

Torgny Carlsson

Höghastighetsförbränning: Utveckling av experimentella tekniker och experimentan- läggning för förbränningsstudier, del III



Torgny Carlsson

Höghastighetsförbränning:
Utveckling av experimentella tekniker och experimentan-
läggning för förbränningsstudier, del III

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Vapen & Skydd 172 90 Stockholm	Rapportnummer, ISRN FOI-R—0889--SE	Klassificering Metodrapport
	Forskningsområde 5. Bekämpning	
	Månad, år Juni 2003	Projektnummer E 2006
	Verksamhetsgren 5. Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde 51. VVS med styrda vapen	
Författare/redaktör Torgny Carlsson	Projektledare Bengt Eiderfors	
	Godkänd av Jon Tegnér	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Torgny Carlsson	
Rapportens titel Höghastighetsförbränning: Utveckling av experimentella tekniker och experimentanläggning för förbränningsstudier III		
Sammanfattning (högst 200 ord) Detta projekts syfte är att utveckla experimentella metoder för undersökning av olika framdrivningstekniker, t.ex. PDE – pulsdetonationsmotorn, samt ge underlag för jämförelse med strömningsmekaniska beräknings- och simuleringsmetoder. De mätmetoder som studeras är LIF – Laserinducerad fluorescens, slir-, skugg- och interferometrisk teknik (framförallt holografi), det senare i samarbete med LTU–Luleå tekniska universitet. Denna rapport behandlar huvudsakligen olika metoder för kvantitativ utvärdering av interferometri, slir- och skuggmätningar. Utgående från dessa metoder har beräkningsalgoritmer implementerats i Matlab och tillämpats på experiment med propan/luft-diffusionsflamma och utbredning av en jetstråle som uppkommer pga. förbränning av luft/vätgas-blandning i en kavitet med ett litet utblåsningshål. Beskrivningar ges av experimenten, utvärderingarna av dessa samt jämförelserna med CFD-modelleringar.		
Nyckelord förbränning, strömningsmekanik, experimentella metoder, laserinducerad fluorescens, skugg- och slirteknik, interferometri		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 38 s.	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista Sekretess	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Weapons & Protection SE-172 90 Stockholm	Report number, ISRN FOI-R--0889—SE	Report type Methodology report
	Research area code 5	
	Month year June 2003	Project no. E2006
	Customers code Contracted research	
	Sub area code 51	
Author/s (editor/s) Torgny Carlsson	Project manager Bengt Eiderfors	
	Approved by Jon Tegnér	
	Sponsoring agency	
	Scientifically and technically responsible Torgny Carlsson	
Report title (In translation) High Speed Combustion: Development of experimental techniques and equipment for combustion studies III		
Abstract (not more than 200 words) The aim of this project is to develop experimental techniques for investigation of propulsion techniques such as the PDE – Pulse Detonation Engine as well as for comparison with computer based modeling and simulation methods. The experimental methods studied are LIF - Laser Induced Fluorescence, shadow, schlieren and interferometrical methods (primarily holography), the latter in cooperation with LTU–Luleå Technical University. This report treats different methods for quantitative evaluation of shadow, schlieren and interferometrical measurements. Evaluation algorithms based on these methods have been implemented in Matlab and applied to experiments on a turbulent propane-air diffusion flame and on propagation of a jet originating from combustion of an air/hydrogen gas mixture in a cavity with a small exhaust nozzle. Descriptions are given of the experiments, the evaluations of the results and the comparisons with CFD-simulations.		
Keywords combustion, fluid mechanics, experimental methods, laser induced fluorescence, shadow and schlieren technique, interferometry		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 38 p.	
	Price acc. to pricelist Security classification	

Innehåll

1. INLEDNING	5
2. LASERINDUCERAD FLUORECENS.....	7
3 INTERFEROMETRI, SLIR- OCH SKUGGMÄTNING	10
3.1 Brytningsindexförändringar i gasblandningar.....	10
3.2 Påverkan på ljusutbredning pga. brytningsindexförändringar.....	10
3.3 Slir-, skuggmätning och kaustikor.....	12
Skuggmätning.....	12
Sliravbildning.....	16
3.4 Interferometri	18
3.5 Jämförelse interferometri, slir- och skuggmätning	19
4. EXPERIMENTELLA RESULTAT	20
4.1 Försök Propanflamma.....	20
Uppställning	20
Resultat och jämförelse med numeriska simuleringar	21
4.2 Experiment jetstråle FOI-rigg.....	26
Uppställning	26
Resultat.....	28
5. DISKUSSION OCH SLUTSATSER.....	35
ERKÄNNANDEN	35
APPENDIX 1. LÖSNING AV POISSONS EKVATION MED COSINUSTRANSFORMERING.....	36
REFERENSER	37

1. Inledning

Detta projekts syfte är att utveckla experimentella metoder för undersökning av olika framdrivningstekniker, t.ex. PDE – pulsdetonationsmotorer som studeras på FOI Grindsjön, samt ge underlag för jämförelse med strömningsmekaniska beräknings- och simuleringsmetoder. En grundläggande förståelse av förbränningsfysik och strömningsmekanik är en förutsättning för utveckling och optimering av nya framdrivningssystem. Beräkningsverktygen för dessa syften blir alltmer kraftfulla och alltmer komplexa problem kan angripas ”direkt i datorn”. Detta är dock en sanning med modifikation. Även i de bästa beräkningsmodellerna görs ofta radikala förenklingar för att överhuvudtaget kunna angripa problemställningarna. Ett exempel är förbränningskinetiken som ofta inte är helt känd och kan bestå av tusentals steg, som i beräkningen reduceras till ett fåtal. Dessutom, för tredimensionella förlopp där turbulens och avlösning är betydelsefulla, är dagens datorresurser ej tillräckliga för att kunna lösa upp strömningens minsta skalor, något som inte sällan är nödvändigt. Huruvida dessa förenklingar är berättigade eller inte, måste avgöras med experimentella jämförelser. Även för vidareutveckling av dessa modeller och för att få en mer djupgående förståelse av de fysikaliska förloppen, så krävs bekräftelse och jämförelse med experiment. Vid arbetet med undersökning av nya framdrivningstekniker uppstår också frågeställningar som endast kan besvaras med experiment. Ett exempel är PDE:n där typiska frågeställningar rör inverkan och halt av radikaler, flamfrontshastigheter, tid och plats för DDT-övergångar, etc. som kan undersökas med t.ex. LIF- och skuggmätning (se nedan). År 2000 startades därför ett FOA-, numera FOI-projekt, ”Höghastighetsförbränning”, i syfte att bygga upp kompetens för att införa experimentella mätmetoder för inom förbrännings- och strömningsmekanik.

Vad som önskas är mätmetoder som har förmåga att ta upp två- och tredimensionell information utan att störa de studerade processerna. De tekniker som är mest lämpade för detta är optiska, beröringsfria mätmetoder. Utvecklingen av alltmer effektiva laserljuskällor och bildsensorer, har tillsammans med datorteknikens utveckling gjort det möjligt att erhålla allt mer information om förbränningsprocessen med allt mer avancerade optiska mätmetoder. Denna utveckling har också medfört att traditionella metoder såsom slir-, skugg- och interferometrisk tekniker har blivit allt mer kraftfulla. Med spektroskopiska metoder går det att mäta koncentrationer, temperaturfördelning och snart också hastighetsfördelningar.

