \cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} \right)} \quad (3.36)$$

$$\tilde{\Phi}_{V \rightarrow H}^P = \frac{(\varepsilon_r - 1) \sin \varphi_s \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta}}{\left(\varepsilon_r \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \right) \left(\cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} \right)} \quad (3.37)$$

ε_r är den relativa dielektricitetskonstanten för den skrovliga ytan. Då $\varepsilon_r \rightarrow -i\infty$ i ekv 3.34-3.37 erhålls vinkelkoefficienterna för en PEC-yta.

Depolarisation

Då spridningen sker i infallsplanet, dvs då $\varphi_s = 0$, blir vinkelkoefficienterna för korspolarisation lika med noll, vare sig ytan är dielektrisk eller perfekt ledande. Detta medför att ekv 3.26 blir lika med noll och därvid sker ingen depolarisation i infallsplanet. Första ordningens perturbationsteori förutsäger således att ingen depolarisation inträffar i infallsplanet, men genom att [3]medta andra ordningens termer i utvecklingen erhålls denna effekt. Perturbationsteorin förutsäger således att ingen depolarisation inträffar vid monostatisk spridning. Däremot skiljer sig spridningskoefficienterna $\Phi_{H \rightarrow H}^P$ och $\Phi_{V \rightarrow V}^P$ åt inbördes inom infallsplanet. Detta visas i [3]där $\langle I_{H \rightarrow H} \rangle$ och $\langle I_{V \rightarrow V} \rangle$ plottas som funktion av infallsvinkeln, för $kL = 1,5$ resp 3, för ett monostatiskt fall. Samtidigt visas också att kvoten mellan $\langle I_{V \rightarrow V} \rangle$ och $\langle I_{H \rightarrow H} \rangle$, som är oberoende av $k\lambda_0$, ökar med ökande spridningsvinkel. Det senare överensstämmer med experiment utförda av [16]och [17].

Rayleigh-Rice teori

Den ursprungliga teorin utvecklades av Rayleigh och behandlade spridningen av en våg som infaller ortogonalt mot en sinusformad – korrugerad - yta [18]. Huvudprincipen är att det spridda fältet antas vara en summa av plana vågor och bestämma de okända spridningskoefficienterna genom att identifiera randvillkoren för ytan. Inga multipelspridningsbidrag inkluderas och metoden är sålunda endast tillämpbar på svagt skrovliga ytor. År 1956 gjordes viktiga arbeten av LaCasce och Tamarkin [19], vilka generaliserade teorin till att inbegripa godtyckliga infallsvinklar. I [20] visas att Rayleigh metoden i teorin är mer exakt än Kirchhoffs metod, men i praktiken konvergerar den oändliga serie som representerar lösningen snabbt endast för mycket svagt skrovliga ytor.

År 1951 utvecklade Rice Rayleighs teori till att omfatta stokastiskt skrovliga ytor [9]. Denna utvidgning går under namnet Rayleigh-Rice-teorin. Denna teori bygger på att en stokastisk yta kan beskrivas av uttrycket:

$$h(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D(m, n) e^{-iK(mx+ny)} \quad (3.38)$$

där $K = 2\pi / L_p$ och L_p är ytans periodicitet ($L \gg \lambda$). Koefficienterna $D(m, n)$ är komplexa stokastiska variabler.

Rice bestämmer medelamplitud och medelintensitet för det spridda E-fältets komponenter för infallande planvågor av H- resp V-polarisation. Den tämligen komplicerade metoden att bestämma det spridda E-fältets komponenter bygger på en identifiering av randvillkoren för en PEC-yta. Dessa randvillkor används sedan i en perturbationsutveckling av de koefficienter som uppträder i den summation, som slutligen bestämmer E-fältskomponenterna.

Rayleigh-Rice teori ger resultatet att vid spekulär reflektion i infallsplanet sker ingen depolarisation av det koherenta fältet vid vare sig horisontellt eller vertikalt infall. För ytor med korrelationslängden, $L \gg \lambda$ ges den koherenta reflektionskoefficienten av:

$$\langle |E_x|^2 \rangle = (1 - 2k^2 \sigma^2 \cos^2 \theta) \quad (3.39)$$

För det diffusa fältet erhålls för horisontellt infallande vågor:

$$\langle |E_x|^2 \rangle = 0 \quad (3.40)$$

$$\langle |E_y - E_y^{(0)}|^2 \rangle = 4k^2 \sigma^2 \cos^2 \theta \quad (3.41)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle = 4 \left\langle \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right\rangle \quad (3.42)$$

och för vertikalt infallande vågor fås:

$$\langle |E_x - E_x^{(0)}|^2 \rangle = 4k^2 \sigma^2 \cos^4 \theta \quad (3.43)$$

$$\langle |E_y|^2 \rangle = 4 \sin^2 \theta_1 \left\langle \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right\rangle \quad (3.44)$$

$$\langle |E_z - E_z^{(0)}|^2 \rangle = 4k^2 \sigma^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \quad (3.45)$$

För slututtryck hänvisas läsaren till [9].

Fasperturbationsteknik

Fasperturbationstekniken (PPT), introducerades enligt [14] av Winebrenner och Ishimaru år 1985. PPT är en perturbationsutveckling av en funktion som knyter an till den komplexa fasen för den inducerade ytströmstätheten, vilken genereras av infallande elektromagnetiskt fält. Det inkoherenta bistatiskt spridda fältet fås genom att ta medelvärden på de koherenta resp inkoherenta T-matriserna. I [21] ges slututtryck samt giltighetsområdet för fasperturbationsteorin uttryckt i $k\sigma$ och $k\lambda_0$ då ytans effektspektrum är Gaussiskt.

Noggrannheten och begränsningar i perturbationsteorin

Noggrannheten för perturbationsteorin ligger väsentligen i uppfyllnaden av ekv 3.1 och ekv 3.2 samt hur många termer som medtas i Taylor-utvecklingen. Perturbationsteorin tar delvis hänsyn till multipelspridning och skuggningseffekter, men endast upp till den ordning som motsvaras av perturbationsutvecklingen [3]. Multipelspridningsbidrag av högre ordning kommer tillsammans dessvärre att reducera metodens noggrannhet. Effekten av multipelspridning och skuggning ökar ju mer infalls- och spridningsvinklarna separeras från medelytans normalriktning. Tillämpligheten av perturbationsteorin begränsas således av ytans RMS-höjd relativt infallande våglängd samt ytans absoluta RMS-lutning, relativt infalls- och spridningsvinklar. En jämförelse mellan teori och experiment, som visar på perturbationsteorins problem att hantera stora RMS-lutningar, har utförts av [22].

4. Kirchhoffmetoden

Inledning

I detta kapitel kommer Kirchhoffmetoden, eller fysikalisk optik metoden som den också kallas, att presenteras. Kapitlet börjar med en kort beskrivning av metodens utveckling. Sedan följer ett avsnitt om de grundläggande fysikaliska och matematiska approximationer som görs. Kirchhoffmetoden fungerar bra för olika markskrovligheter, dock finns inget enhetligt slutet uttryck för markspredning mot ytor med olika krovligheter. Referensstudier särskiljer tre olika markskrovligheter (något skrovlig, medelskrovlig- och mycket skrovlig mark) för vilka metoden kan användas. Man blir därför tvungen att göra fysikaliska- och främst matematiska approximationer för olika markskrovligheter. Kapitlet innehåller därför en beskrivning av metoden tillämpad på dessa yttypen. Först behandlas mycket skrovlig mark, sedan följer ett avsnitt om något skrovlig mark och slutligen behandlas medelskrovlig mark. Däremellan kommer även ett avsnitt som behandlar skuggning. I varje avsnitt levereras ett uttryck för markspredning på slutna form som läsaren skall kunna implementera vid en beräkning av markspredning. Slutligen ges en sammanfattning av metoden.

Kirchhoffmetodens historia

Den första användningen av Kirchhoffmodellen för spridning mot mark har daterats till 1963 och boken ”The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces” av Beckmann och Spizzichino [4]. Det är möjligt att tidigare arbeten gjorts men dessa har inte identifierats av oss. Metoden utvecklades senare genom arbeten av bl.a. Fung [23] och Leader [24]. På senare år har arbeten gjorts som även inkluderar skuggning och multipelspredning [31] och [25]. På 80-talet har metoden verifierats genom arbeten av Mendez och O’Donnell [26] och genom Ulaby och De Roo [27]. Även om ett stort antal artiklar skrivits om metoden är den fortfarande under utveckling.

Generella fysikaliska och matematiska approximationer

Följande avsnitt redovisar de generella fysikaliska och matematiska approximationer som Kirchhoffmetoden bygger på och dessa approximationer avser alla typer av ytor. Det spridda elektromagnetiska fältet från en sluten yta kan skrivas som:

$$\bar{E}_s(\bar{r}) = i \frac{\eta \eta_0}{k} \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \iint_s g(k, |\bar{r} - \bar{r}'|) (\hat{n}(\bar{r}') \times \bar{H}(\bar{r}')) dS' + \bar{\nabla} \times \iint_s g(k, |\bar{r} - \bar{r}'|) (\hat{n}(\bar{r}') \times \bar{E}(\bar{r}')) dS' \quad (4.1)$$

där $\hat{n}(\bar{r}')$ är ytans normal, η är materialets vågimpedans, \bar{E} och \bar{H} är de totala fälten på ytan och g är Greenfunktionen,

$$g(k, |\bar{r} - \bar{r}'|) = \frac{e^{ik|\bar{r} - \bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|} \quad (4.2)$$

Ekvation 4.1 är analytiskt lösbar för endast några få ytor. För att kunna lösa integralekvationen 4.1 för en så komplicerad yta som en markstruktur krävs att såväl fysikaliska som matematiska förenklningar görs. Dessa förenklningar är beroende av vilken krovlighet marken har.

I denna rapport kommer de fysikaliska approximationerna och de viktigaste matematiska approximationerna att redovisas. Dessa approximationer kommer att bestämma för vilka parametrar metoden kan tillämpas.

Den centrala fysikaliska approximationen, gemensam för alla ytor, oavsett skrovlighet är tangentplansapproximationen [28]. Den innebär att spridning sker som om den hade skett mot ett oändligt tangentplan till varje punkt på ytan. Detta medför att de totala E och H-fälten kan beskrivas i termer av de infallande fälten. Ytströmmen på ytan under förutsättning av tangentplansapproximationen blir därför: $\bar{J}_s = 2\hat{n} \times \bar{H}_m$. Att beskriva ytströmmen på detta sätt förenklar ekv 4.1 betydligt genom att ekv 4.1 inte längre är en integralekvation. Tangentplansapproximationen medför att Kirchoffmetoden endast kan användas på ytor och vid frekvenser som uppfyller kraven i 4.3 [14]

$$kL > 6, R_c > \lambda \quad (4.3)$$

där L är ytans korrelationslängd som definierades i kapitel 2. R_c är medelradien för ytans krökning. Man är oftast intresserad av det spridda fältet långt ifrån ytan, $d^2 / R_0 \ll 1$, där d är det största belysta längd på ytan och R_0 är avståndet från origo till fältpunkten. Man gör därför en fjärfältsapproximation där man Mac-Laurinutvecklar Greenfunktionen vilket leder fram till en ytterligare förenkling av ekvation 4.1:

$$\bar{E}_s = K\hat{r}_s \times \int_s (\hat{n} \times \bar{E} - \hat{r}_s \times (\hat{n} \times \bar{H})) e^{ik\hat{r}_s \cdot \vec{r}'} dS' \quad (4.4)$$

där $K = \frac{-ike^{-ikR}}{4\pi R_0}$

och \hat{r}_s är enhetsvektor i spridningsriktningen och R_0 är avståndet från origo till fältpunkten.

En härledning av ekv 4.4 återfinns i [28] och [3]. Alla teorier som presenteras i föreliggande rapport förutsätter att den infallande vågen är en monokromatisk planvåg. Det torde dock gå att utöka metoden genom spektraluppdelning vilket gör att exempelvis en puls kan beaktas.

Ofta är ytan s över vilken integration sker i ekv 4.1 resp 4.4, okänd. Man väljer därför att betrakta ytans höjdfördelning som en stokastisk variabel och beräknar medelvärdet av det spridda fältet eller medelvärdet av den spridda intensiteten över ytan. Samtlig litteratur som legat till underlag för denna rapport utgår från Gaussisk höjdfördelning. Därför kommer allt arbete i denna rapport förutsätta just en sådan höjdfördelning. Med detta antagande kan Ortsvektorn \vec{r}' som beskriver ytan skrivas som $\vec{r}' = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ där z är en Gaussisk stokastisk variabel med sannolikhetstäthetsfunktionen

$$P(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z(x,y)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.5)$$

där σ är standardavvikelsen av ytans höjdfördelning.

Mycket skrovliga ytor (very rough surfaces)

Mycket skrovliga ytor definieras som de ytor som uppfyller villkoren [14]

$$k\sigma > \frac{\sqrt{10}}{|\cos\theta + \cos\theta_s|}, kL > 6 \text{ och } R_c > \lambda \quad (4.6)$$

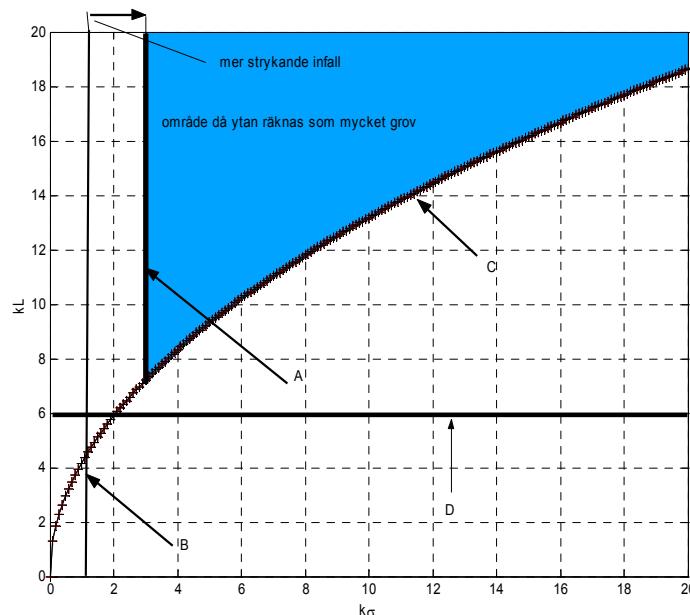
där θ och θ_s är elevationsvinklarna för infallande respektive spridd riktning. För en Gaussisk korrelationsfunktion ges medelradien för ytan krökning av:

$$R_c = \frac{L^2}{2\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \quad (4.7)$$

Villkoren 4.6 och 4.7 leder fram till relationen [14]

$$kL > 6 \text{ och } kL > 4.17\sqrt{k\sigma} \quad (4.8)$$

Området som 4.7 avgränsar illustreras av figur 4.1.



Figur 4.1: Illustrerar område där ytan kan anses som mycket grov. A och B anger första uttrycket i villkoret 4.6. B är det minsta värde som $\frac{\sqrt{10}}{|\cos\theta + \cos\theta_s|}$ kan anta. Vid en ökning av vinkeln mellan infalls- och/eller spridningsriktning ökar uttrycket och B flyttas åt höger i figuren vilket exemplifieras i A. D visar det andra villkoret i (4.6). Slutligen uttrycker C det tredje villkoret på den form som anges i (4.8).

Den första ansats som görs för att beräkna ekv 4.4 då ytan är mycket grov är att Fresnel koefficienterna R_{\parallel} , R_{\perp} används för att relatera det spridda E-fälten parallellt med, och ortogonalt mot infallsplanet till det infallande fältet parallellt, och ortogonalt mot infallsplanet enligt nedanstående uttryck [23].

$$E_{\perp}^s = R_{\perp} E_{\perp}^i \quad (4.9)$$

$$E_{\parallel}^s = R_{\parallel} E_{\parallel}^i \quad (4.10)$$

H-fältet relateras sedan till E-fältet med hjälp av planvågssambandet

$$\bar{E}_{i,s} = -\eta_0 \eta \hat{k}_{i,s} \times \bar{H}_{i,s} \quad (4.11)$$

Med ett lokalt koordinatsystem definierat i varje punkt på ytan enligt ekv 4.12 och den infallande vågen beskriven enligt ekv 4.13 förenklas ekv 4.4 till ekv 4.14.

$$\hat{t} = \frac{\hat{k}_i \times \hat{n}}{|\hat{k}_i \times \hat{n}|}, \quad \hat{d} = \hat{k}_i \times \hat{t} \quad (4.12)$$

$$\bar{E}_i = \hat{a} E_0 e^{-ik\hat{k}\cdot r'} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_s = & \text{K}\hat{k}_s \times E_0 \iint_s (1 + R_{\perp})(\hat{a} \cdot \hat{t})(\hat{n} \times \hat{t}) - (1 - R_{\parallel})(\hat{k} \cdot \hat{n})(\hat{a} \cdot \hat{d})\hat{t} e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot r'} dS' \\ & + \text{K}\hat{k}_s \times E_0 \iint_s \hat{r}_s \times ((1 - R_{\perp})(\hat{n} \cdot \hat{k})(\hat{a} \cdot \hat{t}) + (1 + R_{\parallel})(\hat{a} \cdot \hat{d})(\hat{n} \times \hat{t})) e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot r'} dS' \end{aligned} \quad (4.14)$$

En mer detaljerad härledning finns att tillgå i [6].

Ekv 4.14 är fortfarande mycket komplicerad att beräkna och innehåller termer som är beroende av både ytan och dess derivator. För att förenkla nämnda ekvation antar man först att ytan består av samma material vilket medför att Fresnelkoefficienterna blir oberoende av Ortsvektorn och endast beror på ytnormalen, infallsriktning och spridningsriktning. För mycket grova ytor kan den sk stationära fas approximationen användas, för övriga delytor är fasvariationen snabb och nettobidraget blir 0, vilket innebär geometrisk optik (GO). Detta medför att endast delytor på ytan som sprider spekulärt beaktas. Villkoret på ytnormalen blir därför:

$$\hat{n} = (\hat{r}_s - \hat{k}) / |\hat{r}_s - \hat{k}| \quad (4.15)$$

Eftersom ekv 4.15 är oberoende av integrationsvariablerna medför detta att integranden i ekv 4.14, sånär som på fastermen, blir oberoende av integrationsvariablerna, och kan flyttas utanför integraltecknet. Genom att skalärmultiplicera med det spridda fältets polarisationsvektor, samt att ändra den infallande vågens polarisationsvektor fås alla komponenter i spridningsmatrisen. Ekvation 4.14 kan då skrivas som:

$$E_{s,i,j} = KIE_0 U_{i,j} \text{ där } I = \iint_S e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot \bar{r}'} dS' \text{ och} \quad (4.16)$$

$$U_{hh} = M(R_{\parallel}(\hat{h}_s \cdot \hat{k})(\hat{h} \cdot \hat{r}_s) + R_{\perp}(\hat{v}_s \cdot \hat{k})(\hat{v} \cdot \hat{r}_s)) \quad (4.17)$$

$$U_{vh} = M(R_{\parallel}(\hat{v}_s \cdot \hat{k})(\hat{h} \cdot \hat{r}_s) - R_{\perp}(\hat{h}_s \cdot \hat{k})(\hat{v} \cdot \hat{r}_s)) \quad (4.18)$$

$$U_{vv} = M(R_{\parallel}(\hat{v}_s \cdot \hat{k})(\hat{v} \cdot \hat{r}_s) + R_{\perp}(\hat{h}_s \cdot \hat{k})(\hat{h} \cdot \hat{r}_s)) \quad (4.19)$$

$$U_{hv} = M(R_{\parallel}(\hat{h}_s \cdot \hat{k})(\hat{v} \cdot \hat{r}_s) - R_{\perp}(\hat{v}_s \cdot \hat{k})(\hat{h} \cdot \hat{r}_s)) \quad (4.20)$$

$$M = \frac{q|q_z|}{((\hat{k} \cdot \hat{h}_s)^2 + (\hat{k} \cdot \hat{v}_s)^2)kq_z} \quad (4.21)$$

$$Q = k(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot \bar{r}' \equiv q_x x' + q_y y' + q_z z' \quad (4.22)$$

$$q^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 2k(1 - (\hat{r}_s \cdot \hat{k})) \quad (4.23)$$

$\hat{h}, \hat{v}, \hat{h}_s, \hat{v}_s$ är enhetsvektorer för olika polarisationer för infallande respektive spridd fält.