Under förbränning förändras de optiska egenskaperna för en brinnande gasblandning pga. varierande halt av förbränningsprodukter och varierande brytningsindex i både tid och rum. Andra optiska effekter är utsändande av ljus pga. förbränning, absorption, diffraktion eller spridning av ljus pga. sotpartiklar, droppformning och andra förbränningsprodukter. Alla dessa effekter kan användas för olika diagnosticeringsändamål. I detta projekt har framförallt två fenomen utnyttjats:

- En infallande laserstråle inducerar ett fluorescensspektrum. Detta utnyttjas i LIF – Laserinducerad fluorescens, där spektralövergångar specifika för en specifik förbränningsprodukt observeras.

- Variationer i brytningsindex ger upphov till varierande optisk våglängd och avböjningar av infallande ljus. Detta utnyttjas i interferometrisk, speckle-, slir- och skuggmetoder.

Projektet har hittills genererat fyra olika rapporter. Den första rapporten [1] ger en beskrivning och sammanställning av en litteraturundersökning avseende LIF – laserinducerad fluorescens på OH. Två rapporter [2, 3] har handlat om grundläggande förutsättningar för och beskrivningar av den experimentella teknik och experimentanläggning som används, fysikaliska samband mellan mätbara storheter samt strategier för jämförelse mellan experiment och numerisk modellering. I den senaste rapporten [4] gavs de fysikaliska och numeriska grunderna för CFD-modellering (Computational Fluid Dynamics) av reaktiv förbränning och en översikt av främst beröringsfria mätmetoder för förbränningsdiagnostik.

I de föregående rapporterna har således olika experimentella tekniker för förbränningsdiagnostik beskrivits. En kommande rapport kommer att ge en fördjupad behandling av laserinducerad fluorescens. För att undvika för mycket upprepningar, hänvisas till dessa rapporter för mer detaljerade beskrivningar av de olika teknikerna. Här kommer fördjupning ges av det som är någorlunda nytt sedan föregående rapporter och i övrigt ges endast översiktliga beskrivningar för sammanhangets skull.

För interferometrisk, slir- och skuggmetoder är det resultat som erhålls ”integrerat” över hela ljusvägen, dvs. allt som händer mellan ljuskälla och sensor påverkar resultatet. Vi får p.g.a. detta ett s.k. inversproblem där vi utgående från det integrerade mätresultatet (helst) skall kunna upplösa de lokala värdena av de uppmätta storheterna. Ett sätt att gå runt dessa svårigheter är att helt enkelt sätta in resultatet av den numeriska modell som skall provas och beräkna vilket experimentellt resultat som förväntas och jämföra det med de faktiska resultaten. Problemet kan närmast från två håll:

- Utgå från experimentella data som sedan genom fysikaliska eller andra samband överförs till storheter (t.ex. tryck, temperatur, etc.) som direkt kan jämföras med den numeriska modellen.
- Utgå från den numeriska modellen och ”räkna framåt” till lämplig experimentell nivå.

Arbetet hittills har till stor del bedrivits enligt den andra punktens riktlinjer. I denna rapport läggs istället huvudvikten vid den första punkten, dvs. olika metoder för att utvärdera brytningsindexfördelning ifrån interferometri, slir- och skuggmätningar.

I avsnitt 2 ges en översiktlig beskrivning av verksamheten på laserinducerad fluorescens. Avsnitt 3 behandlar utvärdering av interferometri, slir- och skuggmätningar. Exempel på experimentella resultat visas i avsnitt 4. Rapporten avslutas med avsnitt 5, ”Diskussion och slutsatser”.

2. Laserinducerad fluorescens

Som nämnts ovan, kommer en senare rapport (hösten 2003) att ge en mer utförlig beskrivning av försöken med laserinducerad fluorescens. För mer detaljerade beskrivningar av experimenten hänvisas till denna.

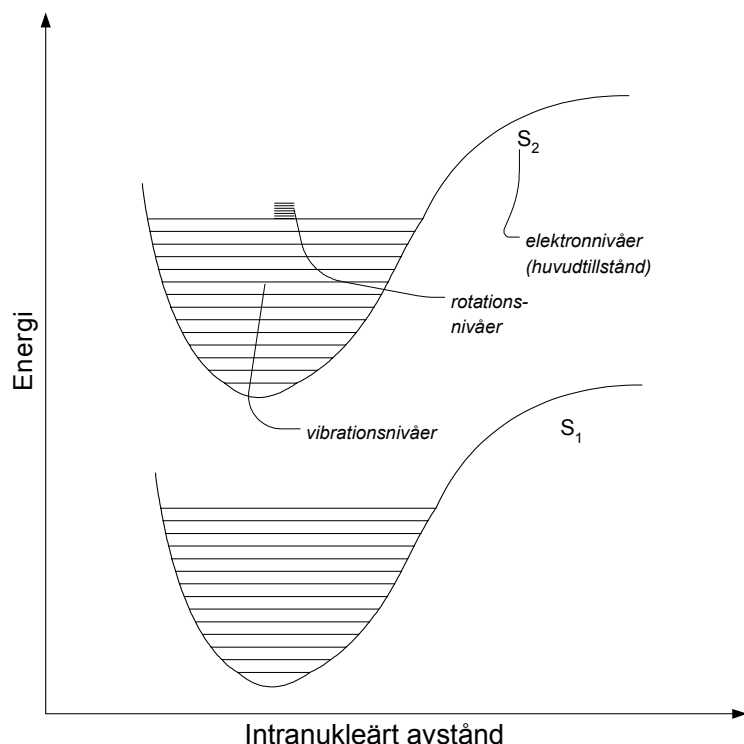
Till varje molekyl av en förbränningsprodukt kan ett specifikt spektrum knytas som kan användas för att identifiera halten av denna produkt [4,5]. Molekylerna består av två eller fler atomer vars elektroner befinner sig i olika kvantiserade energinivåer (huvudtillstånd). Atomerna i molekylen kan också vibrera eller rotera i förhållande till varandra, vilket ger upphov till kvantiserade vibrations- och rotationsnivåer. Molekylens totala energi E_m kan därför (något förenklat) sägas bestå av tre grundkomponenter: elektronisk (E_e), vibrations- (E_v) och rotationsenergi (E_r), dvs.

$$E_m = E_e + E_v + E_r. \quad (1)$$

Fördelningen av energitillstånd kan se ut som i figur 1. Energiskillnaden mellan elektronnivåerna (huvudtillstånd) är mycket större än skillnaden mellan vibrationsnivåerna, som i sin tur är större än skillnaderna mellan rotationsnivåerna. En övergång mellan tillstånd E_i och E_j kan ske genom upptagande eller utsändande av en ljusfoton med energi motsvarande energiskillnaden mellan tillstånd, enligt

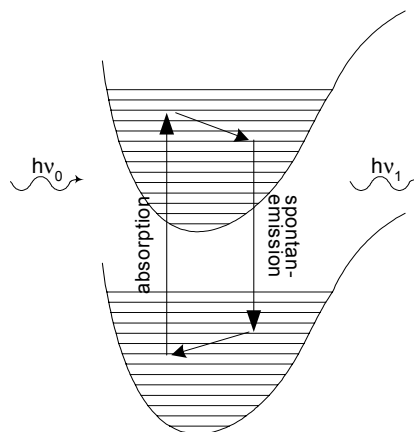
$$\frac{hc}{\lambda} = E_i - E_j, \quad (2)$$

där c är ljusets hastighet i vakuum och h är Plancks konstant.