Fresnelkoefficienterna R_{\perp} och R_{\parallel} beräknas på vanligt sätt där vinklarna fås från

$\hat{k} \cdot \hat{n}$ där \hat{n} , som tidigare nämnts är de ytnormaler som sprider spekulärt d.v.s. de som uppfyller villkoret 4.15. Transmissionsvinklarna fås genom Snells lag.

I och med att ekv 4.16 är en stokastisk funktion är det vettigt att betrakta medelvärden av det spridda fältet eller den spridda intensiteten som är proportionell mot $|E^2|$. Man kan visa [3] att medelvärdet av det spridda fältet blir noll då ytan är mycket grov. Detta medför att den koherenta delen av spridningen blir noll varvid endast den diffusa delen behöver beräknas. Det är därför naturligt att betrakta den spridda intensiteten. Den bistatiska markspredningskoefficienten σ_{pq}^0 skrivs då som [14]:

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{\pi(kq|U_{pq}|)^2}{q_z^4} \text{Pr ob}(Z_x, Z_y) \quad (4.24)$$

där $\text{Pr ob}(Z_x, Z_y)$ är sannolikhetstäthetsfunktionen för ytans lutningar. Notera att (4.24) är dimensionslös, man har normaliserat med det av den infallande vågens belysta området A_0 . När ytans höjdfördelning är Gaussisk med medelvärde noll är sannolikhetstäthetsfunktionen lika med [29] via [30]

$$\text{Pr ob}(Z_x, Z_y) = \frac{I}{2\pi m_x m_y} e^{-h_x^2 / 2m_x^2 - h_y^2 / 2m_y^2} \quad (4.25)$$

där m_x och m_y är rms värdet av medellutningarna i x- och y riktningarna.

För en detaljerad härledning av ekv 4.25 hänvisas till [6], [3], [31] och [29].

Nedan redovisas de viktigast matematiska approximationerna som använts för att komma fram till ekv 4.24.

- Den stokastiska processen är stationär => ytans korrelationsfunktion beror endast på skillnaden mellan 2 punkter på ytan.
- Korrelationsfunktionen Mac-Laurinutvecklas kring någon punkt τ nära origo [24].
- Ytans korrelationslängd är mycket mindre än belysta området.
- Eventuella kanteffekter som kan uppkomma vid integration av uttrycket 4.14 antas vara deterministiska vilket medför att deras bidrag blir noll [3].
- Skuggning har inte beaktas.

Uttrycket 4.24 är reciprokt vilket i sig är anmärkningsvärt då inte fysikalisk optik är det. Geometrisk optik som fås då stationära fas approximation används är dock reciprokt vilket förklarar reciprociteten. Uttrycket är inte energikonserverande då högre ordningens termer och skuggning inte inkluderats i modellen. Man kan dock till stor del korrigera för detta, vilket tas upp senare i kapitlet. Man kan också tycka att det är anmärkningsvärt att korrelationsfunktionen inte ingår som parameter i ekv 4.24. Man bör dock beakta att medellutningarna beror av korrelationsfunktionens andraderivata [6].

Generellt kan sägas att metoden fungerar bra på ytor där ett brett spektrum av ytnormaler finns, samt för icke strykande infall. Ogilvy anger villkoret (4.26) som gräns för när infallet kan anses som strykande.

$$kR_c \cos^3 \psi \gg 1 \quad (4.26)$$

där ψ är vinkeln mellan lokala infallsriktningen och ytans normalriktning.

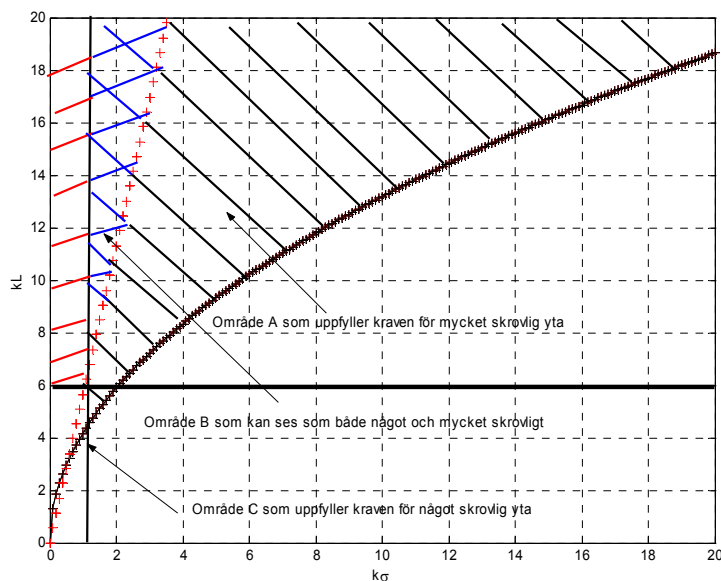
Man bör också förvänta sig att metoden fungerar allt sämre ju längre ifrån framåtspridningsriktning man ämnar beräkna fältet. Detta sker pga av att metoden inte beaktar eventuella diffraktionseffekter som för dessa vinklar kan vara en relativ stor del av det spridda fältet. Metoden förklarar inte heller depolarisation i infallsplanet på ett riktigt sätt, vilket medför att korspolarisationerna v_h och v_v blir lika. Detta är en effekt av geometrisk-optik approximationen, eller om man så vill en effekt av att högre ordningens termer som beror av att ytans derivator utelämnats. Vid inte allt för strykande infall så har experimentella studier [32] visat på att spridningkoefficienten är relativt oberoende av polarisation och frekvens. Detta motiverar användningen av stationära fas approximationen eller geometrisk optik.

Mindre skrovliga ytor (slightly rough surfaces)

De ytor som definieras som något skrovliga ytor uppfyller villkoret [14].

$$kL > 6, R_c > \lambda \text{ och } m < 0.25 \text{ där } m = \min(m_x, m_y) \quad (4.27)$$

För en Gaussisk korrelationsfunktion illustreras området i figur 4.2.



Figur 4.2: Illustrerar områden där ytan kan ses som mycket grov eller plan för en yta med isotrop yta med Gaussisk korrelationsfunktion. Den tjocka svarta linjen illustrerar den andra delen av villkoret 4.8.

Figur 4.2 visar de områden som kan anses som mindre respektive mycket grova. I det röda området kan ytan ses som mindre grov och i det svarta som mycket grov. I det blå området överlappar definitionerna av vilken grovlek ytan har. Överlappet beror av elevationsvinklarna för infallande och reflekterad våg (ekv 4.6), samt av vilken medellutning den mindre skrovliga ytan anses ha. Det gemensamma området minskar därför med en ökande vinkelskillnad mellan elevationsvinklarna för utgående respektive infallande våg. Allt mera strykande infall och spridning, samt en mindre medellutning bidrar också till att det gemensamma området minskar. Det är också nödvändigt att beakta att områdena i figur 4.2 är definierade utgående från en Gaussisk korrelationsfunktion vilket gör att områdena ändras för en annan typ av korrelationsfunktion (exempelvis exponentiell korrelationsfunktion). Områdena som uttrycken 4.6 och 4.27 begränsar skall inte ses som några absoluta gränser, utan felen ökar gradvis då gränserna överskrids.

För att beräkna markspredning i området som avgränsas av ekvation (4.27) tvingas man använda andra metoder än stationära fas approximationen. Om geometrisk optik skulle ha används på en så pass plan yta skulle den diffusa spridningen ha försumrats. Då en stor del av ytan samtidigt bidrar till det spridda kommer högre ordningens termer att spela en allt större roll, vilket inte fångas upp av geometrisk optik.

Ett förenklat sätt att beräkna spridning från en plan yta är den sk skalärapproximationen vilken presenteras i [20]. Metoden missar dock att förklara skillnaderna mellan korspolarisationerna då detta är en effekt av högre ordningens termer [24]. I denna rapport redovisas en metod utvecklad av

Leader [24]. Leader inskränker sig dock till spridning i infallsplanet och redovisar endast resultat för polarisation vinkelrätt mot infallsplanet. Leader beräknar dock spridning för tredje ordningens termer. De inskränkningar som gjorts är endast av beräkningsstorleksyfte och metoden är tillämpbar för spridning i hela rymden och godtycklig polarisation. De Roo [27] har redovisat metoden för spridning i hela rymden, men beräknar bara spridningen för andra ordningens termer. I denna rapport redovisas formlerna som härrör från De Roo i appendix A på slutna form. Här kommer samma beteckningar som används i avsnittet om mycket grova ytor att användas.

Genom att uttrycka ytans normal \hat{n} som:

$$\hat{n} = [-Z_x \hat{x} - Z_y \hat{y} - \hat{z}]/(1 + Z_x^2 + Z_y^2)^{0.5} \quad (4.28)$$

noterade Leader [24] att ekv 4.14 bara beror av den infallande vågens polarisation, riktning, spridningsriktning och ytlutningarna i x- och y-riktning. Uttrycket i integralen kan då skrivas som:

$$\bar{E}_s = \iint_s \bar{P}(Z_x(x, y), Z_y(x, y), \hat{k}, \hat{r}_s, \hat{a}) dS' \quad (4.29)$$

Ytans medellutningar i x- och y-led förutsätts vara noll, och eftersom ytans undulationer också är små, medför detta att Z_x och Z_y oftast är små vilket möjliggör en Mac-Laurin utveckling av \bar{P} i termer av Z_x och Z_y . Mac-Laurin utveckling av ekv 4.14 medför att den kan skrivas som:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= KE_0 \iint_s (\alpha + \alpha_x Z_x + \alpha_y Z_y + \alpha_{xy} Z_x Z_y + \alpha_{xx} Z_x^2 + \alpha_{yy} Z_y^2 + \dots) \hat{x} e^{ikr'(\hat{r}_s - \hat{k})} dS' + \\ &+ \iint_s (\beta + \beta_x Z_x + \beta_y Z_y + \beta_{xy} Z_x Z_y + \beta_{xx} Z_x^2 + \beta_{yy} Z_y^2 + \dots) \hat{y} e^{ikr'(\hat{r}_s - \hat{k})} dS' \end{aligned} \quad (4.30)$$

där α och β är oberoende av integrationsvariablerna och således kan flyttas utanför integraltecknet. Den spridda medelintensiteten fås sedan genom $\langle \bar{E} \bar{E}^* \rangle$. Man kan visa [6] att den spekulära delen härrör från nollte ordningens term, resten betraktas som den diffusa delen. Den integral som kommer att erhållas vid beräkning av intensiteten kommer att precis som i ekv 4.30 innehålla summa av produkter av olika lutningar. Dessa kan sedan partialintegreras bort. Genom en hel del matematik [24] kan sedan ett uttryck på slutna form erhållas.

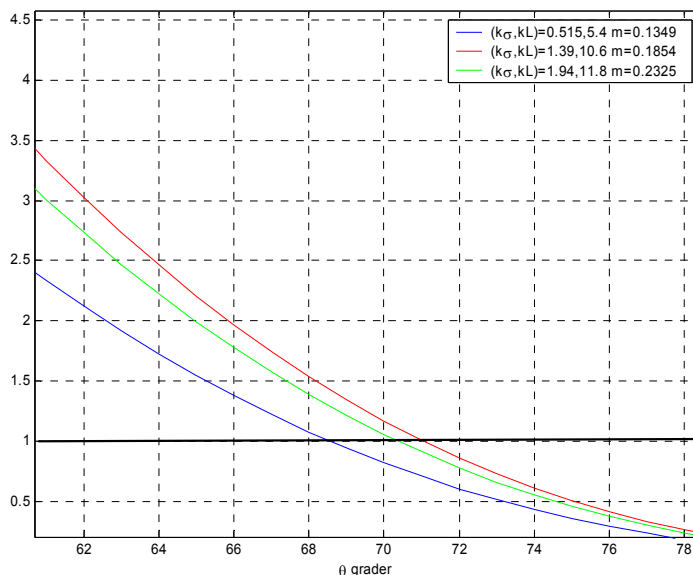
De matematiska approximationer som gjorts för att nå ett uttryck på slutna form är i princip desamma som gjordes i härledningen för mycket grova ytor. Vidare har både Leader [24] och De Roo [27] förutsatt att ytans höjd är noll på randen av det belysta området för att på så sätt slippa s.k. "edge effects" [3]. Dessa har utelämnats i rent beräkningsmängdssyfte och kan med samma approximationer som ovan beräknas analytiskt. Leader och De Roo skiljer sig på en punkt. Även om Leader medtar integraltermerna till högre ordning än De Roo så tar De Roo med fler termer av Taylorutvecklingen av korrelationsfunktionen än Leader som endast tar med tredje ordningens termer. Både De Roo och Leader förutsätter att ytan är isotrop, d.v.s. korrelationsfunktionen beror endast av avståndet mellan punkterna som skall korreleras. Med små ändringar kan resultaten utökas till att omfatta anisotropa ytor, men inget sådant arbete har studerats i den här rapporten.

Metoden är inte reciprok och tar inte hänsyn till skuggning. Man bör dock påpeka att skuggningseffekterna minskar med minskade grovlek på ytan. P.g.a. tangentplansapproximationen

bör man precis som för mycket grova ytor undvika strykande infall. Precis samma relation 4.26 när infallet kan anses som strykande gäller även här men då ytan förutsätts vara relativt plan kan vinkeln ψ ersättas med den infallande vågens elevationsvinkel θ . Uttrycket 4.26 blir således:

$$kR_c \cos^3 \theta \gg 1 \quad (4.31)$$

Området som avgränsas av villkoret 4.31 finns illustrerat i figur 4.3 för tre olika ytor isotropa ytor med Gaussiska höjd- och korrelationsfunktioner.



Figur 4.3: Visar kriteriet 4.31 vid $f=10\text{GHz}$ och olika korrelationslängder och standardavvikelser för höjderna.

Det är naturligtvis subjektivt att bestämma vad som är mycket större än ett. Men man bör inte gå längre än, låt oss säga 60 grader från ytnormalen för att vara säkra på att tangentplansapproximationen skall fungera bra.

Skuggning

Som vi tidigare påpekat är inte någon Kirchhoffmetod energikonserverande beroende på att bl.a. multipelspridning mellan ytans delytor och skuggningsfenomen utelämnats. Artiklar av Wagner [33] och Ishimaru [31] korrigerar ekvationerna 4.24 och 4.30 genom multiplikation av skuggningstermen, vilken ges av ekv 4.32. Denna korrigering gör att metodernas giltighetsområde utökas och något mer strykande infall kan beräknas. I denna rapport kommer ingen härledning av skuggningsfunktionen att göras utan den återfinns i [33].

Den bistatiska skuggningsfunktionen $S(\theta_1, \theta_2)$ för en isotrop yta kan skrivas som [31]:

$$S(\theta_1, \theta_2) = \left(1 - e^{-(F_2 + F_1)}\right) \frac{\text{erf}(v_1) + \text{erf}(v_2)}{2(F_1 + F_2)} \quad (4.32)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta, \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_s \quad (4.33)$$

$$v_k = \frac{|\tan \theta_k|}{2\sigma/L} \quad k=1,2 \quad (4.34)$$

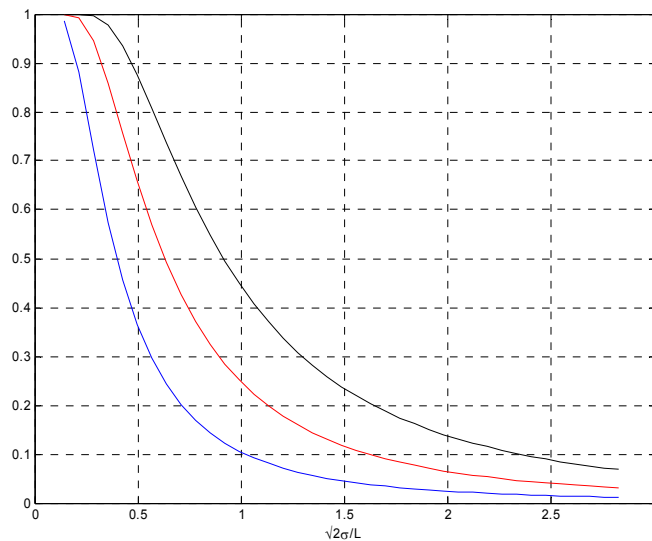
$$F_k = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{-9v_k^2/8}}{\sqrt{3\pi}v_k} + \frac{e^{-v_k^2}}{\sqrt{\pi}v_k} - (1 - \operatorname{erf}(v_k)) \right) \quad (4.35)$$

För anisotropa ytor ersätts korrelationslängden L med

$$L^2 = \left(L_x \left(\frac{\bar{v} \cdot \hat{x}}{|\bar{v}|} \right) \right)^2 + \left(L_y \left(\frac{\bar{v} \cdot \hat{y}}{|\bar{v}|} \right) \right)^2 \quad (4.36)$$

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} \sin \theta_s \cos \varphi_s - \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta_s \sin \varphi_s - \sin \theta \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

För att komma fram till uttrycket 4.32 har en del approximationer gjorts [33]. Dessa är främst av matematisk karaktär, men klart är att modellen bygger på strålgångsoptik och att strålarna också är inbördes oberoende. Detta medför att modellen är en högfrekvensmetod. Vidare har man antagit att ytans höjdfördelning är Gaussisk med medelvärde noll. Det framgår inte från [33] när detta villkor kommer in, klart är dock att sannolikhetstäthetsfunktionerna för ytans höjd- och första ordningens lutningsfördelning måste vara kända. Detta gör att man bör använda ekv 4.32 med försiktighet på ytor där man behöver högre ordningens termer för att beräkna σ_0 , dvs när ytorna är plana och när man är nära Brewstervinkeln. Det framgår inte från [31] att ekv 4.32 endast gäller för Gaussiska korrelationsfunktioner. Det som kommer att ändras för andra typer av korrelationsfunktioner är konstanterna i ekv 4.32, vilket i sig inte ändrar principutseendet. En härledning av ekv 4.32 kan återfinnas i [33]. Skuggningstermen illustreras i figuren 4.4.

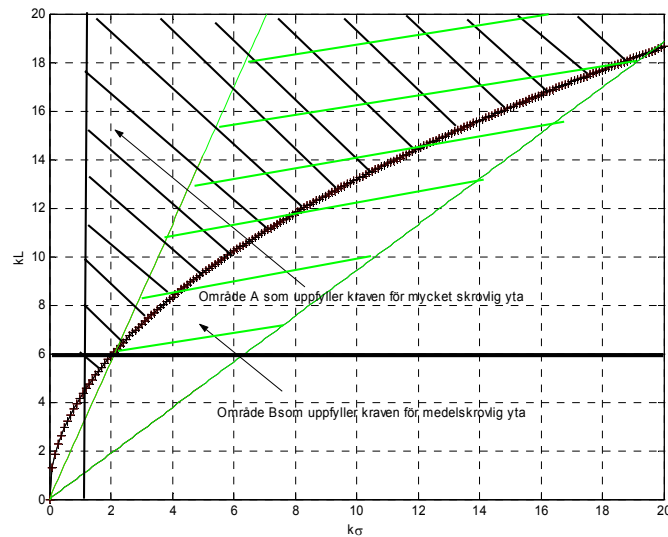


Figur 4.4: Illustrerar skuggningsfunktionen, ekv 4.32, som funktion medellutningen för en isotrop yta med Gaussisk korrelationsfunktion då $\theta_i = \theta = 70^\circ$ (blå kurva), $\theta_i = \theta = 60^\circ$ (röd kurva) och $\theta_i = \theta = 50^\circ$ (svart kurva).

Från figur 4.4 fås att skuggningen är obetydlig för små medellutningar, för att ganska snabbt komma att spela en stor roll för stora medellutningar. Det är därför nödvändigt att inkludera ekv 4.32 i ekv 4.24. Då ekv 4.32 redan representerar medelskuggningen över ytan, och är oberoende av integrationsvariablerna multipliceras ekv 4.24 med ekv 4.32. För små medellutningar, dvs när ytan är något skrovlig är skuggningen obetydlig varför man med gott samvete kan utelämna denna om infallsvinkeln inte är alltför låg. I annat fall multiplicerar man ekv 4.30 med ekv 4.32 precis som tidigare.

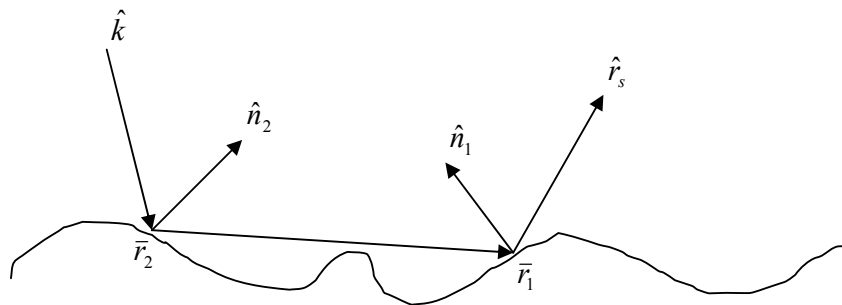
Medelskrovliga ytor

De metoder som hittills används för plana och mycket skrovliga ytor fungerar inte för ytor som har medellutningar i storleksordning mellan 0.5 och 1.5 [31], vilket illustreras i figur 4.5. I detta område uppträder såkallad utökad bakåtspridning, dvs en kraftig intensitetshöjning fås i bakåtspridningsriktningen. Denna kan inte förklaras genom ekv 4.24 eller ekv 4.30. Man kan visa [31] att utökad bakåtspridning beror på högre ordningens spridning, dvs multipelspridning inom ytan. Den matematik som Ishimaru använder sig av blir ganska abstrakt varför de matematiska approximationerna inte här närmare redovisas, däremot kommer fysikaliska approximationer att diskuteras. Ishimaru redovisar inte något resultat på slutet utan slututtrycket ges på integralform. Ishimaru nöjer sig med att reducera integralen över 10 variabler till en dubbelintegral, för att på så sätt få ett numeriskt hanterbart uttryck. Inga försök har gjorts att beräkna dubbelintegralen analytiskt, men genom särskilda matematiska approximationer torde detta inte vara omöjligt.



Figur 4.5: Illustrerar inom vilket område ytan kan anses som medelgrov i vilket högre ordningens spridningsteori bör användas.

Betrakta två punkter på \bar{r}_1 och \bar{r}_2 på ytan s se figur 4.6. För att beräkna andra ordningens Kirchhoffspridning i \bar{r}_1 görs ansatsen att endast spekulärt spridande punkter kommer att bidra. Man antar man att ekvationerna (4.9)-(4.11) och (4.15) gäller på samma sätt som för mycket grova ytor. Fresnelkoefficienterna blir då oberoende av Ortsvektorn. Vidare antar man inte att \bar{r}_1 ligger i ytans fjärrfält, vilket gör att Greenfunktionen inte Mac-Laurinutvecklas. Man väljer istället att uttrycka Greenfunktionen med hjälp av Weyls integral [31].



Figur 4.6: Illustrerar andra ordningens Kirchhoffspridning. Ytnormalerna \hat{n}_1 och \hat{n}_2 visar de stationära punkterna för strålen mellan \bar{r}_1 och \bar{r}_2 .

Vid beräkningen av fältet på ytan vid \bar{r}_1 tar man även hänsyn till internskuggning. Det är ju inte säkert att strålen från \bar{r}_2 når \bar{r}_1 . Man tar dock bara hänsyn till riktiga strålar \bar{r}_2 till \bar{r}_1 vilket medför att krypvågor och diffraktion utelämnas vilket är konsekvensen av stationära fas approximationen eller geometrisk optik. Man korrigerar även för den s.k. vinkelskuggningen från den infallande vågen vid \bar{r}_2 och den spridda vid \bar{r}_1 p.s.s. i ekv 4.32. Ishimaru hävdar att den interna skuggningen och den så kallade vinkelskuggningen kompenserar för högre ordningens termer, dvs trippelstudsar osv. Huruvida detta verkligen sker framgår inte av [31], men kan studeras i [34] och [35]. Fältet vid

\bar{r}_1 beräknas genom en kvadrupelintegral. Det spridda fjärrfältet beräknas genom integration över ytan där endast spekulärt spridande lutningar bidrar till det spridda fältet. Man använder således geometrisk optik vid två tillfällen.

De fysikaliska begränsningar som görs i metoden är desamma som görs i spridning mot mycket grova ytor. Man antar även att första och andra ordningens spridning är okorrelerade. Detta innebär att punkter nära \bar{r}_1 kommer att beräknas på ett felaktigt sätt. Detta torde ge större fel för ytor med en relativt slät ytstruktur, där korrelationslängden är stor, än för ytor med grov ytstruktur. Materialets elektriska och magnetiska egenskaper får inte bero på källpunktskoordinaterna. Inte heller beaktas p.g.a. geometrisk optik approximationen högre ordningens lutningstermer vilket gör att depolarisation i infallsplanet inte beaktas. Metoden bör därför fungera bäst för små spridnings- och infallsvinklar där denna effekt är relativt liten.

Avvikelse mellan mätningar och beräkningar är liten för korspolarisationerna, men ökar då grovleken på ytan ökar mot 1. För HH och VV-polarisationerna är överensstämmelsen mindre bra för grovlekar större än 0.5. Ishimaru [34] motiverar dessa skillnader med en del av de matematiska approximationer som gjorts när kvadrupelintegralen reducerats till en dubbelintegral. Vidare behövs ytterligare studier av den interna skuggningen. Svårigheterna att beskriva skuggning utgör förmodligen den största delen av felet då grovleken av ytan ökar. För långa korrelationslängder kan inte den första och andra ordningens spridning anses vara okorrelerade vilket måste beaktas om metodens giltighetsområde skall utökas.

Sammanfattning av Kirchoffmetoden

Sammanfattningsvis kan sägas om Kirchoffmetoden att den fungerar bra för markytor som uppfyller relationerna som visas i figurerna 4.1, 4.2. För medelgrov mark som visas i figur 4.5 fungerar Kirchoffmetoden bra för korspolarisationen, men något sämre för HH och VV. Metoden tillämpas främst på mark, men kan användas på alla yttyper där ytan höjdfördelnings- och korrelationsfunktion är kända. Vad som har framgått från litteraturen förutsätts att höjdfördelningsfunktionen är Gaussisk. Ofta förutsätts korrelationsfunktionen också att vara Gaussisk, men arbeten som behandlar andra typer finns att tillgå i bl.a. [27] och [14]. Metoden kan p.g.a. av tangentplansapproximationen inte tillämpas vid alltför flacka infallsvinklar.

5. Two-scale method

Inledning

Two-scale method har primärt utvecklats för bestämning av elektromagnetisk spridning från havsytor, vilka antas innehålla två olika spektra (skalor) av ytskrovligheter. De tidigaste arbetena gjordes av Pierson och Moskowitz [36] och viktiga vidareutvecklingar har gjorts av Bass [37] och Brown [38].

En naturlig markyta uppvisar knappast denna tydliga uppdelning i två olika skrovlighetsskalor, utan innehåller en mångfald av skrovlighetsskalor. Då det primära syftet med föreliggande arbete är att redovisa metoder för bistatisk markspredning, redovisas metoden här endast mycket översiktligt.

Översiktlig beskrivning

Havsytor kan generellt sägas innehålla två typer av ytskrovligheter, småskaliga snabbt varierande kapillärvågor med liten amplitud och vinddrivna mer långsamt varierande storskaliga vågor av stor amplitud. Kapillärvågorna är överlagrade på de senare. Modellering av denna typ av ytor utgår från att ytan består av två oberoende ytkomponenter; en ”högfrekvent” yta och en ”lågfrekvent”. Spridningen från den förstnämnda ytan modelleras med första ordningens perturbationsteori, där nollte ordningens lösning är lika med Kirchhoff-lösningen för lågfrekvenskomponenten. Metoden begränsas av den högfrekventa ytans höjd respektive gradient relativt den lågfrekventa ytan, samt den senares ytans krökningsradie.

Modellen formaliserades av McDaniel och Gorman [39] för skalär vågspridning. De bestämde bidraget av högre ordningens perturbationstermer.

6. Small-slope approximation

Inledning

I detta kapitel presenteras small slope approximation som den kallas på engelska. Någon direkt svensk översättning finns inte varför vi i avsnittet kommer kalla den SSA-metoden. Metoden är generell och kan användas för olika typer av vågproblem. I detta kapitel behandlas endast elektromagnetisk spridning mot mark med Gaussisk höjdfördelning. Ett sluttryck för spridning mot mark kommer att presenteras så att metoden skall kunna implementeras. Beskrivningen av metoden i det här kapitlet syftar till att läsaren skall få en uppfattning av underliggande teori, metodens begränsningar och dess tillämpbarhet. Kapitlet innehåller inledningsvis en historisk bakgrund av metoden. Sedan följer ett teoriavsnitt och slutligen görs en sammanfattning av metoden.

Historia

SSA-metoden utvecklades av Voronovich [40] och har följts upp av diverse artiklar som tillämpar metoden på olika spridningsproblem som bl.a. [41] och [42]. Två mycket utförliga beskrivningar av metoden kan återfinnas i referenserna [43] och [44].

Teori

På grund av den matematiska abstrakthet med vilken metoden framställs i referenserna [43] och [44] kommer inte alla led i härledningen att presenteras. Dock kommer metodens fysikaliska approximationer och ansatser, samt viktigaste matematiska approximationerna att förklaras.

Genom att representera Greenfunktionen i frekvensdomänen (Weyls formel) [43] kan denna beskrivas som en superposition av planvågor som propagerar i positiv och negativ z-riktning, där varje planvåg kan skrivas som:

$$\Psi = \Psi_0 e^{i(\bar{k} \cdot \bar{r} \pm iq(k)z)}, \quad q(k) = q_k = (K^2 - k^2)^{1/2}, \quad K = \varepsilon^{1/2} \omega / c \quad (6.1)$$

$$\bar{k} = (\bar{k}_s \cdot \hat{x})\hat{x} + (\bar{k}_s \cdot \hat{y})\hat{y}, \quad \bar{k}_0 = (\bar{k}_{in} \cdot \hat{x})\hat{x} + (\bar{k}_{in} \cdot \hat{y})\hat{y}, \quad \bar{r} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad (6.2)$$

\bar{k}_{in} och \bar{k}_s är vågvektorerna för infallande respektive spridd fält, q_k antas ligga i första kvadranten.

Det spridda fältet från en godtycklig yta kan genom ekv 6.1 och ekv 6.2 skrivas som [43]:

$$\Psi = q_0^{-1/2} e^{i(\bar{k}_0 \cdot \bar{r} + q_0 z)} + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\bar{k}, \bar{k}_0) q^{-1/2} e^{i(k \cdot \bar{r} - qz)} dk_x dk_y \quad (6.3)$$

Där $S(\bar{k}, \bar{k}_0)$ är spridningsamplitudmatrisen eller S-matrisen.

Hädanefter kommer inte integrationsgränserna att skrivas ut när en Fouriertransform görs utan det kommer att vara underförstått enligt ekv 6.3. Vidare kommer fortsättningsvis en enkelintegral att representera dubbelintegralen varför $dk_x dk_y = dk$.

Antag att $h(\bar{r})$ utgör z-variationerna för randen till objektet mot vilken spridningen sker, exempelvis en Gaussisk markyta. Då ytan flyttas längs den horisontella vektorn \bar{d} och den vertikala skalären D gäller p.g.a. (6.1) följande relationer:

$$S(\bar{k}, \bar{k}_0) \rightarrow S(\bar{k}, \bar{k}_0) e^{-i(\bar{k} - \bar{k}_0) \cdot \bar{d}} \quad (6.4)$$

$$S(\bar{k}, \bar{k}_0) \rightarrow S(\bar{k}, \bar{k}_0) e^{i(q + q_0) D} \quad (6.5)$$

Huvudansatsen i SSA utgörs av att man söker S-matrisen från följande form

$$S(\bar{k}, \bar{k}_0) = \int \frac{1}{(2\pi)^2} e^{-i((\bar{k} - \bar{k}_0) \cdot \bar{r} - (q + q_0) h(\bar{r}))} \varphi(\bar{k}, \bar{k}_0, \bar{r}, h(\bar{r})) d\bar{r} \quad (6.6)$$

Funktionalen $\varphi(\bar{k}, \bar{k}_0, \bar{r}, h(\bar{r}))$ är en funktional som beror av höjdvariationen, t.ex för ett PEC-material kan den vara $2\hat{n} \times \bar{H}_{in}$.

Det är lämpligt [43] att i stället betrakta Fouriertransformen av φ .

$$\varphi = \int e^{i\xi \cdot \bar{r}} \Phi(\bar{k}, \bar{k}_0, \xi, h(\bar{r})) d\xi \quad (6.7)$$

Ekvation 6.6 kan genom ekv 6.7 skrivas som:

$$S(\bar{k}, \bar{k}_0) = \int \frac{1}{(2\pi)^2} e^{-i((\bar{k} - \bar{k}_0) \cdot \bar{r} - (q + q_0) h(\bar{r}))} e^{i\xi \cdot \bar{r}} \Phi(\bar{k}, \bar{k}_0, \xi, h(\bar{r})) d\bar{r} d\xi \quad (6.8)$$

Om Φ är en glatt funktional kan man representera den som en integralseriutveckling (ekv 6.9), till skillnad från SPM där man Taylorutvecklar fälten.

$$\begin{aligned} \Phi &= \delta(\xi) + \int \delta(\xi - \xi_1) \Phi_1(\bar{k}, \bar{k}_0) h(\xi_1) d\xi_1 + \\ &+ \int \delta(\xi - \xi_1 - \xi_2) \Phi_2(\bar{k}, \bar{k}_0) h(\xi_1) h(\xi_2) d\xi_1 d\xi_2 + \dots \end{aligned} \quad (6.9)$$

Ekvation 6.9 i ekv 6.8 samt relationerna 6.4 och 6.5 gör att den n:te termen i serieutvecklingen är proportionell mot $|\nabla h|^n$, $\nabla = \partial / dx + \partial / dy$. Voronovich [43] visade att om koefficienterna i en serieutveckling av fältet är kända blir kravet som definierar metodens giltighetsområde 6.10 om S-matrisen beräknas genom ekv 6.8. Detta är själva huvudkärnan i SSM och gör giltighetsområdet betydligt större än för SPM. Problemet att bestämma koefficienterna i serieutvecklingen kvarstår dock. I stora drag är inte bestämningsproceduren av koefficienterna i ekv 6.9 speciellt komplicerad, men den bakomliggande matematiken framställs på ett relativt tungt sätt i [43] och [44] varför vi i denna rapport endast i stora drag beskriver hur koefficienterna bestäms.

Metodens giltighetsområde definieras av:

$$|\nabla h| \ll 1 \quad (6.10)$$

(6.10) betyder att ytan inte någonstans får ha lutningar som inte är mycket mindre än ett.

Bestämning av koefficienter

Man kan visa [43] att S-matrisen i SPM kan skrivas som:

$$S(\bar{k}, \bar{k}_0) = V_0(\bar{k}) \delta(\bar{k} - \bar{k}_0) + 2i(qq_0)^{1/2} B(\bar{k}, \bar{k}_0) h(\bar{k} - \bar{k}_0) + (qq_0)^{1/2} \sum_{m=1}^{\infty} \int B_{m+1}(\bar{k}, \bar{k}_0, \xi_1, \dots, \xi_m) h(k - \xi_1) \dots h(\xi_m - \bar{k}_0) d\xi_1 \dots d\xi_m h(\bar{k}) = \int e^{-i\bar{k}\bar{r}} h(\bar{r}) \frac{dr}{(2\pi)^2} \quad (6.11)$$

Koefficienterna $B_m(\bar{k}, \bar{k}_0, \xi_1, \dots, \xi_m)$ är relaterade till ytans randvillkor och oberoende av ytans höjdvariationer.

För att bestämma koefficienterna i ekv 6.9 förutsätts att man redan känner en serieutveckling av S-matrisen. Vanligtvis används SPM och en utveckling fås enligt ekv 6.11, men även andra typer av serieutvecklingar går att använda [43]. Dessa måste naturligtvis vara giltiga inom det område för vilket man vill beräkna spridningen vilket är en konsekvens av den s.k. Rayleigh hypotesen [44]. Naturligtvis introduceras fel i serieutvecklingen om en typ av metod används som inte är giltig inom det området. Exempelvis kan inte en serieutveckling som grundar sig på Kirchoffteorin för mycket skrovliga ytor användas för att beräkna spridningen i en annan typ av område.

SSA metoden är lämplig att använda i kombination med andra typer av spridningsmetoder för kravet små ytojämnheter, d.v.s. $k|h(x, y)| \ll 1$. Enligt ekv 6.8 och ekv 6.9 blir giltighetsområdet ekv 6.10. Nedan förutsätts att man serieutvecklat med hjälp av SPM.

För att bestämma koefficienterna i ekv 6.9 görs en Taylorutveckling m.a.p. $h(\bar{r})$. Man jämför sedan termerna i utvecklingen med termerna i ekv 6.11 och identifierar de som har samma gradtal av h . Man kan även visa [43] att vid bestämning av exempelvis andra ordningens term, förutsatt att man känner nollte ordningens term, kan första ordningens term sättas till noll. Man beräknar sedan andra ordningens term och genom formel (6.1.19) i [43] beräknas första ordningens term.

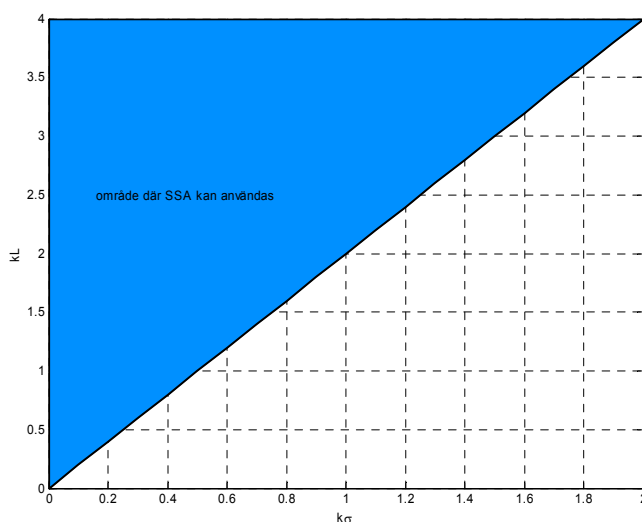
Ytor med Gaussisk höjdfördelning

För ytor med Gaussisk höjdfördelning där koefficienterna bestämts med hjälp av (6.11) upp till andra ordningens term gäller att giltighetsområdet (6.10) ändras till [43]:

$$\nabla h \ll \frac{q_k}{k} \quad (6.12)$$

Detta innebär att ytans lutningar skall vara betydligt mindre än ”grazing angles” av infallande och spridda vågor.