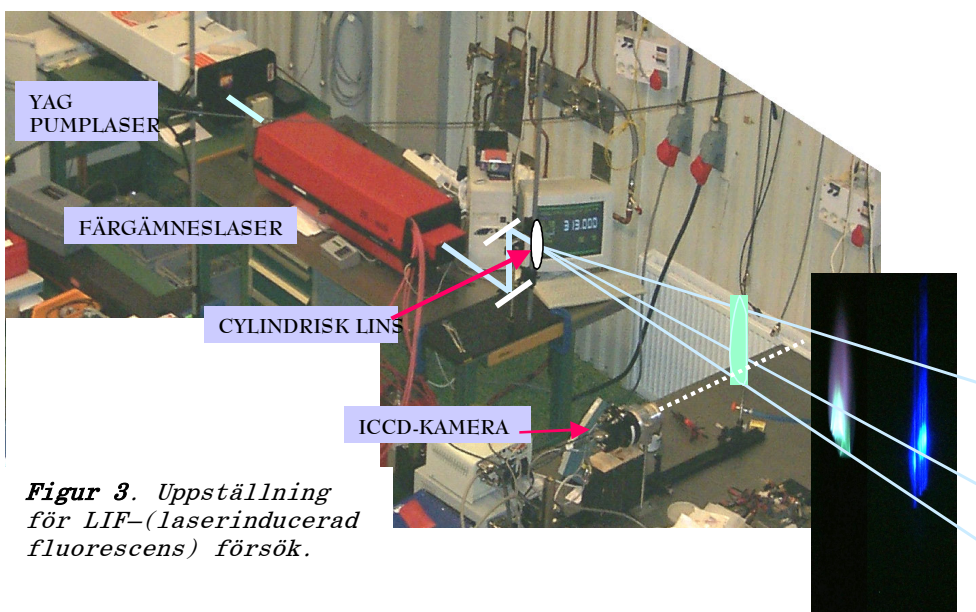


Figur 1. Schematiskt diagram av en molekyls energitillstånd.

Laserinducerad fluorescens kan enklast beskrivas som en absorption av infallande laserljus, som efter en viss tid (livslängden) följs av spontanemission från det exciterade tillståndet, i ett eller flera steg, se figur 2. Det spontanemitterade ljuset avbildas sedan med en detektor som endast är känslig för denna övergång. Genom att välja en övergång som är specifik för den reaktionsprodukt vars koncentration avses att mätas, fås på detta sätt ett direkt mått på dess koncentration. För att detta skall fungera måste reaktionsprodukten ha ett känt (unikt) emissionspektrum med kända livslängder för de olika övergångarna (detta styr ju fluorescenstakten) med en absorptionsväglängd som är nåbar för tillgängliga laserljuskällor. Dessutom, vid utvärderingen måste hänsyn tas till "utsläckning" av exciterade nivåer pga. kollisioner och annan växelverkan med andra molekyler.



Figur 2. Schematisk beskrivning av fyrnivå-fluorescens.

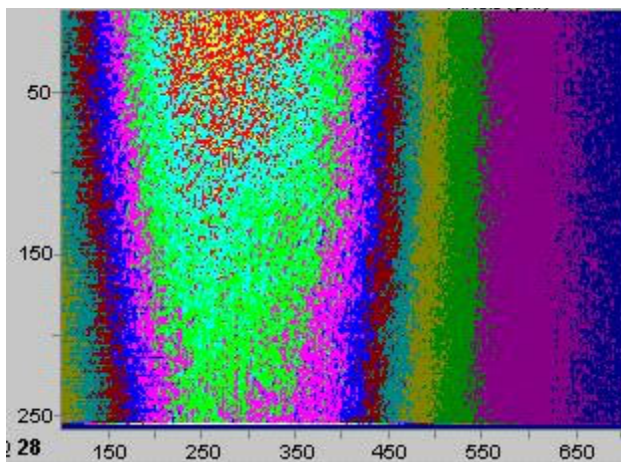


Figur 3. Uppställning för LIF-(laserinducerad fluorescens) försök.

Försökuppställningen i Grindsjön framgår av figur 3. En färgämneslaser, pumpad av en Q-switchad Nd:YAG-laser som avger en högenergetisk puls med ca. 13 ns pulslängd, är justerad på ett sådant sätt att den utsänder smalbandiga pulser med energin 1 mJ/puls och våglängden 282.9 nm, anpassad till den fluorescerande övergång som avses att studeras. I detta fall är indikatorn OH-radikalen, som bildas i de flesta förbränningsprocesserna. Laserstrålen, som med en cylindrisk lins expanderades i en dimension till ett ljussnitt om ca. $40 \times 1 \text{ mm}^2$, exciterar OH-molekylerna från grundtillståndet till nivån $X^2\Pi$, som vid relaxation bland annat ger en stark topp vid 309 nm, som vi har valt att studera. Återgången till

grundtillståndet som fluorescens detekteras av den UV-känsliga ICCD-kameran.

Verksamheten har under det senaste året inriktats mot att skola in en nyanställd, styrning och upplinjering av försöksupställningen. Som nämnts ovan kommer en mer utförlig rapport om denna verksamhet presenteras senare.



Figur 4. Laserpuls träffar flammen. Bilden är roterad och flammen har sin bas längs den vänstra bildkanten.

Delar av försöksmetodiken och utrustningen har prövats i försök med fluorescens i flamma, i figur 4 visas hur en laserpuls passerar horisontellt genom en flamma. Ett filter användes som endast släpper igenom ett smalt våglängdsområde omkring 309 nm, dvs. där fluorescensen förväntas. Den naturliga fluorescensen av OH syns inte i bilden, då den är flera ordningar ljussvagare.

I ett senare skede, förutom att studera den spatiala utbredningen av värmezonerna, är det möjligt att mäta relativa intensiteter (dvs. relativa koncentrationer av OH-radikaler) mellan två samtidiga exponeringar av två olika excitationnivåer, för att termodynamiskt kunna bestämma temperaturen på grundval av nivåfördelningen. I så fall krävs kännedom om relaxationsförloppen, kollisionsfrekvens, utsläckning, etc., se vidare ref. [1,5].

3 Interferometri, slir- och skuggmätning

3.1 Brytningsindexförändringar i gasblandningar

Brytningsindexet $n(x,y,z)$ vid positionen (x,y,z) i en gasblandning beror av densiteten och egenskaperna för de olika gaserna i blandningen. Variationen pga. densiteten kan uppskattas med Lorenz-Lorentz ekvation (se t.ex. [1,2,6,7]),

$$C_0 = \frac{1}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}, \quad (3)$$

där ρ är densiteten och C_0 är en konstant som varierar med våglängd och typ av gas. För gaser är n nära ett, vilket gör att ekvationen kan förenklas till

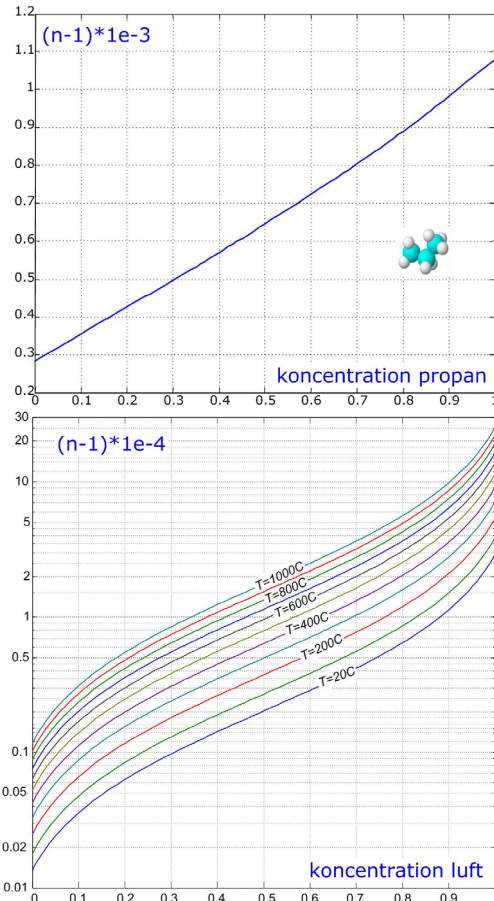
$$\frac{n-1}{\rho} = C_0 \frac{n^2 + 2}{n+1} \approx C_g, \quad (4)$$

där $C_g \approx 1.5 C_0$ kallas Gladstone-Dales konstant.

För en gasblandning, blir Gladstone-Dales konstant [3],

$$C_g = \frac{1}{\bar{M}} \sum_{i=1}^k d_i M_i C_{gi}, \quad (5)$$

där $\bar{M}$ är medelmolekylvikten för blandningen och C_{gi} , d_i , M_i är respektive Gladstone-Dales konstant, molandel och molekyllikt för gas i . Vid större förändringar av brytningsindex, får en något mer komplicerad formel användas, se [3]. I figur 5 visas resultatet för propan/luft- och luft/vätgas-blandning.



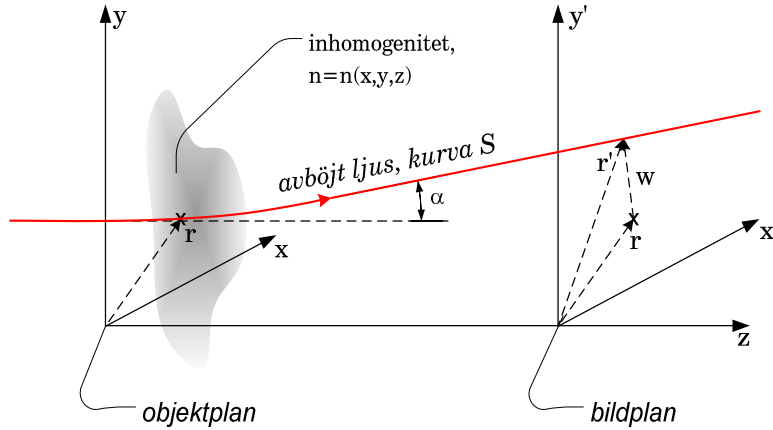
FIGUR 5. Variation av brytningsindex beroende av koncentration för propan/luft-blandning och koncentration och temperatur för vätgas/luft-blandning

3.2 Påverkan på ljusutbredning pga. brytningsindexförändringar

För måttliga brytningsindexvariationer (dvs. sådana som endast ger upphov till försumbar diffraktion) kan geometrisk (strål-)optik användas för att beräkna dess påverkan på ljuset [2,8,9]. När en ljusstråle passerar igenom blandningen, kommer den optiska väglängden att variera och strålen följa en ickerät kurva, S (se figur 6). Den totala optiska väglängden, L längs kurvan S blir

$$L = \int_S n(\mathbf{r}(s)) ds, \quad (6)$$

där $n(\mathbf{r}(s))$ är brytningsindex längs S och $\mathbf{r}(s) = (x(s), y(s), z(s))$ är kurvan i parametrisk form, med s som parameter.



Figur 6. Ljusväg genom ett inhomogent medium.

Skillnaden i optisk väglängd, ΔL mellan två passager (1 och 2), t.ex. före och efter start av förbränning, blir då

$$\Delta L = \int_{S_2} n_2 ds - \int_{S_1} n_1 ds, \quad (7)$$

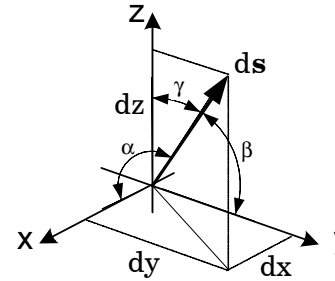
där S_1 och S_2 betecknar den första respektive den andra kurvan. Om avböjningen kan betraktas som försumbar i förhållande till andra parametrar, förenklas sambandet till

$$\Delta L \approx (n_2 - n_1) L_0, \quad (8)$$

där L_0 är det rätlinjiga avståndet.

Avböjningen ges av riktningscosinerna i förhållande till utbredningsvektorn ds (se figur 7):

$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds}, \cos \beta = \frac{dy}{ds}, \cos \gamma = \frac{dz}{ds} \quad (9)$$



Figur 7. Definition av riktningscosiner.

Om mediets egenskaper är kända (eller simulerade med t.ex. CFD-modellering), kan strålkurvan beräknas utgående från Fermats princip, vilken säger att kurvan skall vara stationär (se t.ex. [7,8]),

$$\delta L = \delta \int_S n ds = 0. \quad (10)$$

Enligt välkända metoder från variationskalkylen så kan den sökta kurvan erhållas med Euler-Lagranges ekvationer,

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}(s)}{ds} \right) - \nabla n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) - \frac{\partial n}{\partial x} = 0 \\ \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) - \frac{\partial n}{\partial y} = 0 \\ \frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) - \frac{\partial n}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

som kan lösas numeriskt t.ex. med Runge-Kutta metoder [2].

Antag nu att strålen huvudsakligen utbreder sig i z-riktningen och att avböjningarna är måttliga. I så fall är avböjningen i z-led försumbar (dvs. $dz/ds \approx 1$) och ekv. 11 kan förenklas till

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) &\approx \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial x}, \frac{\partial n}{\partial y} \right) = \frac{\nabla n}{n} \\ \Rightarrow (\tan \xi, \tan \psi) &= \left(\frac{\partial x}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial z} \right) \approx \int_{L_0} \frac{\nabla n}{n} dz, \end{aligned} \quad (12)$$

där $(\tan \xi, \tan \psi) \approx (\cos \alpha / \cos \gamma, \cos \beta / \cos \gamma)$ är avböjningsvinklarna i x- respektive y-led och ∇ -operatorn nu bara verkar i xy-planet. Ytterligare förenkling kan göras om vi antar att inhomogeniteten har en begränsad utbredning d i strålens riktning samt att $n(x, y) \approx 1$ och är någorlunda konstant längs d (se figurerna 6 och 8),

$$(\tan \xi, \tan \psi) \approx d \frac{\nabla n}{n} \approx d \nabla n, \quad \mathbf{w} \approx -zd \nabla n, \quad (13)$$

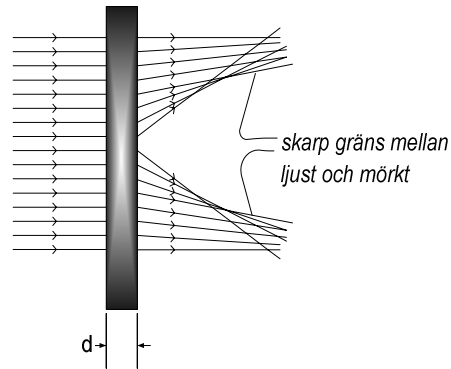
där $\mathbf{w}$ är förskjutningen av strålen vid avståndet z mellan objekt- och bildplan.