Området illustreras i figur 1 för en isotrop yta med Gaussisk korrelationsfunktion.



Figur 6.1: Illustrerar det maximala giltighetsområdet för SSA metoden då infallsvinkeln och spridningsvinkeln är 45°.

Slututtrycket som ges för den normaliserade radarmålearea i denna rapport ges i ett uttryck som motsvarar första ordningens SSA med koefficienter beräknade enligt (6.11) och kan skrivas som:

$$\sigma_{qp}^0(\bar{k}, \bar{k}_0) = (2q_k q_0)^2 |B_{qp}(\bar{k}, \bar{k}_0)|^2 \int_{A_0} e^{-i(\bar{k} - \bar{k}_0) \cdot \bar{r}} e^{-Q^2 \sigma^2} \left(\frac{\exp(Q^2 \sigma^2 \rho(\bar{r})) - 1}{Q^2} \right) \frac{d\bar{r}}{(2\pi)^2 A_0} \quad (6.13)$$

Definitionerna av $B(\bar{k}, \bar{k}_0)$ och Q ges i appendix B.

Integralen i (6.13) kan antingen beräknas numeriskt eller med hjälp av serieutveckling av

exponenten $\left(\frac{\exp(Q^2 \sigma^2 \rho(\bar{r})) - 1}{Q^2} \right)$ på ungefär samma sätt som IEM-metoden eller för mycket skrovliga

ytor i Kirchhoffkapitlet. Uttrycket 6.13 förklarar inte depolarisation i infallsplanet, utan då krävs en serieutveckling av högre ordning

Multipelspredning, skuggning och reciprocitet

Ekv 6.13 är reciprok vilket inses genom att byta ut $q_0 \rightarrow q_k$, $\bar{k} \rightarrow \bar{k}_0$ och vice versa.

SSA uppvisar samma fysikaliska förutsättningar som den metod som används för att bestämma serieutvecklingen av koefficienterna. För SPM representeras serieutvecklingen av ekv 6.11. Således tar SSA hänsyn till skuggning och multipelspredning av den ordningen SPM skulle göra, om den metoden används. Om serieutveckling beräknas med Kirchhoffmetoden gäller att skuggning och multipelspredning inte beaktas.

Något större valideringsarbete av metoden har inte hittats i litteraturen. Dock har en del jämförande mätningar [45] för spridning mot anodiserat aluminium gjorts vid våglängderna 10.6 μm och 3.39 μm . Beräkningarna är gjorda med första ordningens SSA metod där SPM används för beräkning av koefficienterna. Resultaten visar på en god överensstämmelse för vinkelintervallet $[-45^\circ, 45^\circ]$ från ytans normal. Utanför vinkelintervallet visar resultaten på gradvis ökande skillnad mellan mätningar och beräkningar. En högre ordningens SSA metodberäkning torde göra att vinkelintervallet ökas.

Sammanfattning SSA

Sammanfattningsvis kan sägas att SSA metoden utökar giltighetsområdet för metoder som har restriktionen att $k|h(x, y)| \ll 1$. Således är metoden fördelaktig att använda tillsammans med perturbationsmetoder för att utöka dessas giltighetsområden.

7. IEM - Integral equation method

Inledning

I detta avsnitt kommer IEM metoden eller *Integral Equation Method* att presenteras. Syftet är att läsaren skall få en snabb inblick i metoden och dess begränsningar så att den enkelt skall kunna tillämpas på konkreta problem, i den här rapporten spridning mot mark med Gaussisk höjdfördelning. Därför kommer de grundläggande matematiska och fysikaliska approximationerna att redovisas, dock utelämnas en hel del mellanled som leder fram till slututtrycket. För en mer noggrann presentation av dessa hänvisas läsaren till [46], [47] och [48]. Inledningsvis kommer en kort redogörelse för metodens historia att göras. Sedan följer teoridelen som är uppdelad i en del underavsnitt som exempelvis skuggning och multipelspredning. Slutligen görs en sammanfattning av metoden.

IEM-metodens historia

IEM utvecklades av A.K Fung och G.W Pan på senare delen av 80-talet [49]. Metoden vidareutvecklas under slutet av 80-talet till att även behandla dielektriska ytor vilket redovisas i en artikel av Fung från 1992 [47]. En bok skriven 1994 av Fung [46] framställer metoden på sakligt och lättförståeligt sätt. Boken som till stor del ligger till grund för arbetet som presenteras i den här rapporten grundar sig på [47]. Metoden vidareutvecklas på senare delen av 90-talet av bl.a. Hsieh [48] och Chen [50]. IEM metoden är fortfarande under utveckling när denna rapport skrivs.

Teori

När man beräknar markspredning med hjälp av IEM-metoden skiljer man på två marktyper; när ytan är svagt- till medelskrovlig resp mycket skrovlig. Fung [46] anger gränsen $k\sigma < 2$ när ytan betraktas som svagt skrovlig eller medelskrovlig; mer om detta senare i rapporten.

Man kan visa [46] att de tangentiella magnetiska och elektriska fälten på en yta kan skrivas som:

$$\hat{n} \times \bar{E} = 2\hat{n} \times \bar{E}_i - \frac{1}{2\pi} \hat{n} \times \int_s \bar{E} ds' \quad (7.1)$$

$$\hat{n} \times \bar{H} = 2\hat{n} \times \bar{H}_i + \frac{1}{2\pi} \hat{n} \times \int_s \bar{H} ds' \quad (7.2)$$

$$\bar{E} = ik\eta(\hat{n}' \times \bar{H}')G - (\hat{n}' \times \bar{E}') \times \nabla'G - (\hat{n}' \cdot \bar{E}')\nabla'G \quad (7.3)$$

$$\bar{H} = \frac{ik}{\eta}(\hat{n}' \times \bar{E}')G + (\hat{n}' \times \bar{H}') \times \nabla'G + (\hat{n}' \cdot \bar{H}')\nabla'G \quad (7.4)$$

Man väljer att beskriva vänstra leden av ekv 7.1 och ekv 7.2 som:

$$\hat{n} \times \bar{E} = (\hat{n} \times \bar{E})_k + (\hat{n} \times \bar{E})_c \quad (7.5)$$

$$\hat{n} \times \bar{H} = (\hat{n} \times \bar{H})_k + (\hat{n} \times \bar{H})_c \quad (7.6)$$

De andra termerna i högerleden i ekv 7.5 och ekv 7.6 är de s.k. kompletterande fälten och ges av ekvation 7.13 och ekvation 7.14. $(\hat{n} \times \bar{E})_k$ och $(\hat{n} \times \bar{H})_k$ är de tangentiella fälten under Kirchoffapproximationen. De spridda fälten i och ortogonalt mot infallsplanet kan uttryckas som:

$$E_{s,\perp} = R_{\perp} E_{i,\perp} \quad (7.7)$$

$$E_{s,\parallel} = R_{\parallel} E_{i,\parallel} \quad (7.8)$$

$$H_{s,\perp} = R_{\perp} H_{s,\perp} \quad (7.9)$$

$$H_{s,\parallel} = R_{\parallel} H_{s,\parallel} \quad (7.10)$$

Genom att införa ytberoende enhetsvektorer p.s.s. som i ekvation 4.12, kan de totala fälten under Kirchofffälten skrivas som [46]:

$$(\hat{n} \times \bar{E})_k = \hat{n} \times (\bar{E}_i + \bar{E}_s) = \hat{n} \times \left[(1 + R_{\perp})(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{t} + (1 - R_{\parallel})(\hat{p} \cdot \hat{d})\hat{d} \right] E_i \quad (7.11)$$

$$\eta(\hat{n} \times \bar{H})_k = \hat{n} \times (\bar{H}_i + \bar{H}_s) = \hat{n} \times \left[(1 - R_{\perp})(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{d} - (1 + R_{\parallel})(\hat{p} \cdot \hat{d})\hat{t} \right] E_i \quad (7.12)$$

De kompletterande fälten $(\hat{n} \times \bar{E})_c$ och $(\hat{n} \times \bar{H})_c$ kan genom en del manipulering skrivas som [46]:

$$\begin{aligned} (\hat{n} \times \bar{E})_c = & -\frac{1}{4\pi} (\hat{n} \times \hat{t}) \left\{ (\hat{n} \times \hat{t}) \cdot \hat{n} \times \int [(1 + R_{\perp})\bar{E} + (1 - R_{\perp})\bar{E}_t] dS' \right\} - \\ & -\frac{1}{4\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \times \int [(1 - R_{\parallel})\bar{E} + (1 + R_{\parallel})\bar{E}_t] dS' \right\} \end{aligned} \quad (7.13)$$

$$\begin{aligned} (\hat{n} \times \bar{H})_c = & \frac{1}{4\pi} (\hat{n} \times \hat{t}) \left\{ (\hat{n} \times \hat{t}) \cdot \hat{n} \times \int [(1 + R_{\parallel})\bar{H} + (1 - R_{\parallel})\bar{H}_t] dS' \right\} + \\ & -\frac{1}{4\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \times \int [(1 - R_{\perp})\bar{H} + (1 + R_{\perp})\bar{H}_t] dS' \right\} \end{aligned} \quad (7.14)$$

\bar{E}_t och \bar{H}_t är transmitterande fält som fås på samma sätt som i ekv 7.3 och ekv 7.4 förutom att mediets elektriska och magnetiska egenskaper skall beaktas. Dessa uttryck redovisas inte i den här rapporten utan återfinns i [46].

Förenkling av Kirchhoffälten

Man kan visa [46] att ekvationerna 7.11 och 7.12 kan skrivas som:

$$(\hat{n} \times \bar{E})_k = \hat{n} \times ((1 - R_{\parallel})\hat{p} + (R_{\parallel} + R_{\perp})(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{t})E_i \quad (7.15)$$

$$\eta(\hat{n} \times \bar{H})_k = \hat{n} \times (\hat{k}_i \times (1 + R_{\parallel})\hat{p} + (R_{\parallel} + R_{\perp})(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{t})E_i \quad (7.16)$$

Uttrycken 7.11 och 7.12 är beroende av ytans struktur eftersom det lokala koordinatsystemet beror av ytans lutningar. För att eliminera detta beroende observerar Fung [46] att för vertikal polarisation, $\hat{p} = \hat{v}$, (se 4.12) är $\hat{v} \cdot \hat{t}$ liten. Vidare är termen $(R_{\parallel} + R_{\perp}) \ll 1$ förutom för strykande infall. Genom att ignorera dessa termer blir ekvation 7.15 och ekvation 7.16 oberoende av ytans lutningar och kan skrivas som:

$$(\hat{n} \times \bar{E})_{kv} \approx \hat{n} \times ((1 - R_{\parallel})\hat{v})E_i \quad (7.17)$$

$$\eta(\hat{n} \times \bar{H})_{kv} \approx \hat{n} \times (\hat{k}_i \times (1 + R_{\parallel})\hat{v})E_i \quad (7.18)$$

För horisontell polarisation följer samma resonemang, men man noterar att $\hat{h} \cdot \hat{d}$ är liten för de flesta vinklar förutom vid strykande infall. Ekv 7.15 resp ekv 7.16 kan därför skrivas som:

$$(\hat{n} \times \bar{E})_{kh} \approx (1 + R_{\perp})\hat{n} \times \hat{h}E_i \quad (7.19)$$

$$\eta(\hat{n} \times \bar{H})_{kh} \approx (1 - R_{\perp})\hat{n} \times (\hat{k}_i \times \hat{h})E_i \quad (7.20)$$

För korspolarisation kan ovan nämnda approximationer inte göras. Fung löser detta genom att ta medelvärdet av ekv 7.15 och ekv 7.11 och sedan ignorera $(R_{\parallel} + R_{\perp})$ termen. Någon utförligare motivering av denna manöver ges inte i [46], förutom att felet blir detsamma för båda korspolarisationerna. För korspolarisation blir de tangentiella fälten:

$$(\hat{n} \times \bar{E})_{kc} \approx (1 - 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp}))(\hat{n} \times \hat{p})E_i \quad (7.21)$$

$$\eta(\hat{n} \times \bar{H})_{kc} \approx (1 + 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp}))(\hat{k}_i \times \hat{p})E_i \quad (7.22)$$

Förenklade kompletterande fält

För att eliminera beroendet av ytans lokala koordinatsystem i ekv 7.13 och 7.14 görs på samma sätt som för de tangentiella Kirchhoffälten. Precis som tidigare ignoreras termer som innehåller $(R_{\parallel} + R_{\perp})$, samt att man som tidigare noterar att vissa skalärer är små för olika polarisationer. För korspolarisationstermer görs en liknande medelvärdesbildning som tidigare varvid ekv 7.13 och ekv 7.14 kan förenklas till:

$$(\hat{n} \times \bar{E}_v)_c \approx -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 - R_{\parallel}) \bar{E}_v + (1 + R_{\parallel}) \bar{E}_{v'}] dS' \quad (7.23)$$

$$(\hat{n} \times \bar{H}_v)_c \approx \frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 + R_{\parallel}) \bar{H}_{v'} + (1 - R_{\parallel}) \bar{H}_v] dS' \quad (7.24)$$

$$(\hat{n} \times \bar{E}_h)_c \approx -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 + R_{\perp}) \bar{E}_h + (1 - R_{\perp}) \bar{E}_{h'}] dS' \quad (7.25)$$

$$(\hat{n} \times \bar{H}_h)_c \approx \frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 - R_{\perp}) \bar{H}_{h'} + (1 + R_{\perp}) \bar{H}_h] dS' \quad (7.26)$$

$$(\hat{n} \times \bar{E}_p)_c \approx -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 - 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp})) \bar{E}_p + (1 + 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp})) \bar{E}_{p'}] dS' \quad (7.27)$$

$$(\hat{n} \times \bar{H}_p)_c \approx \frac{1}{4\pi} \hat{n} \times \int [(1 + 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp})) \bar{H}_p + (1 - 0.5(R_{\parallel} - R_{\perp})) \bar{H}_{p'}] dS' \quad (7.28)$$

Förenklningarna som leder fram till uttrycken 7.17-7.28 är ”exakta”, i den bemärkelsen att $(R_{\parallel} + R_{\perp}) = 0$ för en perfekt ledare. Däremot fungerar approximationen sämre för dielektriska ytor vid strykande infall och nära Brewstervinkeln då $(R_{\parallel} - R_{\perp})$ inte längre är liten. Något arbete som utreder effekterna av ovan nämnda approximationer har inte återfunnits i litteraturen. Det borde dock vara möjligt att undvika dessa approximationer, åtminstone för Kirchhofftermen eftersom detta gjorts i kapitel 4 för små $k\sigma$. Ett dylikt angrepp har inte återfunnits i litteraturen. En implementering av detta skulle vara ett tänkbart fortsatt arbete.

Fjärrfält

Om fältpunkten ligger på stort avstånd från spridaren d.v.s. i ytans fjärrfält kan det spridda fältet skrivas som:

$$\bar{E}_{qp} = \bar{E}_{k,qp} + \bar{E}_{c,qp} \quad (7.29)$$

$$\bar{E}_{k,qp} = CE_0 \int f_{qp} e^{i(\bar{k}_s - \bar{k}_i) \cdot \bar{r}'} dx dy \quad (7.30)$$

$$\bar{E}_{c,qp} = \frac{CE_0}{8\pi^2} \int F_{qp} e^{iu(x-x') + iv(y-y') + i\bar{k}_s \cdot \bar{r}' - i\bar{k}_i \cdot \bar{r}'} dx dy dx' dy' dudv \quad (7.31)$$

där $C = \frac{ik}{4\pi R} e^{-ikR}$,

R är avståndet från origo till fältpunkt, \bar{k}_s, \bar{k}_i är vågvektorer för spridd respektive infallande våg.

$$f_{qp} = \left(\hat{q} \times \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \times \bar{E}_p)_k + \eta \hat{q} \cdot (\hat{n} \times \bar{H}_p)_k \right) (D_1 / E_i) \quad (7.32)$$

$$F_{qp} = 8\pi^2 \left(\hat{q} \times \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \times \bar{E}_p)_c + \eta \hat{q} \cdot (\hat{n} \times \bar{H}_p)_c \right) (D_1 / E_i) \quad (7.33)$$

Beräkning av f_{qp} och F_{qp}

För att kunna beräkna fältkoefficienterna för Kirchhofffältet och det kompletterande fältet krävs att en del förenklingar görs. I detta delavsnitt presenteras förenklingarna, alltefter de behövs.

För att beräkna f_{qp} sätts 7.17-7.22 in i ekv 7.32. För att göra Fresnelkoefficienterna oberoende av integrationsvariablerna skiljer man på två typer av markskrovligheter, svagt-medelskrovlighet och mycket skrovlighet mark. Fung [47] anger gränsen som $k\sigma < 3$ då marken kan anses som svagt-medelskrovlighet. En senare referens[46] anger $k\sigma < 2$ som gräns. Detta torde inte vara någon absolut gräns utan har förmodligen definierats av empiriska studier.

För svagt-medelskrovlighet mark approximeras den lokala vinkeln i Fresnelkoefficienterna med infallsvinkeln. Skillnaden mot modellen i Kirchhoffteorin, som presenterades för svagt skrovlighet mark är att Fresnelkoefficienterna inte Mac-Laurinutvecklas som funktion av ytans lutningar. Att inte serieutveckla koefficienterna borde ge ett större fel för ytor med små lutningar än vad Kirchhoffmodellen ger. Dock medför detta att den sista delen av begränsningen 4.27 inte längre gäller, varvid metodens giltighetsområde utökas. Fortfarande gäller villkoren på krökningsradie och korrelationslängd.

För mycket skrovlighet mark används stationära fasapproximationen på samma sätt som i ekvation (4.16). Man betraktar endast spekulärt speglade punkter. Således approximeras den lokala vinklarna med de som ger spekulärt bidrag vilket gör att dessa blir oberoende av integrationsvariablerna.

För båda områdena kommer f_{qp} till en början att innehålla termer som beror av ytans lutningar. Dessa kan partialintegreras bort, varvid eventuella kanttermer ignoreras. Detta medför p.s.s. som tidigare att ytor som inte är noll på randen kommer att beräknas med en felterm. Om ytan är mycket grov och endast det diffusa fältet bidrar reduceras kravet till att ytan måste ha en icke-stokastisk rand [3].

De slutliga uttrycken för f_{qp} ges då $\varphi=0$, d.v.s. när infall sker längs negativ x-riktning.

$$f_{vv} = \frac{2R_{\parallel}}{\cos\theta + \cos\theta_s} (\sin\theta \sin\theta_s - (1 + \cos\theta \cos\theta_s) \cos\varphi_s) \quad (7.34)$$

$$f_{hh} = \frac{2R_{\perp}}{\cos\theta + \cos\theta_s} (\sin\theta \sin\theta_s - (1 + \cos\theta \cos\theta_s) \cos\varphi_s) \quad (7.35)$$

$$f_{hv} = 2R \sin\varphi_s \quad (7.36)$$

$$f_{vh} = -2R \sin\varphi_s \quad (7.37)$$

Där $R=0.5(R_{\parallel} - R_{\perp})$, vinklarna θ, θ_s och φ_s anger på vanligt sätt elevations- och azimuthvinklar för infalls- och spridningsriktning.