3.3 Slir-, skuggmätning och kaustikor

Skuggmätning

Slir- och skuggmätning (engelska "schlieren and shadowgraphy") är standardtekniker för att mäta ljusavböjning pga. brytningsindexvariationer. Principen för skuggmätning kan beskrivas enligt följande [9,10]. När ljus passerar ett (map. brytningsindex) inhomogent område kommer ljusfältet att förskjutas sträckan $\mathbf{w}$ (se figur 6) vilket ger upphov till ljusa och mörka fält, t.ex. som i figur 8. Skuggmätning är således

ett något oegentligt ord för detta fenomen, då såväl skuggor som dagrar uppkommer. En uppställning för skuggmätning kan vara mycket enkel, då ingen avbildande optik behövs mellan objekt och bildplan. Eller mer korrekt, ingen avbildning ska ske av inhomogeniteten då den avbildande



Figur 8. Exempel på uppkomst av skuggfält.

optiken samlar ihop ljuset och på så sätt så gott som eliminerar inverkan av avbøjningen (se figur 11). Om inhomogeniteten är ickelinjär (dvs. andraderivatet skiljer sig från noll), kommer ljusstrålens avbøjning bli större ju närmare strålen infaller mot maximal variation. En skarp skiljelinje kan då uppkomma mellan ljusa och mörka områden (se figur 8). Denna linje kallas för en *kaustika* (från grekiskans *kaustiko's*, "brännande", här dock närmast med betydelsen "brännpunkts- eller fokallinje"). Ursprunget i objektplanet för de strålar som bildar kaustikan kallas för *initialkurvan*. Om figur 8 studeras inses att såväl kaustikans som initialkurvans läge varierar med avståndet från inhomogeniteten alltefter som strålarna "korsar" varandra.

För att beräkna kaustikans läge och ljusfördelningen i skuggfältet kan ekv.11 användas [8,12]. Ett mer approximativt samband, mer lämpad för det inversa problemet (dvs. att beräkna brytningsindexfördelningen från skuggfältet) kan dock erhållas från ekv.13 och följande resonemang. Antag som förut att inhomogeniteten har en begränsad utbredning d i strålens riktning samt att $n(x,y) \approx 1$ och är någorlunda konstant längs d . Antag vidare att strålen startar från positionen $\mathbf{r}$ i objektplanet och förskjuts till positionen $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{w}$ i bildplanet. Om n är nära ett, blir förskjutningen,

$$\mathbf{w} \approx -zd \nabla n(x,y) \Rightarrow (x',y') \approx (x,y) - zd \nabla n(x,y), \quad (14)$$

där z är avståndet mellan objekt- och bildplan, (x,y) och (x',y') betecknar koordinaterna i objekt- respektive bildplanet. Kaustikan kan sägas representera gränsen mellan en existerande inversfunktion mellan bild- och objektplan, eller med andra ord, där Jacobi-determinanten är lika med noll. Ekvationen för kaustikan (eller egentligen, initialkurvan) blir

$$\frac{\partial(x',y')}{\partial(x,y)} = \frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial y'}{\partial y} - \frac{\partial y'}{\partial x} \frac{\partial x'}{\partial y} = \left(1 - zd \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\right) \left(1 - zd \frac{\partial^2 n}{\partial y^2}\right) - \left(zd \frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0. \quad (15)$$

Vad avser intensitetsfördelningen $i(x,y)$ i skuggfältet, antag att den mäts i effekt eller energi per areaenhet, t.ex. W/m^2 . Betrakta en liten yta Ω kring $\mathbf{r}$ i objektplanet. Ljuset från denna yta kommer att avlänkas till en yta Ω' kring punkten $\mathbf{r}'$ i bildplanet. Allt ljus från objektplanet som avlänkas till denna yta från objektplanet kommer att bidra till intensiteten. Om $I(x,y)$ och $I'(x',y')$ är intensiteterna i objekt- respektive bildplanet, blir förhållande då

$$I'(x',y') = \sum_{\text{allt till } (x',y')} I(x,y) \Rightarrow i'(x',y') \Omega' = \sum_{\text{allt till } (x',y')} i(x,y) \Omega, \quad (16)$$

dvs. summering över allt ljus i objektplanet som avböjs till $\mathbf{r}'$. Om vi nu låter ytorna krympa mot noll, närmar sig förhållandet mellan dessa (absolutbeloppet av) Jacobi-determinanten [9] och

$$I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}') = \sum_{\text{allt till } (\mathbf{x}', \mathbf{y}')} \frac{I(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\left| \frac{\partial(\mathbf{x}', \mathbf{y}')}{\partial(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \right|}. \quad (17)$$

För att få ett entydigt förhållande mellan intensitetsfördelningarna antar vi att andraderivatorna är tillräckligt små för att kunna försumma produkter och exponenter av dessa, och att avböjningarna är mycket små (bara bidraget från en punkt $\mathbf{r}$ i objektplanet behöver beaktas), i så fall

$$\begin{aligned} I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}') &\approx \frac{I(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{1 - \text{zd} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial y^2} \right)} \\ \Rightarrow C(\mathbf{x}', \mathbf{y}') &= \frac{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}') - I(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}')} \approx \text{zd} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

där $C(\mathbf{x}', \mathbf{y}')$ är kontrastvariationen i skuggfältet. Om vi har en någorlunda kollimerad stråle fås $I(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ genom att göra en exponering före införandet av en inhomogenitet i strålgången. Dock, om $I(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ är någorlunda konstant (dvs. infallande ljus med jämn intensitetsfördelning) så blir medelvärdet av skuggbildens intensitet ungefär lika med $I(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Vid utvärdering av en skuggbild så kan följaktligen kontrastvariationen skattas från

$$C(\mathbf{x}', \mathbf{y}') \approx \frac{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}') - \overline{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}')}}{\overline{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}')}}, \quad (19)$$

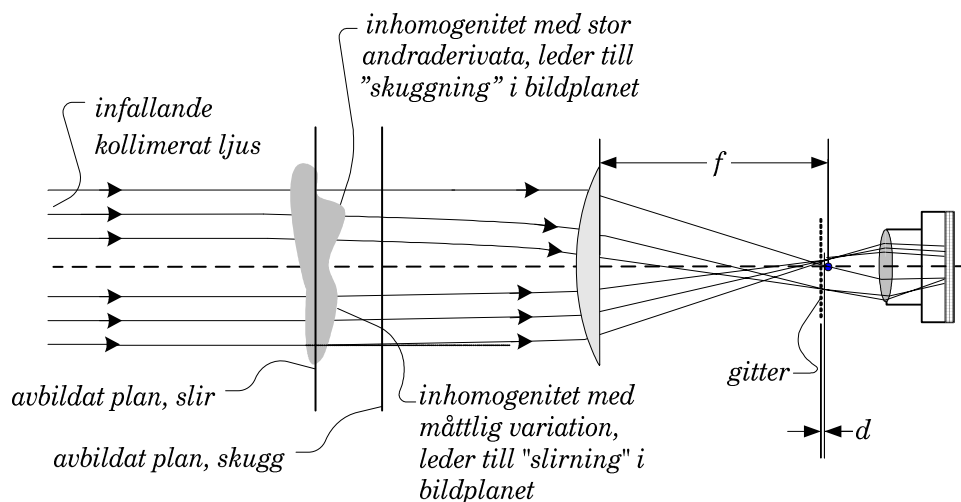
där $\overline{I'(\mathbf{x}', \mathbf{y}')}$ medelvärdet av skuggbildens intensitet. Slutligen så fås

$$\nabla^2 \mathbf{n} \approx \frac{1}{\text{zd}} C(\mathbf{x}', \mathbf{y}'), \quad (20)$$

dvs. Poissons ekvation, som i sin tur kan integreras, se nedan. För att denna approximation (ekv.20) skall vara användbar bör bildplanet ligga så nära inhomogeniteten som möjligt. Om figur 8 studeras så inses att risken för störande kaustikor och "korsande strålar" (som naturligtvis gör approximationen ogiltig) ökar ju större z är. Det grundläggande problemet är att vi arbetar med en "skugga", till skillnad mot en avbildande metod (t.ex. sliravbildning) finns således ingen "en-till-en" överensstämmelse mellan en objektpunkt och dess skugga.