För att beräkna de kompletterande fältkoefficienterna F_{qp} görs en spektralrepresentation med Weyls formel [43] av Greenfunktionen och dess gradient, vilka representeras på följande sätt:

$$G = -\frac{1}{2\pi} \int \frac{i}{q} \exp(iu(x-x') + iv(y-y') - iq|z-z'|) dudv \quad (7.38)$$

$$\nabla' G = -\frac{1}{2\pi} \int \frac{\bar{g}}{q} \exp(iu(x-x') + iv(y-y') - iq|z-z'|) dudv \quad (7.39)$$

där $q = (k^2 - u^2 - v^2)^{1/2}$, $\bar{g} = u\hat{x} + v\hat{y} \pm q\hat{z}$. I det transmitterande mediet ersätts k med k_t . Integrationen sker från $-\infty$ till ∞ och för $k^2 < u^2 + v^2$ ersätts q med $q = i(k^2 - u^2 - v^2)^{1/2}$.

Fung [46] ignorerar termen $|z-z'|$ och den sista delen i \bar{g} med en motivering som är aningen luddig. Detta görs för att ”standard characteristic function method” [48] skall kunna användas vilket gör att beräkningarna förenklas. Hsieh [48] inkluderar dessa termer och får då olika medelvärden beroende på om $z < z'$ och tvärtom. Detta påverkar inte F_{qp} då men kommer ha betydelse för radarmålearen. En artikel av Chen [50] antyder att man även inkluderat kanttermer, vilka har betydelse för multipelspredning. Genom dessa utökningar av metoden kommer man få kompletterande fältkoefficienter som är beroende av om $z > z'$ och vice versa. Oberoende av metod kommer de principiella utseendena för F_{qp} vara desamma, men man kommer dock få andra värden på de konstanter som ingår i fältkoefficienterna beroende på vilken referens som beaktas. Det slutliga uttrycket som ges i appendix C kommer att vara de som presenteras av [50] och är den senast kända representationen av fältkoefficienterna.

Genom att använda ekv 7.23, 7.24 resp 7.33 blir F_{vv} :

$$\begin{aligned} F_{vv} = & \frac{D_1 D_1'}{E^i} \hat{h}_s \cdot \hat{n} \times \left[(1 - R_{\parallel}) \frac{k}{q} - (1 + R_{\parallel}) \frac{k_t \eta_t}{q_t \eta} \right] \eta (\hat{n}' \times \bar{H}_v) + \\ & + \left[(1 - R_{\parallel}) / q - (1 + R_{\parallel}) / q_t \right] \hat{n}' \times \bar{E}_v \times \bar{g} \left[(1 - R_{\parallel}) / q - (1 + R_{\parallel}) / (\epsilon_r q_t) \right] (\hat{n}' \cdot \bar{E}_v) \bar{g} + \\ & \frac{D_1' D_1}{E^i} \hat{v}_s \cdot \hat{n} \times \left[(1 + R_{\parallel}) \frac{k}{q} - (1 - R_{\parallel}) \frac{k_t \eta_t}{q_t \eta} \right] (\hat{n}' \times \bar{E}_v) - \left[(1 + R_{\parallel}) / q - (1 - R_{\parallel}) / q_t \right] \eta (\hat{n}' \times \bar{H}_v) \times \bar{g} - \\ & - \left[(1 + R_{\parallel}) / q - (1 - R_{\parallel}) / (\mu_r q_t) \right] \eta (\hat{n}' \cdot \bar{H}_v) \bar{g} \end{aligned} \quad (7.40)$$

Uttrycket 7.40 och övriga fältkoefficienter kommer att innehålla obekanta magnetiska och elektriska fält. Genom att approximera dessa med Kirchhoffälten, ekv 7.17-7.22, vilket är själva huvudapproximationen i IEM samt att partialintegrera bort termer som beror av ytans lutningar fås $F_{qp}(u, v)$. De lokala vinklarna i Fresnelkoefficienterna approximeras **alltid** med infallsvinkeln. Någon förklaring till varför detta görs ges inte. Det är dock troligt att Fung har testat olika varianter för att se vilken som överensstämmer bäst med exempelvis momentmetodberäkningar, eller tagit del av Ishimarus arbete [34] om Kirchhoffmetoden för medelgrova ytor. Denna metod presenterades

kortfattat i kapitel 4 och skiljer sig från IEM på den punkten att den lokala vinkeln i både Kirchhoff-fältet och det kompletterande fältet fås genom ekvation (4.15) oavsett grovlek på marken.

De approximationer i de lokala vinklarna i Fresnelkoefficienterna på det sätt som presenterats här, ger upphov till fel, framförallt då de lokala vinklarna avviker mycket från den globala. Det är svårt att uppskatta betydelsen av dessa fel. Störst fel kan förväntas för grova ytor, där den lokala infallsvinkeln avviker mer från den globala, och kring Brewstervinkeln där Fresnelkoefficienterna varierar snabbt. I litteratursökningen som ligger till grund för denna rapport har endast två referenser [47] och [46] hittats där dessa approximationer utreds, och då för bakåtspredning. Samma resultat torde även gälla ungefärligen för bistatisk spridningsriktning. Fung [46] har studerat dessa effekter i bakåtspredningsriktningen för olika infallsvinklar då $\varepsilon_r = 3 - 0.1i$ och för frekvensbandet 0-12 GHz.

Generellt kan sägas, att som väntat stämmer båda metoderna bra för låga infallsvinklar över hela frekvensbandet. För låga frekvenser fungerar det generellt bra att approximera de lokala vinklarna med infallsvinkeln, medan för högre frekvenser konvergerar mätresultatet mot den andra approximationen. För mellanfrekvenserna finns en övergångsregion där ingen av approximationerna fungerar speciellt bra. Denna region torde vara beroende av ytparametrarna och några fasta gränser finns således inte. Fung [46] anger följande villkor för en yta med Gaussisk korrelationsfunktion, när de olika metoderna bör användas.

De lokala vinklarna approximeras med infallsvinkeln då:

$$(k\sigma)(kL) < 1.2\sqrt{\varepsilon_r} \quad (7.41)$$

Approximering av lokala vinklar med spegelvinklar används då

$$kL > 5 \quad (7.42)$$

Om de bägge approximationerna används inom sina gränser, som ges av ekv 7.41 och ekv 7.42, ger IEM bra överensstämmelse över hela vinkelintervallet.

För ytor med icke Gaussiska korrelationsfunktioner gäller inte villkoren 7.41 och 7.42. Det är dock troligt att likartade villkor gäller, men att konstanterna i högerleden tenderar att öka. Således förväntas området där de lokala vinklarna approximeras med infallsvinkeln att öka.

Medelvärdesbildning

Eftersom ytan är en stokastisk funktion är det naturligt att betrakta den spridda inkoherenta medelenergin som:

$$\begin{aligned} \langle E_{s,qp} E_{s,qp}^* \rangle - \langle E_{s,qp} \rangle \langle E_{s,qp} \rangle^* &= \langle E_{k,qp} E_{k,qp}^* \rangle - \langle E_{k,qp} \rangle \langle E_{k,qp} \rangle^* + \\ + 2 \operatorname{Re} \left(\langle E_{c,qp} E_{k,qp}^* \rangle - \langle E_{c,qp} \rangle \langle E_{k,qp} \rangle^* \right) &+ \langle E_{c,qp} E_{c,qp}^* \rangle - \langle E_{c,qp} \rangle \langle E_{c,qp} \rangle^* \end{aligned} \quad (7.43)$$

För att beräkna ekv 7.43 krävs att man känner till ytans höjdsannolikhetsfördelning. I de referenser som studerats förutsätts Gaussisk höjdfördelning, samt att processen är stationär vilket gör att ytans korrelationsfunktion kan beskrivas som $\rho(x-x'', y-y'')$. Under dessa förutsättningar kan man visa att ekv 7.43 kan skrivas som [48]:

$$P_{qp} = P_{k,qp} + P_{kc,qp} + P_{c,qp} \quad (7.44)$$

där:

$$P_{k,qp} = \left| CE_0 f_{qp} \right|^2 \int_A \int_A \langle \exp(i(\bar{k}_s - \bar{k}_i) \cdot (\bar{r} - \bar{r}')) \rangle dx dy dx' dy' - \left| CE_0 f_{qp} \right|^2 \left| \int_A \langle \exp(i(\bar{k}_s - \bar{k}_i) \cdot \bar{r}) \rangle dx dy \right|^2 \quad (7.45)$$

$$\begin{aligned} P_{kc,qp} &= \left| \frac{CE_0}{2\pi} \right|^2 \operatorname{Re} \int_A \int_A \int_A \int_A F_{qp} f_{qp}^* \langle \exp(i(u(x-x') + v(y-y') - q|z-z'| + (\bar{k}_s - \bar{k}_s) \cdot (\bar{r} - \bar{r}''))) \rangle - \\ &- \left| \frac{CE_0}{2\pi} \right|^2 \operatorname{Re} \int_A \int_A \int_A \int_A F_{qp} f_{qp}^* \langle \exp(i(u(x-x') + v(y-y') - q|z-z'| + \bar{k}_s \cdot \bar{r} - \bar{k}_s \cdot \bar{r}')) \rangle \cdot \\ &\langle \exp(-i(\bar{k}_s - \bar{k}_i) \cdot \bar{r}'') \rangle dx dy dx' dy' dx'' dy'' dudv \end{aligned} \quad (7.46)$$

$$\begin{aligned} P_{c,qp} &= \left| \frac{CE_0}{8\pi^2} \right|^2 \operatorname{Re} \int_A \int_A \int_A \int_A \int_A F_{qp} F_{qp}^* \langle \exp(i(u(x-x') - u'(x''-x''') + v(y-y') + \\ &v'(y''-y''') + \bar{k}_s \cdot (\bar{r} - \bar{r}'') - \bar{k}_i \cdot (\bar{r}' - \bar{r}''') - q|z-z'| + q'|z''-z'''|)) \rangle dx dy dx' dy' dx'' dy'' \cdot \\ &\cdot dudv du' dv' dx''' dy''' - \\ &\left| \frac{CE_0}{8\pi^2} \right|^2 \left| \int_A \int_A \int_A F_{qp} \langle \exp(i(u(x-x') + v(y-y') - q|z-z'| + \bar{k}_s \cdot \bar{r} - \bar{k}_i \cdot \bar{r}')) \rangle dx dy dx' dy' dudv \right|^2 \end{aligned} \quad (7.47)$$

Den bistatiska markspridningskoefficienten fås sedan av:

$$\sigma_{qp}^0 = (4\pi R^2 P_{qp}) / (E_0^2 A_0) \quad (7.48)$$

där A_0 är den belysta arean.

Karaktärisering av ytan

När en Gaussisk stokastisk variabel medelvärdesbildas fås exponentialfunktioner med argument som beror av ytans korrelationsfunktion.

Beroende på om ytan är svagt-medelskrovlig, (Fung [46] uppger villkoret $k\sigma < 2$ för sådana ytor) eller om ytan är mycket skrovlig används olika metoder för karaktärisering. Detta sker på ungefär samma sätt som i avsnittet om Kirchhoffteorin.

Som illustrerande exempel visas hur exponentialfunktionen som innehåller korrelationsfunktionen kan karaktäriseras för Kirchofftermen (ekv 7.45) för de båda marktyperna.

För något-medelskrovlig yta karaktäriseras denna av:

$$\exp(\sigma^2 (k_{sz} + k_z)^2 \rho(\xi, \zeta)) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sigma^2 (k_{sz} + k_z)^2)^n \rho^n(\xi, \zeta)}{n!} \quad (7.49)$$

där $\xi = x - x''$ och $\zeta = y - y''$

Om ytan är mycket skrovlig är det inte lämpligt att använda ekv 7.49 p.g.a. konvergensproblem. Man Taylorutvecklar istället korrelationsfunktionen kring $\xi = \zeta = 0$. På samma sätt som i kapitlet om Kirchhoffmetoden leder detta fram till att olika slututtryck erhålls för den bistatiska spridningskoefficienten. Dessa uttryck redovisas i appendix C.

Slututtryck

Ekvationerna 7.45-7.47 kan genom ovanstående karaktärisering 7.48 och 7.49 reduceras till integraler som endast beror av integrationsvariablerna u och v . Dessa uttryck är komplicerade och långa varför de presenteras i appendix C. De slutliga integraluttrycken beräknas sedan genom numerisk integration. Det är lämpligt att identifiera enkel- och multipelspridningstermer i ekv 7.45-7.47, samt att införa skuggningsfunktioner då hela ytan antagits belyst. Genom att dela upp ekv 7.45-7.47 i enkel och multipelspridningstermer kan ekv 7.48 skrivas som

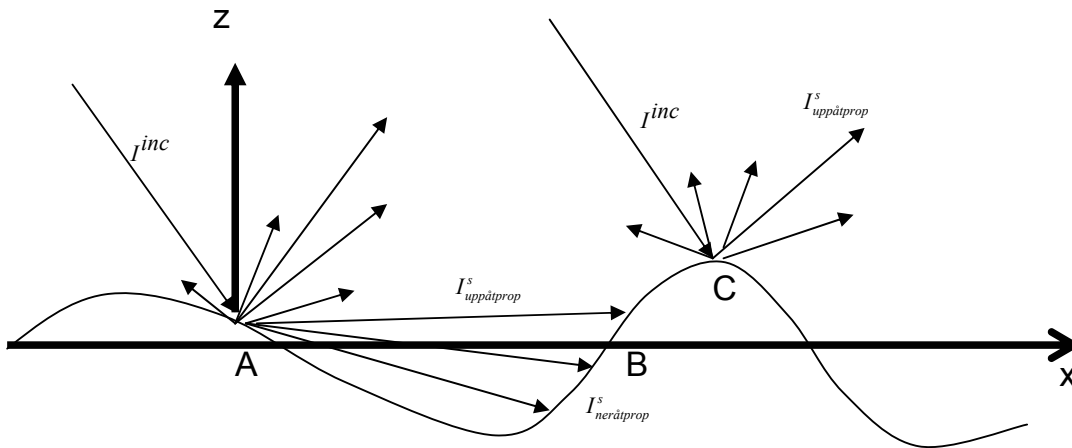
$$\sigma_{qp}^0 = \sigma_{qp}^s + \sigma_{qp}^{kcm} + \sigma_{qp}^{c1m} + \sigma_{qp}^{c2m} \quad (7.50)$$

där den första termen representerar enkelspridning, den andra representerar multipelspridning från korstermen och de två sista termerna representerar multipelspridning från den kompletterande termen.

Skuggning

Som tidigare nämnts har IEM-metoden utvecklats till att inkludera z -termen i spektral representationen av Greenfunktionen i ekv 7.38 och 7.39 [50]. Genom och dela upp integralen i områdena $z < z'$ och $z > z'$ samt att göra variabelsubstitutioner kan medelvärden beräknas på sedvanligt sätt. I och med detta betraktelsesätt kan man identifiera när man har uppåtpropagation och neråtpropagation, vilket är till hjälp då man skall inkludera skuggning. I och med att Fung [46] ignorerade denna term fick han problem med att införa skuggningsfunktioner. För att kunna inkludera skuggning behöver man veta vilka termer som är direkt- respektive multipelspridnings-termer. Detta görs genom att identifiera vilka termer som kräver integration mellan olika ytspektral-komponenter, vilket indikerar interaktion mellan delytor, som representerar multipelspridning.

Låt S representera skuggningsfunktionen. Då gäller att den del av den uppåtpropagerande intensiteten som lämnar ytan är S , och den intensitet som snappas upp av ytan är $(1-S)$. Detta kan tolkas som $(1-S)$ del av den totala arean igen är belyst av den uppåtpropagerande vågen. Den neråtpropagerande vågen från punkt A snappas upp av ytan och kan därför inte belysa ytan bortom punkt B, se figur 7.1. Vidare kan ingen neråtpropagerande våg belysa punkt C. I medel är bara S gånger av den totala belysta arean belyst av det neråtpropagerande fältet. Dessa uppsnappade intensiteter representerar nästa ”runda” av infallande intensitet i multipelspridningsprocessen.



Figur 7.1: Illustrerar enkel- och multipelspridning. I medeltal kommer det uppåtspridda fältet att belysa $(1-S)$ del av den totala belysta arean, och det neråtspridda S del.

Skuggningsfunktionen $S(\theta_{i,s})$ definieras på följande sätt:

$$S(\theta) = \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\cot \theta}{\sqrt{2\sigma}}\right) \right) (1 + f(\theta, \sigma))^{-1} \quad (7.51)$$

$$f(\theta, \sigma) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\sigma}{\cot \theta} \right) \exp\left(-\frac{\cot^2 \theta}{2\sigma^2}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{\cot \theta}{\sqrt{2\sigma}}\right) \right)$$

Skuggningsformeln, ekv 7.52, appliceras på ekv 7.45-7.47 genom multiplikation innanför och utanför integraltecknet. Detta illustreras i slututtrycken i appendix C. I och med att skuggningstermer som beror av den lokala vinkeln θ som beskrivs av ekv 7.52 tas med inkluderas även internskuggning, d.v.s högre ordningens skuggning. De approximationer som gjorts är

desamma som för ekvation 4.32 vilket medför att ekv 7.51 karakteriserar en högfrequensmetod. Således borde ekv 7.51 fungera sämst för ytor med små $k\sigma$ och kL . För dessa områden kan dock perturbationsteori användas.

$$\mathcal{G} = a \tan \sqrt{\frac{u^2 + v^2}{k^2 - u^2 - v^2}} \quad (7.52)$$

Ekvation 7.51 har visat sig [51] ge en något sämre överensstämmelse med mätningar jämfört med 4.32. Dock är uttrycket mindre komplext vilket gör det enklare att beräkna integrationen. Det är möjligt att en multiplikation av ekv 4.32, åtminstone med Kirchofftermen ekv 7.45, ger en bättre approximation än vad ekv 7.51 gör. Detta har dock inte gjorts i någon av de referenser som studerats, vilket lämnar påståendet öppet.

Multipelspredning

Genom att studera ekv 7.11 och ekv 7.12 insatta i ekv 7.13 och 7.14 finner man att endast andra ordningens spridning inkluderas, då fältet i punkten \bar{r} beror av det infallande fältet i punkten plus den kompletterande termen som är beroende av summan av fälten i de andra punkterna. Således görs en kompensation av fältet i punkten \bar{r} , men återanvänds inte ytterligare för att göra ännu en iterering.

Genom att andra ordningens spridning beaktas klarar metoden av att förutse s.k. ökad bakåtspredning (enhanced backscattering), vilket de flesta andra metoderna misslyckas med.

Resultat

Det har inte återfunnits allt för många referenser där jämförande mätningar och beräkningar med IEM-metoden har gjorts. Dock återfinns en del valideringsarbete i [47], [46], [50]. IEM-metoden stämmer väldigt bra överens med både mätningar och beräkningar som baserar sig på exakta lösningar (FDTD och MoM). Metoden täcker den s.k. mellanregionen där perturbations- och Kirchoffteori inte kan användas. P.g.a. tangentplansapproximationen bör man undvika att använda metoden för ytor med små $k\sigma$ och kL . Vidare gäller även begränsningen 7.41, samt att strykande infall bör undvikas. Fung [46] redovisar jämförande bistatiska mätningar ner till 70° elevationsvinkel. På senare tid har även skuggning inkluderats varför man kan beräkna allt mer strykande infall. Detta är dock fortfarande föremål för forskning och framtida resultat får utvisa om metodens giltighetsområde ytterligare utökas. Även relationen 4.6 är begränsande vid strykande infall, åtminstone för mycket skrovliga ytor då samma approximation har gjorts i IEM-metodens Kirchoffterm som i Kirchoffkapitlet. P.g.a. den kompletterande termen torde begränsningens omfattning reduceras. Detta medför att IEM-metodens giltighetsområde är betydligt större än Kirchoffmetodens.