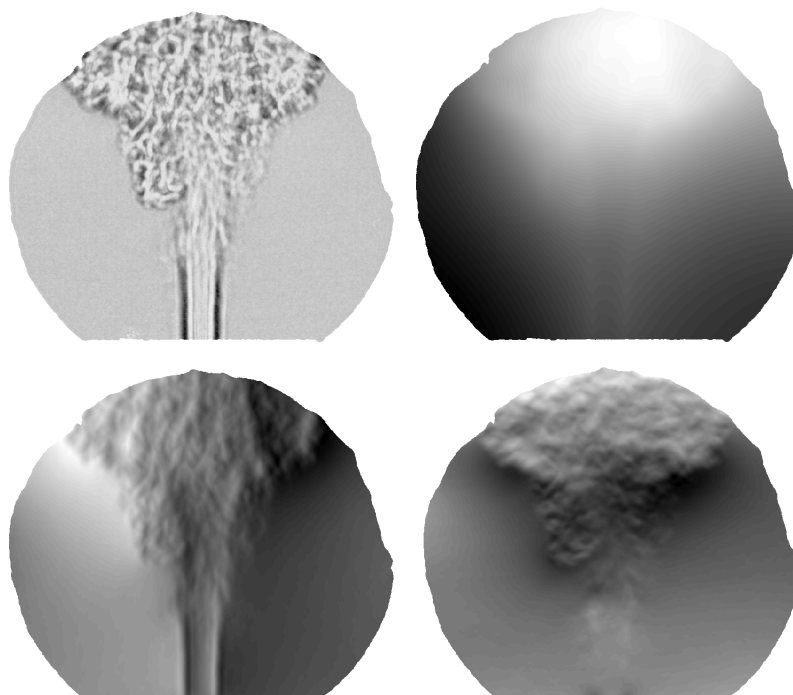
Det enklaste sättet att göra en skuggavbildning är att belysa inhomogeniteten och registrera resultat t.ex. direkt på film eller genom att avbilda en mattskiva. Det går emellertid att använda ett slirinstrument även för skuggavbildning, se figur 9. I denna metod, som märkligt nog går under namnet "focused shadowing" [10], används ett konventionellt slirinstrument, men utan spalter eller andra filter i fokalplanet. Poängen är att avbildning inte sker av inhomogeniteten, utan det avbildade planet läggs på ett visst avstånd från inhomogeniteten (dvs. en fokuserad bild av inhomogeniteten undviks för att ej eliminera skuggeffekten). På så sätt avbildas den skugga som faller på det avbildade skuggplanet. Fördelen är

att detta "virtuella" bildplan kan förflyttas godtyckligt genom att t.ex. vrida på skärpeinställningen på den kamera som används, t.ex. mycket nära inhomogeniteten. Andra fördelar är att instrument oftast redan finns på plats och att direkta jämförelser med sliravbildningar blir mycket enkla att genomföra.



Figur 9. Försökupställning för slir- och skuggavbildning.

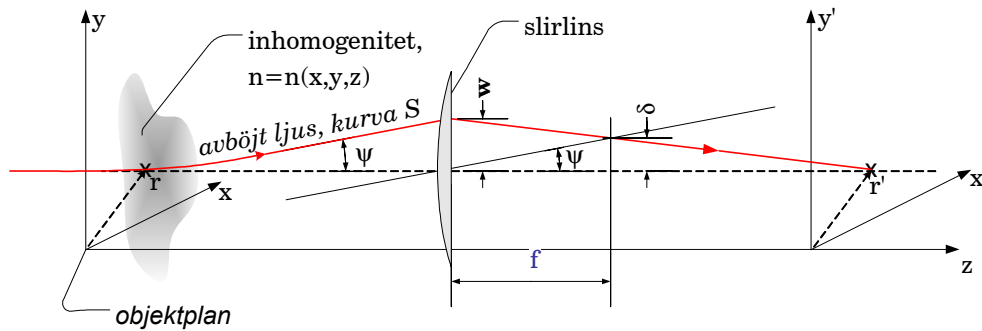
För att beräkna brytningsindexfördelningen utifrån ekv. 20, så måste en dubbelintegrering genomföras. Även om detta ger tveksam noggrannhet för kvantitativa värden, helst med åtanke på alla förenklingar som införts för att erhålla detta samband som sällan uppfylls i alla detaljer, så kan det ge en god kvalitativ bild av brytningsindexfördelningen. Ett sätt att numeriskt genomföra dubbelintegrationen är med transformteknik enligt appendix 1. I figur 10 visas exempel på resultat när denna algoritm tillämpats på ekv.20.



Figur 10. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)

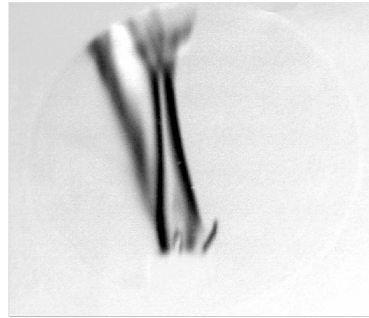
Sliravbildning

Vid måttliga variationer av brytningsindex kan avböjningen mätas genom att ljusfältet påverkas på olika sätt i en avbildande lins fokalkplan, s.k. slirteknik [9-11]. En typisk sliruppställning visas i figur 9. Kollimerat ljus lyser genom den undersökta försöksvolymen. En eventuell inhomogenitet i strålgången med annorlunda brytningsindex än omgivningen får strålen att böja av. Inhomogeniteten avbildas av en lins (här skall, till skillnad mot vid skuggmätning, en fokuserad bild erhållas av inhomogeniteten). I linsens fokalkplan kommer det ljus som har passerat inhomogeniteten att fokuseras till en annan punkt än fokalpunkten (se figur 11), förskjuten en sträcka $\delta \approx f \tan \psi$, där f är fokallängden och $\tan \psi$ är avböjningen. Om ett filter placeras runt fokalpunkten, så kommer inhomogeniteterna att framträda i bildplanet.



Figur 11. Avbildningsförhållanden slirinstrument

Det klassiska filtret är en egg, som blockerar det ljus som avböjs till ena sidan av fokalpunkten, varvid inhomogeniteterna framträder som intensitetsvariationer (se figur 12), som är direkt proportionella mot avböjningen. Antag att eggen är linjerad i x-riktningen, i så fall blir systemet känsligt för variationer i y-led, som med ökande grad av approximation enligt ekv.13, kan uttryckas



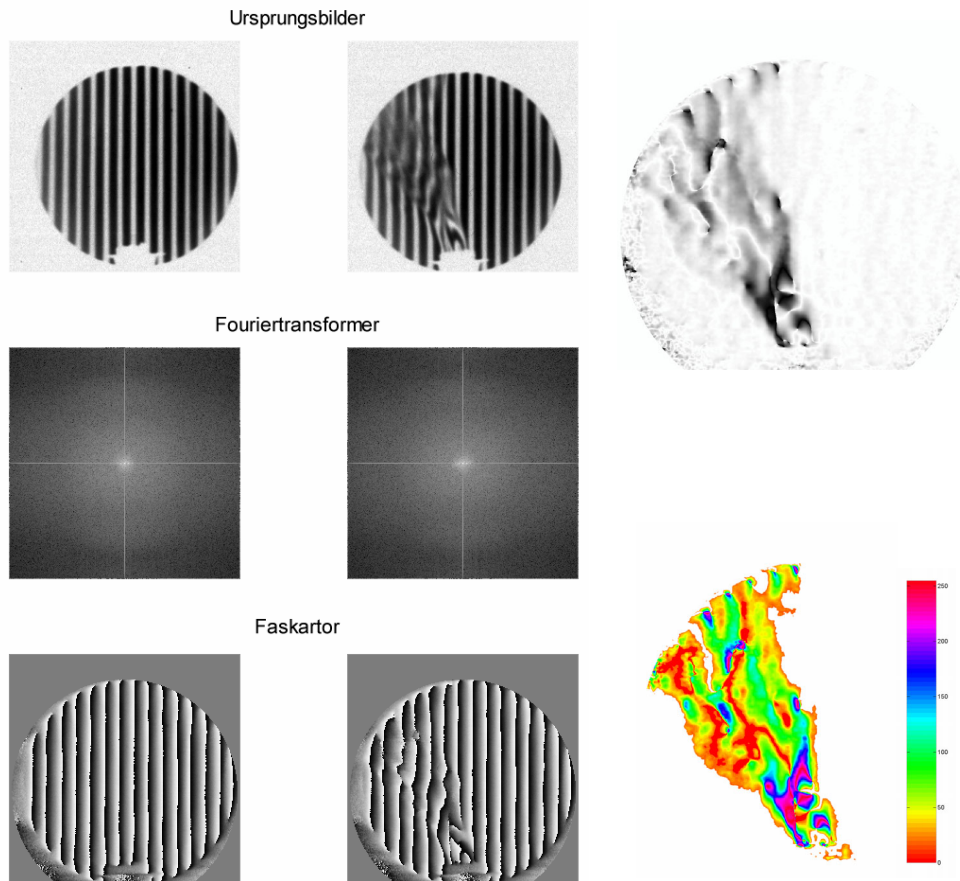
Figur 12. Klassisk slirbild av ljuslåga

$$C(x,y) = K \tan \xi \approx K \int_{L_0} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} dz \approx K d \frac{\partial n}{\partial y} \quad (21)$$

där $C(x,y)$ är kontrastvariationen enligt ekv.19 och K är en proportionalitetskonstant som beror på hur slirinstrumentet är konfigurerat. Om eggen vrids 90° , så fås motsvarande relation för variationer i x-led. Brytningsindexfördelningen kan nu skattas genom

$$n \approx \frac{1}{Kd} \int C(x,y) dy. \quad (22)$$

Detta ger en kvalitativt god bild, nackdelen är att intensitetsvariationer är mycket känsliga för störningar, vilket försvårar utvärderingen. Ett annat sätt är att istället för en egg placera ett linjemönster ("ronchigitter") nära fokus (kan också placeras någon annanstans i systemet, se [3]). Inhomogeniteter i ljusvägen ger då istället upphov till en fasförskjutning $\phi(x,y)$ av gittermönstret som är proportionell mot avböjningen. En referensbild tas upp före införandet av inhomogeniteten i strålgången. Fasförskjutningen kan sedan beräknas med hjälp av transformteknik (se figur 13, för en mer detaljerad beskrivning se [3]), som i sin tur kan omvandlas till brytningsindexfördelning enligt ekv. 22.



FIGUR 13. Ostört mönster (kolumn längst till vänster) och stört mönster (mittkolumn) genom införande av ljuslåga i strålgången. Höger kolumn: Uppackade fasskillnader mellan ostört och stört fält. Gråskalekodad (överst) och färgkodad (nederst) där det intressanta området har isolerats. Intensitets- och färgskalan är i detta fall okalibrerad men ger i princip ett mått på avböjning pga. temperaturvariationer i lågan.

Denna metod, som kallas "defocused schlieren" [10-11] har den stora fördelen jämfört med konventionell slirteknik att fasförändringar kan mätas även om belysningen är ojämn (förutsatt att den är lika ojämn i referensbilden), dvs. att den är (så gott som) oberoende av bristfällighet i optik, smuts och damm som är konstant mellan bilderna. Ingen kalibrering behöver göras av intensitetsnivåer och metoden är relativt okänslig för störljus. En nackdel är att fasförändringen erhålls $\text{mod}(2\pi)$. Om förändringarna överstiger $\pm\pi$ så fås en "hoppackad" faskarta som måste

packas upp. Antag att den egentliga fasförskjutningen är $\phi(x,y)$. Vad som egentligen erhålls är den hoppackade fasen $\tilde{\phi}(x,y)$ som är

$$\tilde{\phi}(x,y) = \phi(x,y) + m2\pi \quad (23)$$

där m är ett heltal. Fasuppackningens mål är att finna vilka m som skall adderas till olika delar av faskartan. Detta är ett gemensamt problem för alla faskänsliga mätmetoder som saknar en generell lösning. Förutsatt att vi har en kontinuerlig fördelning, utan alltför mycket störningar, kan en lösning erhållas genom att omforma problemet till en Poisson-ekvation enligt följande [13]. Skriv gradienten av $\exp(i\phi)$ på två olika sätt (här utlämnas (x,y) för att förenkla notationen)

$$\begin{aligned} \nabla(e^{i\phi}) &= i\nabla\phi \cdot e^{i\phi} = i\nabla\phi(\cos\phi + i\sin\phi) = \nabla(\cos\phi) + i\nabla(\sin\phi) \\ \Rightarrow \nabla\phi &= \frac{1}{i} \frac{\nabla(\cos\phi) + i\nabla(\sin\phi)}{\cos\phi + i\sin\phi} = \cos\phi\nabla(\sin\phi) + \sin\phi\nabla(\cos\phi) \end{aligned} \quad (24)$$

Även om $\tilde{\phi} \neq \phi$ så är $\cos\tilde{\phi} = \cos\phi$ och $\sin\tilde{\phi} = \sin\phi$, dvs.

$$\nabla\phi = \cos\tilde{\phi}\nabla(\sin\tilde{\phi}) - \sin\tilde{\phi}\nabla(\cos\tilde{\phi}) \quad (25)$$

och

$$\nabla^2\phi = \cos\tilde{\phi}\nabla^2(\sin\tilde{\phi}) - \sin\tilde{\phi}\nabla^2(\cos\tilde{\phi}). \quad (26)$$

Vilket är Poissons ekvation, som kan lösas numeriskt med hjälp av cosinustransform enligt ekv.36. För att beräkna högerledet används t.ex. ekv.31 i appendix 1.