Sammanfattning IEM

Sammanfattningsvis kan sägas att metoden tillämpas på mark med Gaussisk höjdfördelning där spektralfördelningen är känd, men även är tillämbbar på marktyper med annan fördelning. Vi har dock inte funnit några referenser som behandlar sådant, men metoden är relativt ny och framtida arbeten förväntas göra detta. IEM-metoden överbryggas glappet mellan kirchoffteori och perturbationsteori vilket gör den mycket intressant för framtida forskning. Vid strykande infall bör metoden i nuläget användas med försiktighet.

De grundläggande approximationerna som görs i IEM-metoden är:

- Approximera de okända fälten i komplementtermen med Kirchhofffälten
- De lokala infallsvinklarna i Kirchhofftermen approximeras beroende på yttyp med antingen den spekulära vinkeln (mycket grov mark) eller infallsvinkeln (något- medelgrov mark). I den kompletterande termen används alltid infallsvinkeln oavsett marktyp.
- Ignorera termer som innehåller summor av $R_{||}$ och R_{\perp} .

8. Numeriska metoder

Inledning

I detta avsnitt kommer numeriska metoder att kortfattat presenteras. Någon utförlig beskrivning av metodernas teori kommer inte att göras utan en bra översikt av beräkningsmetoder för radarmålearea ges i [52].

Momentmetoden

I momentmetoden är alla elektromagnetiska fenomen inkluderade, vilket gör att de fel som uppkommer härrör från karaktäriseringen av ytan eller från rena numeriska fel. Ytan måste fasetteras och antalet fasetter är relaterade till ytstruktur och infallande våglängd. Oftast krävs 7-10 fasetter/våglängd för att uppnå konvergens [52], vilket gör att momentmetoden brukar betraktas som en lågfrekvensmetod. Vid högre frekvenser är metoden minneskrävande och har en lång CPU-tid. Momentmetoden är lämplig att använda då det spridda fältet skall beräknas vid ett större antal infallsvinklar och vid några få frekvenser. För att få fram medelvärdet av den bistatiska spridningskoefficienten måste ytan genereras och beräknas ett antal gånger för att ett tillräckligt antal sampel för jämförelsen skall kunna göras med exempelvis Kirchhoffmetoden. Hur många sampel som behövs diskuteras i ytgenereringsavsnittet. Momentmetoden har använts som verifiering av markspredningsmodeller i referenser som [46], [50] och [53].

Finite differensmetoden i tidsdomän (FDTD)

Finite differensmetoden i tidsdomän (FDTD) är en numerisk metod som kan användas för att lösa differentialekvationer med både rums- och tidskoordinater. Man tillämpar därför FDTD på Maxwells ekvationer. Metoden är precis som momentmetoden exakt, d.v.s metoden bygger inte på några fysikaliska approximationer. I och med att rums- och tidsvariablerna diskretiseras krävs att ytan fasetteras. Varje fasett eller kub (om ytan är tredimensionell) bör vara $<0.1\lambda$ [52] för att garantera konvergens. Detta gör att även FDTD betraktas som en lågfrekvensmetod. Ytans struktur är en avgörande parameter för hur många fasetter eller kuber som skall användas. FDTD lämpar sig speciellt bra då ett stort antal frekvenser skall beräknas vid ett relativt litet antal infallsvinklar. På samma sätt som för momentmetoden gäller att ett stort antal beräkningar måste ske för att kunna generera ett medelvärde på den bistatiska spridningskoefficienten. FDTD har används i följande artiklar för att verifiera markspredningsmodeller: [54], [55] och [56].

Fysikalisk-optik-metoden

Fysikalisk optik, eller Kirchhoffmetoden som den också kallas, bygger på att ytströmmarna kan beskrivas i termer av det infallande fältet. För en noggrann beskrivning av metoden hänvisas läsaren till [57] och [28]. I och med att ytströmmarna approximeras leder detta till att fenomen som skuggning och multipelspredning inte behandlas korrekt. Många beräkningsprogram som använder fysikalisk optik, korrigerar till viss del för dessa effekter genom att inkludera multipelspredning och skuggning som bygger på strålgångsalgoritmer. Metoden har sin styrka i att den är snabb och kräver relativt lite internminne. För validering av Kirchhoffmetoden är fysikalisk-optik att föredra då de

fysikaliska ansatserna är desamma. Fysikalisk optik metoden har använts för att beräkna objekt-markinteraktion för en skrovlig yta. Resultaten har presenterats i [58], [59] och [60].

9. Slutsatser

Föreliggande arbete

Litteraturstudien visar på svårigheten att modellera strykande infall. Modellernas tillförlitlighet är ofta begränsad till infallande elevationsvinklar på $<70^\circ$. Detta beror på bl.a. skuggningsfenomen och resonansfenomen som ytvågor tenderar att öka vid strykande infall. En utökning av metodernas giltighetsområde är föremål för forskning, och genom införandet av mer noggranna skuggnings- och multipelspredningsalgoritmer förväntas i framtiden alltmer strykande infall kunna beräknas.

Den mest generella metoden har visat sig vara IEM som är giltig för ett brett spektrum av markskrovligheter. Metoden är intressant att tillämpa på mål-markinteraktionsproblem.

Den samlade litteraturstudien visar på få jämförelser mellan modeller och mätningar. Framförallt är IEM-metoden och SSA-metoden eftersatta vad det gäller jämförande mätningar och beräkningar.

Samtliga metoder finns tillämpade på mark med Gaussisk höjdfördelning. Det är dock svårt att finna arbeten som behandlar andra typer av höjdfördelningar. Ingen av metoderna är härledda genom begränsningar som förutsätter Gaussisk höjdfördelning vilket gör en utveckling av metoderna till att omfatta andra typer av fördelningar möjlig.

Fortsatt arbete

För att mer noggrant kunna utvärdera de metoder som presenterats i denna rapport, bör dessa implementeras och sedan jämföras inbördes. En möjlig väg är att de jämförs mot någon av de exakta numeriska metoderna. För att få en bättre uppfattning om metodernas giltighet och begränsningar, bör en utvärdering göras mot experimentella bistatiska mätningar.

En angelägen fråga är att försöka utröna huruvida det existerar metoder som klarar av att modellera mer strykande infallsvinklar, $>70^\circ$. Inga dylika metoder har identifierats vid den nu aktuella litteraturstudien. En alternativ möjlighet är att om möjligt försöka utöka befintliga metoder till att även inbegripa sådana vinklar eller att utveckla helt egna metoder.

Det är också av intresse att studera mål-markinteraktion vilket innebär att markspredningsmodellerna behöver utvecklas ytterligare.

10. Referenser

- [1] M. Gustafsson, S. Nilsson, and E. Zdansky, "Litteraturlösningsöversikt inom området bistatisk markspridning," Linköping FOI Memo 02-2332, 2002.
- [2] E. Zdansky, M. Gustafsson, N. Gustafsson, S. Nilsson, J. Rahm, and J. Rasmussen, "Mätmetoder för bistatisk markmålararea - en förstudie," Linköping, Metodrapport/Methology report FOI-R--0575--SE, September 2002.
- [3] J. A. Ogilvy, *Theory of wave scattering from random rough surfaces*: IOP Publishing, 1991.
- [4] P. Beckmann and A. Spizzichino, *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*. Norwood MA USA: Artech House, 1987.
- [5] M. V. Berry, "The statistical properties of echoes diffracted from rough surfaces," *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 273, pp. 611-658, 1973.
- [6] F. T. Ulaby, R. K. Moore, and A. K. Fung, *Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory*, vol. 2. Ann Arbor: Artech House, 1982.
- [7] Li. Z and J. Ya-Qiu, "Bistatic scattering and transmitting through a fractal rough surface with high permittivity using the physics-based two-grid method in conjunction with the forward-backward method and spectrum acceleration algorithm," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, pp. 1323-1327, 2002.
- [8] M. V. Berry, "Diffraction," *J. Phys A:Math. Gen.*, vol. 12, pp. 781-797, 1979.
- [9] J. O. Rice, "Reflection of electromagnetic waves from slightly dielectric rough surfaces," *Comm. pure. Appl. Math.*, vol. 4, pp. 351-378, 1951.
- [10] L. M. Brekhovskikh, "The diffraction of waves by a rough surface," *Zh. eksp. teor. Fiz.*, vol. 23, pp. 275-289, 1952.
- [11] T. B. Senior, "Impedance boundary conditions for statistically rough surfaces," *Appl. Sci. Res.*, vol. 8, pp. 437-462, 1960.
- [12] G. Valenzuela, "Depolarisation of EM waves by slightly rough surfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 15, pp. 552-557, 1967.
- [13] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, vol. 2. New York: Academic Press, 1978.
- [14] A. Khenchaf, F. Daout, and J. Saillard, "Polarization degradation in the sea surface environment," presented at Challenges of Our Changing Global Environment, San Diego, CA, USA, 1995.
- [15] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*. New York: McGraw-Hill, 1941.
- [16] J. W. Wright, "A new model for sea clutter," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 16, pp. 217-223, 1968.
- [17] F. U. Hillebrecht, "Determination of surface roughness from scattered light measurements," *J. Phys D:Appl. Phys.*, vol. 13, pp. 1625-1631, 1980.
- [18] R. Lord, *The Theory of Sound*, first edition 1877, New York: Macmillan ed. New York : Dover, 1945.
- [19] E. O. LaCasce, "Underwater sound reflection from a corrugated surface," *J. Appl. Phys. Ac.*, vol. 27, pp. 138-148, 1956.
- [20] P. Beckmann and A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, vol. 4. New York: Pergamon Press, 1963.
- [21] S. L. Broschat, E. I. Thorsos, and A. Ishimaru, "The phase perturbation technique versus an exact numerical method for random rough surface scattering," *J. Electromag. Waves and Applications*, vol. 3, pp. 237-256, 1989.
- [22] J. A. Hudson, R. F. Humphrys, I. M. Mason, and V. K. Kumbhavi, "The scattering of longitudinal elastic waves at a rough free surface," *J. Phys D:Appl. Phys.*, vol. 6, pp. 2174-2186, 1973.

- [23] A. K. Fung, "Theory of cross polarized power returned from a random rough surface," *Appl. Sci. Res.*, vol. 18, pp. 50-60, 1967.
- [24] J. C. Leader, "Bidirectional scattering of electromagnetic waves from rough surfaces," *Journal of Applied Physics*, vol. 42, pp. 4808-4816, 1971.
- [25] C. Bourlier, G. Berginc, and J. Saillard, "Bistatic scattering coefficient from one- and two-dimensional random surfaces using stationary phase and scalar approximation with shadowing effect: comparisons with experiments and application to sea surface," *Waves in random media*, vol. 11, pp. 119-147, 2001.
- [26] E. R. Mendez and K. A. O'Donnell, "Observation of depolarization and backscattering enhancement in light scattering from Gaussian random surfaces," *Optics Communications*, vol. 61, pp. 91-95, 1987.
- [27] R. D. De Roo and F. T. Ulaby, "Bistatic specular scattering from rough dielectric surfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 220-230, 1994.
- [28] G. Kristensson, *Spridningsteori med antenntillämpningar*. Lund: Studentlitteratur, 1999.
- [29] L. Tsang, J. A. Kong, and R. T. Shin, *Theory of Microwave Remote sensing*. New York: Wiley-Interscience, 1985.
- [30] S. Axelsson, "Two-bounce Microwave Scattering between a Flat Plate and a Rough Ground Surface," presented at Radiovetenskap och kommunikation 96 (RVK 96), Luleå, 1996.
- [31] A. Ishimaru, C. Le, Y. Kuga, A. Sengers, and T. K. Chan, "Polarimetric scattering theory for high slope rough surfaces," *Progress In Electromagnetic Research*, vol. 14, pp. 1-36, 1996.
- [32] T.-K. Chan, Y. Kuga, A. Ishimaru, and C. Le, "Experimental Studies of Bistatic Scattering from Two-Dimensional Conducting Random Rough Surfaces," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 34, pp. 674-680, 1996.
- [33] J. R. Wagner, "Shadowing of Randomly rough surfaces," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 41, pp. 138-147, 1966.
- [34] A. Ishimaru and J. S. Chen, "Scattering from very rough surfaces based on the modified second-order Kirchoff approximation with angular and propagation shadowing," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, pp. 1877-1883, 1990.
- [35] A. Ishimaru and J. S. Chen, "Scattering from very rough metallic and dielectric surfaces: a theory based on modified Kirchhoff theory," *Waves in Random Media*, vol. 1, pp. 21-34, 1991.
- [36] W. J. Pierson and L. Moskowitz, "A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity of S. A. Kitaigorodskii," *Journal of Geophysics*, vol. 69, pp. 5181-5190, 1964.
- [37] F. G. Bass, I. M. Fuks, A. I. Kalmykov, I. E. Ostrovsky, and A. D. Rosenberg, "Very high frequency radiowave scattering by disturbed sea surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-16, pp. 554-568, 1968.
- [38] G. S. Brown, "Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-26, pp. 472-482, 1978.
- [39] S. T. McDaniel and A. D. Gorman, "Acoustic and radar sea surface backscatter," *J. Geophys. Res.*, vol. 87, pp. 4127-4136, 1983.
- [40] A. G. Voronovich, "Small-slope approximation in wave scattering by rough surfaces," *Sov. Pys.-JETP*, vol. 62, pp. 65-70, 1985.
- [41] V. G. Irisov, "Small slope approximation for microwave polarimetric observation of the sea surface," presented at IGARSS 94, 1994.
- [42] V. U. Zavorotny and A. G. Voronovich, "Bistatic radar scattering from an ocean surface in the small-slope approximation," *IGARSS 99*, vol. 5, pp. 2419 -2421, 1999.
- [43] A. G. Voronovich, *Wave scattering from rough surfaces*. Moscow: Springer verlag, 1993.

- [44] A. G. Voronovich, "Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces," *Waves in Random Media*, vol. 4, pp. 337-367, 1994.
- [45] A. Johansson, "Modelling infrared scattering from highly absorbent dielectric surfaces," Linköping Lith-IFM-Ex-1076, 2002.
- [46] A. K. Fung, *Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications*. Boston: Artech House, 1994.
- [47] A. K. Fung, L. Zongqian, and K. S. Chen, "Backscattering from a Randomly Rough Dielectric Surface," *IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing*, vol. 30, pp. 356-369, 1992.
- [48] C.-Y. Hsieh, A. K. Fung, G. Nesti, A. J. Sieber, and P. Coppo, "A Further Study of the IEM Surface Scattering Model," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 35, pp. 901-908, 1997.
- [49] A. K. Fung and G. W. Pan, "A scattering model for perfectly conducting random surfaces I. Model development," *INT. J. Remote sensing*, vol. 8, pp. 1579-1593, 1987.
- [50] K. S. Chen, T.-D. Wu, M.-K. Tsay, and A. K. Fung, "A Note on the Multiple Scattering in an IEM Model," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, pp. 249-256, 2000.
- [51] B. G. Smith, "Geometrical Shadowing of a Random Rough Surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 15, pp. 668-671, 1967.
- [52] J. Fagerström, "Beräkningsmetoder för radarmålärea. En översikt," Linköping, Vetenskaplig rapport/Scientific report FOA-R--97-00553-615--SE, Augusti 1997 1997.
- [53] H. T. Ewe, J. T. Johnson, and K. S. Chen, "A Comparison study of the Surface Scattering Models and Numerical Model," presented at IGARSS 01, 2001.
- [54] A. K. Fung, S. Tjuatja, and C. Terre, "Numerical simulation of omnidirectional scattering from three-dimensional randomly rough dielectric surfaces," presented at IGARSS 94, 1994.
- [55] A. K. Fung, M. R. Shah, and S. Tjuatja, "Numerical simulation of scattering from three-dimensional randomly rough surfaces," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 32, pp. 986-94, 1994.
- [56] F. D. Hastings, J. B. Schneider, and S. L. Broschat, "A Monte-Carlo FDTD technique for rough surface scattering," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 1183-91, 1995.
- [57] M. Gustafsson, "Radarmåläreaoptimering av en UAV," Linköping, Vetenskaplig rapport/Scientific report FOI-R--0023--SE, 2001.
- [58] J. Fagerström, "Modellering av radarsignatur för objekt på skrovlig yta," Linköping, Vetenskaplig rapport/Scientific report FOA-R--99-01234-615--SE, 1999.
- [59] E. Zdansky, J. Rasmusson, M. Gustafsson, N. Gustafsson, S. Nilsson, and J. Rahm, "Jämförelse mellan beräkningar och mätningar av radarmålärea för plan platta i markbakgrund," Linköping, Vetenskaplig rapport/Scientific report FOI -R--0052--SE, Juni 2002.
- [60] E. I. Thorsos, "The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum," *J. Acoust. Soc. Am*, vol. 83, 1987.

Appendix A (Kirchhoffmetoden - mindre skrovlig yta)

Detta appendix är ett tillägg till kapitlet behandlande Kirchhoffmetoden.

"Kokboksguide" för mindre skrovlig Kirchhoffyta

Den normaliserade markmålytan σ^0 ges av A37. De i detta uttryck ingående termerna av 0:te, 1:a resp 2:a ordningen ges av A41, A44 och A49. Dessa uttryck kräver i sin tur I -faktorer (A53-55), a -koefficienter (A14-33), q -koefficienter (A45-48), q_t (A56) och $q_z = k(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot \hat{z}$ (jfr 4.22). Vidare används A10-13 för att beräkna de R-koefficienter som ingår i uttrycken för a -koefficienterna. För dessa behövs vinkeln θ_t som fås ur Snells lag.

Markens geometri beskrivs av RMS-höjdavvikelsen σ och korrelationslängden L . Markens (i A10-13 samt Snells lag betecknad med index 2) elektromagnetiska egenskaper beskrivs av ε och μ (relativ permittivitet resp. permeabilitet) som ger vågimpedansen $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ och brytningsindex $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. Spridningsgeometrin ges av vinklarna θ , θ_s och φ som illustreras av fig. 3.2. Infallande våg beskrivs av våglängden $\lambda = c/f$ och polarisation (index h, v). I formlerna används vanligen vågvektorerna \bar{k} (infallande) resp $\hat{k}_s = \hat{r}_s$ (spridd). Deras riktningar \hat{k} , \hat{k}_s är desamma som resp. vågs utbredningsriktning och magnituden ges av $k = 2\pi/\lambda$. I medier, t.ex. marken används våglängden i mediet $\lambda = \lambda/n$ vilket ger t.ex. $k_2 = 2\pi n_2/\lambda_0$.

För att förstå förutsättningarna för tillämpning rekommenderas studium av kapitel 4! I appendix A redovisas en modell för spridning mot plan yta (smooth surface). Formulerna i appendix är utvecklade av De Roo och tagna ur [27]. Syftet med appendix är att presentera ett uttryck på slutet form så att läsaren snabbt skall kunna implementera formlerna i exempelvis MATLAB. I de fall beteckningar inte förklaras är de desamma som i kapitlet om Kirchhoff-metoden.

Elementen i spridningsmatrisen kan skrivas som:

$$E_{pq}^s = \frac{-i\hat{r}_s e^{-i\hat{r}_s R_0}}{4\pi R_0} E_0 \iint_s U_{pq} e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k}) \cdot \vec{r}'} dS' \quad (A1)$$

där :

$$\begin{aligned} U_{hh} = & \frac{1}{D_1^2 D_2} (R_{\parallel} Z_t ((\sin \theta \sin \Delta \varphi + Z_t^s \cos \theta + Z_t Z_t^s \sin \theta) + \\ & + (\cos \theta + Z_t \sin \theta)(\sin \theta \cos \theta_s \sin \Delta \varphi + Z_t^s \cos \theta \cos \theta_s - Z_t \sin \theta \sin \theta_s)) \\ & - R_{\perp} (\sin \theta - Z_t \cos \theta)((\cos \theta + Z_t \sin \theta)(\sin \theta \cos \Delta \varphi - Z_t^s \cos \theta) + \\ & + (\sin \theta \cos \theta_s \cos \Delta \varphi - Z_t^s \cos \theta \cos \theta_s + Z_t Z_t^s \sin \theta \cos \theta_s - Z_t \sin \theta \sin \theta_s + \\ & + (Z_t^2 + Z_t^2) \cos \theta \sin \theta_s))) \end{aligned} \quad (A2)$$

$$\begin{aligned}
U_{vh} = & \frac{1}{D_1^2 D_2} (-R_{\perp} (\sin \theta - Z_l \cos \theta) ((\sin \theta \sin \Delta \varphi + Z_l^s \cos \theta + Z_l Z_l^s \sin \theta) + \\
& + (\cos \theta + Z_l \sin \theta) (\sin \theta \cos \theta_s \sin \Delta \varphi + Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s - Z_l \sin \theta \sin \theta_s)) - \\
& - R_{\parallel} Z_l ((\sin \theta \cos \theta_s \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s + Z_l Z_l^s \sin \theta \cos \theta_s - Z_l \sin \theta \sin \theta_s + \\
& + (Z_l^2 + Z_l^s) \cos \theta \sin \theta_s) + (\cos \theta + Z_l \sin \theta) (\sin \theta \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta))
\end{aligned} \tag{A3}$$

$$\begin{aligned}
U_{hv} = & \frac{1}{D_1^2 D_2} (R_{\perp} Z_l ((\cos \theta + Z_l \sin \theta) (\sin \theta \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta) + \\
& (\sin \theta \cos \theta_s \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s + Z_l Z_l^s \sin \theta \cos \theta_s - Z_l \sin \theta \sin \theta_s) + \\
& + (Z_l^2 + Z_l^s) (\cos \theta \sin \theta_s)) + R_{\parallel} (\sin \theta - Z_l \cos \theta) ((\sin \theta \sin \Delta \varphi + Z_l^s \cos \theta + \\
& + Z_l Z_l^s \sin \theta) + (\cos \theta + Z_l \sin \theta) \cdot (\sin \theta \cos \theta_s \sin \Delta \varphi + Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s - \\
& - Z_l \sin \theta \sin \theta_s))
\end{aligned} \tag{A4}$$

$$\begin{aligned}
U_{vv} = & \frac{1}{D_1^2 D_2} (R_{\perp} Z_l ((\cos \theta + Z_l \sin \theta) (\sin \theta \cos \theta_s \sin \Delta \varphi + \\
& + Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s - Z_l \sin \theta \sin \theta_s) + (\sin \theta \sin \Delta \varphi + Z_l^s \cos \theta + Z_l Z_l^s \sin \theta)) \\
& - R_{\parallel} (\sin \theta - Z_l \cos \theta) ((\sin \theta \cos \theta_s \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta \cos \theta_s + \\
& + Z_l Z_l^s \sin \theta \cos \theta_s - Z_l \sin \theta \sin \theta_s + (Z_l^2 + Z_l^s) (\cos \theta \sin \theta_s) + \\
& + (\cos \theta + Z_l \sin \theta) (\sin \theta \cos \Delta \varphi - Z_l^s \cos \theta))
\end{aligned} \tag{A5}$$

där θ och θ_s är elevationsvinklarna för infalls- respektive spridningsriktning, $\Delta \varphi$ är skillnaden i azimutvinkel mellan infalls- och spridningsriktning, Z_l och Z_l^s representerar ytlutningarna, längs respektive tvärgående mot infallsplanet. Z_l^s och Z_l^s representerar på samma sätt ytlutningarna, fastän för spridningsplanet.

$$D_1 = |\hat{k} \times \hat{n}| = \sqrt{(\sin \theta - Z_l \cos \theta)^2 + Z_l^2} \text{ och } D_2 = \sqrt{1 + Z_l^2 + Z_l^s}$$

Eftersom ekvation A1 inte är matematiskt hanterbar kan en approximativ lösning användas där man Mac-Laurinutvecklar U , och behåller de första två termerna.

$$U_{pq} = U_{pq}^{(0)} + U_{pq}^{(1)} + \dots = \frac{1}{D_2} (a_{0pq} + (a_{lipq} Z_l + a_{iipq} Z_l + a_{lspq} Z_l^s + a_{ispq} Z_l^s) / \sin \theta + \dots) \tag{A6}$$

D_2 kommer inte behöva Mac-Laurinutvecklas eftersom den divideras bort då $dS = D_2 dx dy$.

Däremot är D_1 tvungen att utvecklas, och blir som följer:

$$\frac{1}{D_1^2} = \frac{1}{(\sin \theta - Z_l \cos \theta)^2 + Z_l^2} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(1 - \frac{Z_l^2}{\sin^2 \theta} + 2 \frac{Z_l}{\tan \theta} + 3 \frac{Z_l^2}{\tan^2 \theta} + \dots \right) \tag{A7}$$

Fresnelkoefficienterna utvecklas på liknande sätt.

$$R_{\parallel} = R_{\parallel 0} + R_{\parallel 1} Z_t + \dots \quad (\text{A8})$$

$$R_{\perp} = R_{\perp 0} + R_{\perp 1} Z_t + \dots \quad (\text{A9})$$

där

$$R_{\parallel 0} = \frac{\eta_1 \cos \theta - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (\text{A10})$$

$$R_{\perp 0} = \frac{\eta_2 \cos \theta - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (\text{A11})$$

$$R_{\parallel 1} = \frac{\eta_1 \sin \theta (1 - R_{\parallel 0}) - \eta_2 \frac{k \cos \theta}{k_2 \cos \theta_t} \sin \theta_t (1 + R_{\parallel 0})}{\eta_1 \cos \theta + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (\text{A12})$$

$$R_{\perp 1} = \frac{\eta_2 \sin \theta (1 - R_{\perp 0}) - \eta_1 \frac{k \cos \theta}{k_2 \cos \theta_t} \sin \theta_t (1 + R_{\perp 0})}{\eta_2 \cos \theta + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (\text{A13})$$

där θ_t fås genom Snells lag: $k \sin \theta = k_2 \sin \theta_t$, $\eta_i = \sqrt{\mu_i / \varepsilon_i}$. För luft är $\eta_1 = 1$.

Koefficienterna i ekvation (A6) blir:

$$a_{0hh} = -R_{\perp 0} (\cos \theta + \cos \theta_s) \cos \Delta \varphi \quad (\text{A14})$$

$$a_{0vh} = -R_{\perp 0} (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \sin \Delta \varphi \quad (\text{A15})$$

$$a_{0hv} = R_{\parallel 0} (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \sin \Delta \varphi \quad (\text{A16})$$

$$a_{0vv} = -R_{\parallel 0} (\cos \theta + \cos \theta_s) \cos \Delta \varphi \quad (\text{A17})$$

$$a_{ihh} = R_{\perp 0} (\sin \theta \sin \theta_s - (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \cos \Delta \varphi) - R_{\perp 1} (\sin \theta \cos \Delta \varphi (\cos \theta + \cos \theta_s)) \quad (\text{A18})$$

$$a_{lshh} = R_{\perp 0} \cos \theta (\cos \theta + \cos \theta_s) \quad (\text{A19})$$

$$a_{tihh} = R_{\parallel 0} \sin \Delta \varphi (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A20})$$

$$a_{tshh} = 0 \quad (\text{A21})$$

$$a_{livh} = -R_{\perp 0} \sin \Delta\varphi(\cos \theta + \cos \theta_s) - R_{\perp 1} \sin \theta \sin \Delta\varphi(1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A22})$$

$$a_{lsvh} = 0 \quad (\text{A23})$$

$$a_{tivh} = R_{\perp 0} \sin \theta \cos \theta \sin \theta_s - R_{\parallel 0} \cos \Delta\varphi(\cos \theta + \cos \theta_s) \quad (\text{A24})$$

$$a_{tsvh} = -R_{\perp 0} \cos \theta(1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A25})$$

$$a_{lihv} = R_{\parallel 0} \sin \Delta\varphi(\cos \theta + \cos \theta_s) + R_{\parallel 1} \sin \theta \sin \Delta\varphi \cdot (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A26})$$

$$a_{lshv} = 0 \quad (\text{A27})$$

$$a_{tihv} = -R_{\parallel 0} \sin \theta \cos \theta \sin \theta_s + R_{\perp 0} \cos \Delta\varphi(\cos \theta + \cos \theta_s) \quad (\text{A28})$$

$$a_{tshv} = R_{\parallel 0} \cos \theta(1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A29})$$

$$a_{livv} = R_{\parallel 0} (\sin \theta \sin \theta_s - (1 + \cos \theta \cos \theta_s) \cos \Delta\varphi) - R_{\parallel 1} \sin \theta (\cos \theta + \cos \theta_s) \cos \Delta\varphi \quad (\text{A30})$$

$$a_{lsvv} = R_{\parallel 0} \cos \theta (\cos \theta + \cos \theta_s) \quad (\text{A31})$$

$$a_{tivv} = R_{\perp 0} \sin \Delta\varphi(1 + \cos \theta \cos \theta_s) \quad (\text{A32})$$

$$a_{tsvv} = 0 \quad (\text{A33})$$

Elementen i kovariansmatrisen ges av:

$$\langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle = \iint_s U_{mn}^* U_{pq}^* e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k})(\bar{r} - \bar{r}')} dS dS' \quad (\text{A34})$$

Från vilken radarmålarea/ytenhet fås av:

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{k^2}{4\pi A_0} \langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle \quad (\text{A35})$$

Genom att använda (A6) blir:

$$U_{mn}^* U_{pq}^* \approx U_{mn}^{(0)} U_{pq}^{(0)*} + (U_{mn}^{(0)} U_{pq}^{(1)*} + U_{mn}^{(1)} U_{pq}^{(0)*}) + U_{mn}^{(1)} U_{pq}^{(1)*} \quad (\text{A36})$$

Genom att evaluera dessa termer separat kan man uttrycka σ^0 som:

$$\sigma_{pq}^0 \approx \frac{k^2}{4\pi A_0} (\langle S_{pq} S_{pq}^* \rangle_{s^0} + \langle S_{pq} S_{pq}^* \rangle_{s^1} + \langle S_{pq} S_{pq}^* \rangle_{s^2}) \quad (\text{A37})$$

$$\langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^0} = \iint U_{mn}^{(0)} U_{pq}^{(0)*} e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k})(\bar{r} - \bar{r}')} dS dS' \quad (\text{A38})$$

$$\langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^1} = \iint (U_{mn}^{(0)} U_{pq}^{(1)*} + U_{mn}^{(1)} U_{pq}^{(0)*}) e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k})(\bar{r} - \bar{r}')} dS dS' \quad (\text{A39})$$

$$\langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^2} = \iint U_{mn}^{(1)} U_{pq}^{(1)*} e^{ik(\hat{r}_s - \hat{k})(\bar{r} - \bar{r}')} dS dS' \quad (\text{A40})$$

För en isotrop yta kan noll:te ordningens term skrivas som:

$$\frac{k^2}{4\pi A_0} \langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^0} = \frac{1}{4\pi} k^2 a_{0mn} a_{0pq}^* I_0 \frac{1}{4\pi} k^2 a_{0mn} a_{0pq}^* I_0 \quad (\text{A41})$$

där:

$$I_0 = 2\pi e^{-q_z^2 \sigma^2} \int_0^\infty (e^{q_z^2 \sigma^2 \rho(\xi)} - 1) J_0(q_t \xi) \xi d\xi \quad (\text{A42})$$

$$q_t = k \sqrt{\sin^2 \theta + \sin^2 \theta_s + 2 \sin \theta \sin \theta_t \cos \Delta \varphi} \quad (\text{A43})$$

Första ordningens termer:

$$\begin{aligned} \frac{k^2}{4\pi A_0} \langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^1} &= \frac{-k^2 I_0}{4\pi q_z \sin \theta} ((a_{0mn} a_{iipq}^* + a_{iimn} a_{0pq}^*) q_{li} + \\ &+ (a_{0mn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{0pq}^*) q_{ls} + (a_{0mn} a_{iipq}^* + a_{iimn} a_{0pq}^*) q_{ti} + \\ &(a_{0mn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{0pq}^*) q_{ts} \end{aligned} \quad (\text{A44})$$

där

$$q_{li} = k(\sin \theta_s \cos \Delta \varphi - \sin \theta) \quad (\text{A45})$$

$$q_{ti} = k \sin \theta_s \sin \Delta \varphi \quad (\text{A46})$$

$$q_{ls} = k(\sin \theta_s - \sin \theta \cos \Delta \varphi) \quad (\text{A47})$$

$$q_{ts} = k \sin \theta \sin \Delta \varphi \quad (\text{A48})$$

Den här termen kommer att vara försumbar för spredning i infallsplanet!

Andra ordningens termer blir:

$$\begin{aligned}
\frac{k^2}{4\pi A_0} \langle S_{mn} S_{pq}^* \rangle_{s^2} &= \frac{k^2 q_z^2 \sigma^4}{4 \sin^2 \theta} ((a_{limn} a_{tipq}^* + a_{ismn} a_{ispq}^* + \\
&+ a_{iimn} a_{tipq}^* + a_{ismn} a_{ispq}^* + ((a_{ismn} a_{tipq}^* + a_{iimn} a_{ispq}^*) - (a_{limn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{tipq}^*)) \sin \Delta\varphi + \\
&+ ((a_{limn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{tipq}^*) + (a_{iimn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{tipq}^*)) \cos \Delta\varphi) I_{20} - \\
&- ((a_{limn} a_{lipq}^* - a_{iimn} a_{tipq}^*) (q_{li}^2 - q_{ti}^2) + (a_{ismn} a_{ispq}^* - a_{ismn} a_{ispq}^*) (q_{is}^2 - q_{ts}^2) - \\
&- (a_{limn} a_{tipq}^* + a_{iimn} a_{lipq}^*) q_{ti} q_{li} - (a_{ismn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{ispq}^*) q_{ts} q_{ls} + \\
&+ (a_{limn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{tipq}^* + a_{ismn} a_{ispq}^* + a_{iimn} a_{ispq}^*) (q_{ti} q_{ls} + q_{li} q_{ts}) + \\
&+ (a_{limn} a_{ispq}^* + a_{ismn} a_{lipq}^* - a_{iimn} a_{ispq}^* - a_{ismn} a_{tipq}^*) (q_{li} q_{ls} + q_{ti} q_{ts})) I_{22})
\end{aligned} \tag{A49}$$

$$I_{20} = \int_0^\infty \left(\frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right)^2 J_0(q_i \xi) e^{-q_z^2 \sigma^2 (1-p(\xi))} \xi d\xi \tag{A50}$$

$$I_{22} = \int_0^\infty \left(\frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right)^2 \frac{J_2(q_i \xi)}{q_i^2} e^{-q_z^2 \sigma^2 (1-p(\xi))} \xi d\xi \tag{A51}$$

Den här termen är betydande för korspolarisation i infallsplanet, och när infallsvinkeln är nära Brewstervinkeln för medelytan.

För Gaussisk korrelationsfunktion enligt (A52) blir I_0 , I_{20} och I_{22}

$$\rho(\xi) = e^{-\xi^2 / L^2} \tag{A52}$$

$$I_0 = \pi L^2 e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{n=1}^\infty \frac{(q_z \sigma)^{2i}}{n! n} e^{-\frac{q_i^2 L^2}{4n}} \tag{A53}$$

$$I_{20} = 2e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{n=1}^\infty \frac{n(q_z \sigma)^{2(n-1)}}{(n+1)!(n+1)} e^{-\frac{q_i^2 L^2}{4(n+1)}} \left(1 - \frac{q_i^2 L^2}{4(n+1)} \right) \tag{A54}$$

$$I_{22} = \frac{1}{2} L^2 e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{n=1}^\infty \frac{n(q_z \sigma)^{2(n-1)}}{(n+1)!(n+1)^2} e^{-\frac{q_i^2 L^2}{4(n+1)}} \tag{A55}$$

$$q_t = k \sqrt{\sin^2 \theta + \sin^2 \theta_s - 2 \sin \theta \sin \theta_s \cos \Delta\varphi} \tag{A56}$$

Har marken i stället en exponentiell korrelationsfunktion blir uttrycken i stället:

$$\rho(\xi) = e^{-\xi/L} \quad (\text{A57})$$

$$I_0 = 2\pi L^2 e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(q_z \sigma)^{2i}}{(i-1)! (i^2 + q_i^2 L^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A58})$$

$$I_{20} = e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i+1)(q_z \sigma)^{2(i-1)}}{(i-1)! (i^2 + q_i^2 L^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A59})$$

$$I_{22} = 2L^2 e^{-q_z^2 \sigma^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(q_z \sigma)^{2(i-1)} \left(\sqrt{(i+1)^2 + q_i^2 L^2} - (i+1) \right)}{(i-1)! \left((i+1)^2 + q_i^2 L^2 \right)^{\frac{3}{2}} q_i^2 L^2} \times \left(1 - (i+1) \frac{\sqrt{(i+1)^2 + q_i^2 L^2} - (i+1)}{2q_i^2 L^2} \right) \quad (\text{A60})$$

Samtliga formler i appendix A är tagna från [27].

Appendix B (Small-Slope Approximation)

Detta appendix är ett tillägg till kapitlet behandlande Small-Slope Approximation.

$$Q = -(q_k + q_0) \quad (\text{B1})$$

$$B_{VV}(\bar{k}, \bar{k}_0) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\varepsilon_1^{1/2} q_k^{(2)}}{\varepsilon_2 q_k^{(1)} + \varepsilon_1 q_k^{(2)}} \left(\frac{\bar{k} \cdot \bar{k}_0}{kk_0} - \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{k}{q_k^{(2)}} \frac{\varepsilon_2 k_0}{q_{k_0}^{(2)}} \right) \frac{\varepsilon_1^{1/2} q_{k_0}^{(2)}}{\varepsilon_2 q_{k_0}^{(1)} + \varepsilon_1 q_{k_0}^{(2)}} \quad (\text{B2})$$

$$B_{VH}(\bar{k}, \bar{k}_0) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\omega / c}{q_k^{(1)} + q_k^{(2)}} \left(\frac{\hat{n} \cdot \bar{k} \times \bar{k}_0}{kk_0} \right) \frac{\varepsilon_1^{1/2} q_{k_0}^{(2)}}{\varepsilon_2 q_{k_0}^{(1)} + \varepsilon_1 q_{k_0}^{(2)}} \quad (\text{B3})$$

$$B_{HV}(\bar{k}, \bar{k}_0) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\varepsilon_1^{1/2} q_k^{(2)}}{\varepsilon_2 q_k^{(1)} + \varepsilon_1 q_k^{(2)}} \left(\frac{\hat{n} \cdot \bar{k} \times \bar{k}_0}{kk_0} \right) \frac{\omega / c}{q_{k_0}^{(1)} + q_{k_0}^{(2)}} \quad (\text{B4})$$

$$B_{HH}(\bar{k}, \bar{k}_0) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\omega / c}{q_k^{(1)} + q_k^{(2)}} \left(\frac{-\bar{k} \cdot \bar{k}_0}{kk_0} \right) \frac{\omega / c}{q_{k_0}^{(1)} + q_{k_0}^{(2)}} \quad (\text{B5})$$

$q_p^{(n)} = (K^2 - k_{(n)}^2)^{1/2}$, $K = \varepsilon_{(n)}^{1/2} \omega / c$ där (n) i $q_p^{(n)}$, $\varepsilon_{(n)}$ står för material 1 eller 2. $\hat{n} = \hat{z}$, ω den infallande vågen vinkelhastighet.

Appendix C (Integral Equation Method)

Detta appendix är ett tillägg till kapitlet behandlande Integral Equation Method

"Kokboksguide" för IEM-beräkning

Markmålararean ges av 7.51. Den första termen, eller enkelbidragstermen ges av C1 för svagt-medelskrovlig mark och C2 för mycket skrovlig mark. De övriga termerna är desamma för alla marktyper och ges av C4-C6.

Koefficienterna f_{qp} , som ingår i slututtrycken för båda fallen, ges av C9-12. För mycket skrovliga ytor krävs också andraderivator av ytans korrelationsfunktion, $\rho_{\xi\xi}''$ etc. För ytor med gaussisk korrelationsfunktion ges denna av A52, medan uttrycket för exponentiell korrelationsfunktion ges av A56. För dessa ytor kommer de elektromagnetiska parametrarna in via Fresnelkoefficienter, R , som ingår i f_{qp} .

Liksom för Kirchhoffytor blir uttrycken mer komplexa för de mindre skrovliga ytorna. I A1a ingår deluttryck för $S(\theta)$, I_{qp}^n , och $W^{(n)}$ som ges av 7.51, C2 och C30. För beräkning av I_{qp}^n krävs även här f_{qp} (C9-12) men även $F_{qp,up}$ som ges av C13-14 och C16-17 och kräver C - och B -koefficienter, C18-29. De elektromagnetiska egenskaperna kommer in via Fresnelkoefficienter, R , som förutom i f_{qp} ingår i $F_{qp,up}$ och $F_{qp,dn}$.

Markens geometri beskrivs av RMS-höjdavvikelsen σ och korrelationslängden L .

Markens elektromagnetiska egenskaper beskrivs av ε och μ (relativ permittivitet resp. permeabilitet) som ger vågimpedansen $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ och brytningsindex $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$.

Spridningsgeometrin ges av vinklarna θ , θ_s och φ som illustreras av fig. 3.2. Infallande våg beskrivs av våglängden $\lambda = c/f$ och polarisation (index h,v). I formlerna används vanligen vågvektorerna \bar{k} (infallande) resp $\hat{k}_s = \hat{r}_s$ (spridd). Deras riktningar \hat{k} , \hat{k}_s är desamma som resp. vågs utbredningsriktning och magnituden ges av $k = 2\pi/\lambda$. I medier, t.ex. marken används våglängden i mediet $\lambda = \lambda/n$ vilket ger t.ex. $k_2 = 2\pi n_2/\lambda_0$.

För svagt-medelskrovliga ytor blir enkelspridningskoefficienten:

$$\sigma_{qp}^s = S(\theta)S(\theta_s) \frac{k^2}{2} e^{-\sigma^2(k_z^2+k_z^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sigma^{2n} |I_{qp}^n|^2 \frac{W^{(n)}(k_{sx}-k_x, k_{sy}-k_y)}{n!} \quad (C1)$$

$$I_{qp}^n = (k_{sz} + k_z)^n f_{qp} e^{-\sigma^2 k_z k_{sz}} + \frac{(k_{sz})^n F_{qp,up}(-k_x, -k_y) + (-k_z)^n F_{qp,up}(-k_{sx}, -k_{sy})}{2} \quad (C2)$$

För mycket skrovliga ytor:

$$\sigma_{qp}^s \approx \frac{S(\theta_s)S(\theta)k^2 |f_{qp}|^2}{2\sigma^2(k_{sz} + k_z)^2 (|\rho''_{\xi\xi}(0,0)| |\rho''_{\xi\xi}(0,0)| - \rho''_{\xi\xi}(0,0))^{1/2}} \cdot \exp\left(\frac{(|\rho''_{\xi\xi}(0,0)|(k_{sx}-k_x)^2 + |\rho''_{\xi\xi}(0,0)|(k_{sy}-k_y)^2 - 2|\rho''_{\xi\xi}(0,0)|(k_{sy}-k_y)(k_{sx}-k_x))}{2\sigma^2(k_{sz}-k_z)^2 (|\rho''_{\xi\xi}(0,0)| |\rho''_{\xi\xi}(0,0)| - \rho''_{\xi\xi}(0,0))}\right) \quad (C3)$$

Multipelspridningstermer gällande alla yttyper:

$$\sigma_{qp}^{kcm} = \frac{k^2}{8\pi} S(\theta)S(\theta_s) e^{-\sigma^2(k_z^2+k_z^2+k_z k_z)} \cdot \text{Re}\left(f_{qp}^* \iint F_{qp,up}(u, v) \cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((\sigma^2(k_{sz}-q)(k_{sz}+k_z))^n)}{n!} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{((\sigma^2(k_z+q)(k_{sz}+k_z))^m)}{m!} e^{-\sigma^2(q^2-k_z q+k_z q)} W^{(m)}(k_x+u, k_y+v)(1-S(u, v)) + F_{qp,dn}(u, v) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((\sigma^2(k_{sz}+q)(k_{sz}+k_z))^n)}{n!} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{((\sigma^2(k_{sz}-q)(k_{sz}+k_z))^m)}{m!} e^{-\sigma^2(q^2-k_z q+k_z q)} \cdot W^{(n)}(k_{sx}+u, k_{sy}+v) W^{(m)}(k_x+u, k_y+v) S(u, v) \right\} dudv\right) \quad (C4)$$

$$\sigma_{qp}^{c1m} = \frac{k^2}{64} S(\theta_i)S(\theta_s) \iint (F_{qp,up}(u, v) F_{qp,up}^*(u, v) \cdot G^{c1}(u, v, q, q) \cdot (1-S(u, v)) + F_{qp,up}(u, v) F_{qp,dn}^*(u, v) \cdot G^{c1}(u, v, q, -q) \cdot (1-S(u, v)) + F_{qp,dn}(u, v) F_{qp,up}^*(u, v) \cdot G^{c1}(u, v, -q, q) \cdot S(u, v) + F_{qp,dn}(u, v) F_{qp,dn}^*(u, v) \cdot G^{c1}(u, v, -q, -q) \cdot S(u, v)) dudv \quad (C5)$$

$$\sigma_{qp}^{c2m} = \frac{k^2}{64} S(\theta_i)S(\theta_s) \iint (F_{qp,up}(u, v) F_{qp,up}^*(u', v') \cdot G^{c2}(u, v, q, q') \cdot (1-S(u, v)) + F_{qp,up}(u, v) F_{qp,dn}^*(u', v') \cdot G^{c2}(u, v, q, -q') \cdot (1-S(u, v)) + \dots) \quad (C6)$$

$$+ F_{qp,dn}(u,v)F_{qp,up}^*(u',v') \cdot G^{c2}(u,v,-q,q') \cdot S(u,v) + F_{qp,dn}(u,v)F_{qp,dn}^*(u',v') \cdot G^{c2}(u,v,-q,-q') \cdot S(u,v) dudv$$

$$u' = -u - k_{sx} - k_x \text{ ([50] anger } -uk_{sx} - k_x \text{ detta torde dock vara fel)}$$

$$v' = -v - k_{sy} - k_y, q' = \sqrt{k^2 - u'^2 - v'^2}. S(u,v) \text{ fås av 7.51 och 7.52 och } S(\theta) \text{ av 7.51.}$$

$$G^{c1}(u,v,q,q') = e^{-\sigma^2(k_{sz}^2+k_z^2+q^2+(k_z-k_{sz})(q+q')+q'^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\sigma^2(k_z+q)(k_z+q'))^m}{m!} W^{(m)}(k_x+u, k_y+v) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sigma^2(k_{sz}-q)(k_{sz}-q'))^n}{n!} W^{(n)}(k_{sx}+u, k_{sy}+v) \quad (C7)$$

$$G^{c2}(u,v,q,q') = e^{-\sigma^2(k_{sz}^2+k_z^2+q^2+(k_z-k_{sz})(q+q')+q'^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\sigma^2(k_z+q)(k_{sz}+q'))^m}{m!} W^{(m)}(k_x+u, k_y+v) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sigma^2(k_{sz}-q)(k_z-q'))^n}{n!} W^{(n)}(k_{sx}+u, k_{sy}+v) \quad (C8)$$

Koefficienter då $\varphi = 0$:

$$f_{vv} = \frac{2R_{\parallel}}{\cos\theta + \cos\theta_s} (\sin\theta \sin\theta_s - (1 + \cos\theta \cos\theta_s) \cos\varphi_s) \quad (C9)$$

$$f_{hh} = \frac{2R_{\perp}}{\cos\theta + \cos\theta_s} (\sin\theta \sin\theta_s - (1 + \cos\theta \cos\theta_s) \cos\varphi_s) \quad (C10)$$

$$f_{hv} = 2R \sin\varphi_s \quad (C11)$$

$$f_{vh} = -2R \sin\varphi_s \quad (C12)$$

$$F_{vv,up}(u,v) = \left[(1-R_{\parallel}) \frac{1}{q} - (1+R_{\parallel}) \frac{\mu_r}{q_t} \right] (1+R_{\parallel}) C_1 + \left[(1-R_{\parallel})/q - (1+R_{\parallel})/q_t \right] (1-R_{\parallel}) C_2 + \left[(1-R_{\parallel})/q - (1+R_{\parallel})/(\varepsilon_r q_t) \right] (1+R_{\parallel}) C_3 + \left[(1+R_{\parallel}) \frac{1}{q} - (1-R_{\parallel}) \frac{\varepsilon_r}{q_t} \right] (1-R_{\parallel}) C_4 + \left[(1+R_{\parallel})/q - (1-R_{\parallel})/q_t \right] (1+R_{\parallel}) C_5 + \left[(1+R_{\parallel})/q - (1-R_{\parallel})/(\mu_r q_t) \right] (1+R_{\parallel}) C_6 \quad (C13)$$

$$F_{hh,up}(u,v) = \left[(1+R_{\perp}) \frac{1}{q} - (1-R_{\perp}) \frac{\mu_r}{q_t} \right] (1-R_{\perp}) C_4 - \left[(1+R_{\perp})/q - (1-R_{\perp})/q_t \right] (1+R_{\perp}) C_5 - \left[(1+R_{\perp})/q - (1-R_{\perp})/(\varepsilon_r q_t) \right] (1-R_{\perp}) C_6 + \left[(1-R_{\perp})/q - (1+R_{\perp}) \frac{\varepsilon_r}{q_t} \right] (1+R_{\perp}) C_1 - \left[(1-R_{\perp})/q - (1+R_{\perp})/q_t \right] (1-R_{\perp}) C_2 - \left[(1-R_{\perp})/q - (1+R_{\perp})/(\mu_r q_t) \right] (1-R_{\perp}) C_3 \quad (C14)$$

$$R = (R_{\parallel} + R_{\perp}) / 2 \quad (\text{C15})$$

$$\begin{aligned} F_{hv,up}(u, v) = & \left[(1-R) \frac{1}{q} - (1+R) \frac{\mu_r}{q_t} \right] (1+R) B_1 - ((1-R)/q - (1+R)/q_t) (1+R) B_2 - \\ & - ((1-R)/q - (1+R)/(\varepsilon_r q_t)) (1+R) B_3 + \left[(1+R) \frac{1}{q} - (1-R) \frac{\varepsilon_r}{q_t} \right] (1-R) B_4 + \\ & + ((1+R)/q - (1-R)/q_t) (1+R) B_5 + ((1+R)/q - (1-R)/(\mu_r q_t)) (1-R) B_6 \end{aligned} \quad (\text{C16})$$

$$\begin{aligned} F_{vh,up}(u, v) = & \left[(1-R) \frac{1}{q} - (1+R) \frac{\mu_r}{q_t} \right] (1+R) B_4 + ((1-R)/q - (1+R)/q_t) (1-R) B_5 + \\ & + ((1-R)/q - (1+R)/(\varepsilon_r q_t)) (1+R) B_6 + \left[(1+R) \frac{1}{q} - (1-R) \frac{\varepsilon_r}{q_t} \right] (1-R) B_1 - \\ & - ((1+R)/q - (1-R)/q_t) (1+R) B_2 - ((1+R)/q - (1-R)/(\mu_r q_t)) (1-R) B_3 \end{aligned} \quad (\text{C17})$$

Nedan visas konstanterna C_i och B_i då infallande azimuthvinkel, $\varphi = 0$, vilket inte medför någon inskränkning så länge man bara tittat på en yta. En äldre uppsättning konstanter som inkluderar alla azimuthvinklar återfinns i [46]. För fältkoefficienterna gäller att $F_{qp,up} = F_{qp}$. Den enda skillnaden mellan $F_{qp,up}$ och $F_{qp,dn}$ är att alla positiva tecken före q i B och C koefficienterna skall bytas till negativa, och vice versa.

$$C_1 = \cos \varphi_s \left[1 - \frac{(k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] - \frac{\sin \varphi_s (k_x + u)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \quad (\text{C18})$$

$$\begin{aligned} C_2 = \cos \varphi_s \left[-q \cos \theta + \frac{u \cos \theta (k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} - \frac{q \sin \theta (k_x + u)}{k_z + q} + \frac{u \sin \theta (k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \right. \\ \left. - \frac{v \cos \theta (k_y + v)}{k_z + q} + \frac{v \sin \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \sin \varphi_s \left[-\frac{u \cos \theta (k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)} - \right. \\ \left. - \frac{u \sin \theta (k_x + u)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{q \sin \theta (k_y + v)}{k_z + q} - \frac{u \cos \theta (k_y + v)}{k_z + q} - \frac{u \sin \theta (k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] \end{aligned} \quad (\text{C19})$$

$$C_3 = \frac{(-(k_z + q) \sin \theta + (k_x + u) \cos \theta)(k_{sx} q \cos \varphi_s + k_{sy} q \sin \varphi_s + k_{sz} u \cos \varphi_s + k_{sz} v \sin \varphi_s)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \quad (\text{C20})$$

$$\begin{aligned} C_4 = \cos \theta_s \sin \varphi_s \left[\frac{\sin \theta (k_y + v)}{(k_z + q)} + \frac{\cos \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \\ + \cos \theta_s \cos \varphi_s \left[\cos \theta + \frac{\sin \theta (k_x + u)}{(k_z + q)} - \frac{\cos \theta (k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \end{aligned} \quad (\text{C21})$$

$$\begin{aligned}
& + \sin \theta_s \left[\frac{\cos \theta (k_{sx} + u)}{k_z + q} + \frac{\sin \theta (k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{\sin \theta (k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] \\
C_5 = & -\cos \theta_s \sin \varphi_s \left[\frac{(k_{sx} + u)v}{k_{sz} - q} + \frac{(k_x + u)v}{k_z + q} \right] - \cos \theta_s \cos \varphi_s \left[q + \frac{(k_x + u)(k_{sy} + v)uv}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] - \\
& - \sin \theta_s \left[\frac{q(k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} + \frac{u(k_{sx} + u)(k_x + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{v(k_{sy} + v)(k_y + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right]
\end{aligned} \tag{C22}$$

$$\begin{aligned}
C_6 = & \cos \theta_s \sin \varphi_s \left[\frac{q(k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{u(k_y + v)}{k_z + q} \right] - \cos \theta_s \cos \varphi_s \left[\frac{q(k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \right. \\
& \left. + \frac{v(k_y + v)}{k_z + q} \right] + \sin \theta_s \left[\frac{u(k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \frac{v(k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right]
\end{aligned} \tag{C23}$$

$$B_1 = \cos \theta_s \sin \varphi_s \left[1 - \frac{(k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \frac{\sin \theta_s (k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} + \cos \theta_s \cos \varphi_s \frac{(k_x + u)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \tag{C24}$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & \cos \theta_s \sin \varphi_s \left[q \cos \theta - \frac{u \cos \theta (k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} + \frac{q \sin \theta (k_x + u)}{k_z + q} - \frac{u \sin \theta (k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \right. \\
& \left. \frac{v \cos \theta (k_y + v)}{k_z + q} - \frac{v \sin \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \sin \theta_s \left[\frac{q \cos \theta (k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} + \frac{q \sin \theta (k_x + u)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \right. \\
& \left. - \frac{q \sin \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{u \cos \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{v \cos \theta (k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] + \\
& \cos \theta_s \cos \varphi_s \left[\frac{u \cos \theta (k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} + \frac{u \sin \theta (k_x + u)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \frac{q \sin \theta (k_y + v)}{k_z + q} + \frac{u \cos \theta (k_y + v)}{k_z + q} + \right. \\
& \left. + \frac{u \cos \theta (k_y + v)(k_{sy} + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right]
\end{aligned} \tag{C25}$$

$$\begin{aligned}
B_3 = & -\cos \theta_s \sin \varphi_s \left[\frac{q \sin \theta (k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} + u \sin \theta - \frac{q \cos \theta (k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \frac{u \cos \theta (k_x + u)}{k_z + q} \right] + \\
& + \cos \theta_s \sin \varphi_s \left[\frac{q \sin \theta (k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} + v \sin \theta - \frac{q \cos \theta (k_{sy} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \frac{v \cos \theta (k_x + u)}{k_z + q} \right] - \\
& - \sin \theta_s \left[\frac{u \sin \theta (k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} - \frac{u \cos \theta (k_x + u)(k_{sy} + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} - \frac{v \sin \theta (k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} + \frac{v \cos \theta (k_{sx} + u)(k_x + u)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right]
\end{aligned} \tag{C26}$$

$$\begin{aligned}
B_4 = & \cos \varphi_s \left[\frac{\sin \theta (k_y + v)}{k_z + q} + \frac{\cos \theta (k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right] - \sin \varphi_s \left[\frac{\sin \theta (k_y + v)}{k_z + q} + \cos \theta - \right. \\
& \left. \frac{\cos \theta (k_{sy} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} \right]
\end{aligned} \tag{C27}$$

$$B_5 = -\cos \varphi_s \left[\frac{v(k_{sx} + u)}{k_{sz} - q} + \frac{v(k_x + u)}{k_z + q} \right] + \sin \varphi_s \left[q - \frac{v(k_{sy} + v)}{k_{sz} - q} + \frac{u(k_x + u)}{k_z + q} \right] \quad (\text{C28})$$

$$B_6 = \cos \varphi_s \left[\frac{q(k_{sx} + u)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{u(k_y + v)}{k_z + q} \right] + \sin \varphi_s \left[\frac{q(k_{sy} + v)(k_y + v)}{(k_{sz} - q)(k_z + q)} + \frac{v(k_y + v)}{k_z + q} \right] \quad (\text{C29})$$

$$W^{(n)}(a, b) = \frac{1}{2\pi} \int \rho^n(\xi, \zeta) e^{ia\xi + ib\zeta} d\xi d\zeta \quad (\text{C30})$$