3.4 Interferometri

Med interferometri är det möjligt att mäta den optiska väglängdsskillnaden ΔL enligt ekv.7-8, mellan två eller flera tidpunkter [14-16]. Monokromatiskt ljus, vanligen laserljus, delas upp i två strålar, varav en (objektstrålen) passerar igenom inhomogeniteten. Ett interferensmönster uppstår pga. av interferens mellan objekt- och referensstrålen som registreras av en elektronisk kamera, eller mer traditionellt, av en högupplösande fotografisk emulsion. Intensiteten $I(x,y)$ i interferogrammet varierar som

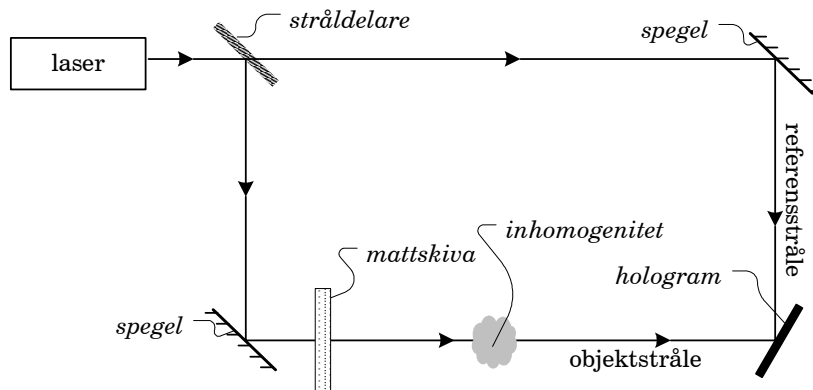
$$I(x,y) = I_0(x,y) + \gamma \cos(\phi_0(x,y) + \phi(x,y)), \quad (27)$$

där $\phi_0(x,y)$ är ursprungsfasen, γ är en kontrastfaktor som bl.a. beror på intensitetsförhållandet mellan objekt- och referensstråle. Fasförändringen

$$\phi(x,y) = (2\pi/\lambda) \cdot \mathbf{s} \cdot \Delta\mathbf{r}(x,y) \quad (28)$$

där λ är laserljusets våglängd, $\mathbf{s}$ är en normerad känslighetsvektor som bestäms av uppställningens geometri och $\Delta\mathbf{r}(x,y)$ är skillnaden i optisk väglängd. Om $\mathbf{s}$, $\Delta\mathbf{r}$ och objektstrålens riktning görs parallella, så blir

$\phi(x,y) = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta L(x,y)$ för en passage genom objektet. Det finns ett otal varianter av interferometriska uppställningar, anpassade till olika tillämpningar. I figur 14 visas ett exempel, i detta fall av Mach-Zender typ för holografisk interferometri.



Figur 14. Exempel på uppställning holografisk interferometri

Interferometriska metoder är faskänsliga, mätresultatet är sålunda vanligen en faskarta som måste packas upp enligt ovan för att erhålla väglängdsskillnaden.

3.5 Jämförelse interferometri, slir- och skuggmätning

Var och en av dessa metoder har sina för- och nackdelar. Vad avser experimentell teknik ställer skuggmätningen minst krav på utrustning och operatör. Störst krav ställer interferometri, med sina krav på koherenta laserkällor, noggrann upplinjerig, etc. Interferometri ger också bäst kvantifierbara resultat (trots uppagningsproblem), speciellt om approximationen enligt ekv.8 är giltig, då ett direkt mått fås av den mätta storheten. Slirtekniken kan göras känsligare och är överlägsen vad avser detektering av små, täta förändringar (dvs. förstaderivator) som kan vara svårt att urskilja i ett interferogram. Slirteknikens nackdel är svårigheten att kvantifiera resultatet, speciellt om det föreligger i form av intensitetsvariationer. För såväl sliravbildning som interferometri föreligger ett-till-ett förhållande mellan objekt- och bildplan, vilket inte är fallet för skuggteknik (förutom för skuggplan mycket nära objektet), vilket gör det svårt att få tillförlitliga kvantitativa resultat. Ekvation 20 representerar sålunda en radikal linjärisering och approximering med begränsad giltighet. Skuggtekniken har dock inga egentliga övre begränsningar i känslighet, även mycket våldsamma förlopp kan studeras. Tekniken är överlägsen vad avser undersökningar av stötfronter och diskontinuiteter (dvs. andraderivator). Enligt litteraturen, [17-20] har denna metod (liksom den närbesläktade speckelfotografi [21-22]) också speciella fördelar vid turbulensdetektering, vilket kommer att undersökas vidare i detta projekt.

Gemensamma för- och nackdelar för alla metoder är att de är ickeberörande och ger integrerade resultat. Vad avser inversproblemet, dvs. utvärdering av brytningsindexfördelning från mätningar, baseras egentligen alla metoder som presenterats här på förutsättningarna att avböjningen av ljuset är mycket liten och att objektet har liten utsträckning. Mest beroende av att dessa förutsättningar är uppfyllda för att få en tillförlitlig utvärdering är skuggmätning, minst beroende är interferometri.

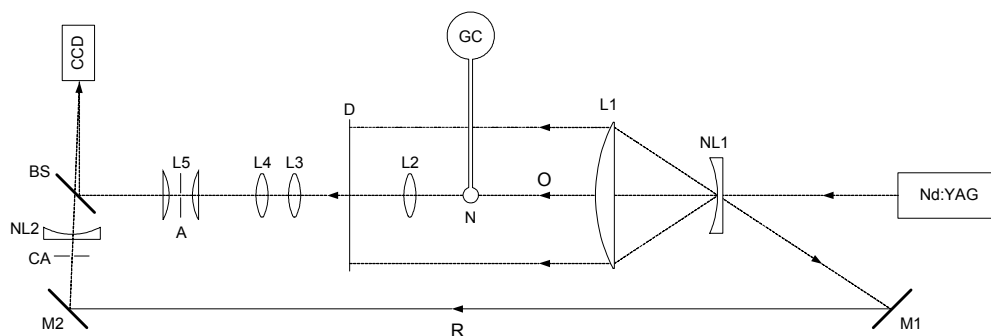
4. Experimentella resultat

4.1 Försök Propanflamma

Uppställning

I samarbete med avdelningen för Experimentell mekanik vid LTU–Luleå tekniska universitet har fortsatta jämförelser gjorts mellan experimentella och numeriska studier av en turbulent propan/luft ($C_3H_8 - O_2/N_2$) diffusionsflamma genomförts. Experiment har genomförts med holografisk interferometri, skugg- och sliravbildningar. Den interferometriska mätningen utfördes med LTU:s helelektroniska version av holografisk interferometri ("pulsad TV-holografi"). En detaljerad beskrivning av systemet återfinns i [23-24]. De viktigaste komponenterna i den experimentella uppställningen, se figur 15, är en dubbelkavitets-, "injection-seeded", pulsad Nd:YAG-laser (våglängd $\lambda = 532$ nm, pulstid $\tau \approx 10$ ns) och en CCD-kamera (PCO Sensicam). Ljuset från lasern expanderas av en plankonkav lins (NL1) och kollimeras av lins (L1). En del av detta ljus går sedan igenom flammen och avbildas av en lins (L2) på en mattskiva (D). Mattskivan avbildas i sin tur av ett linssystem (L3-L5) på CCD-sensorn. En mindre del av ljuset reflekteras av den plana ytan hos (NL1) och går via speglarna M1-M2 till CCD-sensorn som referensstråle. Objektstrålen (O) och referensstrålen (R) interfererar på så sätt på CCD-sensorn. En spaltformad bländare (A) i avbildningssystemet reducerar spatialfrekvenserna till dem som är möjliga för CCD-sensorn att lösa upp. I CCD-sensorn registreras på så sätt hologram av olika tillstånd hos det studerade objektet. Ett experiment med dubbel exponering ger som resultat ett interferogram som representerar skillnaden i optisk väglängd mellan två olika objektstillstånd. Med hjälp av fourierteknik utvärderas interferogrammet till en faskarta som representerar skillnaden i optiska väglängden $\text{mod}(\lambda)$, där λ är laserljusets våglängd. En mer detaljerad beskrivning av denna procedur återfinns i [23-24].

Propangasen, som finns i en gasflaska, är ansluten via en flödesmätare till det cylindriska utblåsningsmunstycket (innerdiameter = 4,0 mm, höjd = 108 mm) med en avfasad yttre kant och har en flödeshastighet = 9,3 m/s och $Re = 10\,000$.



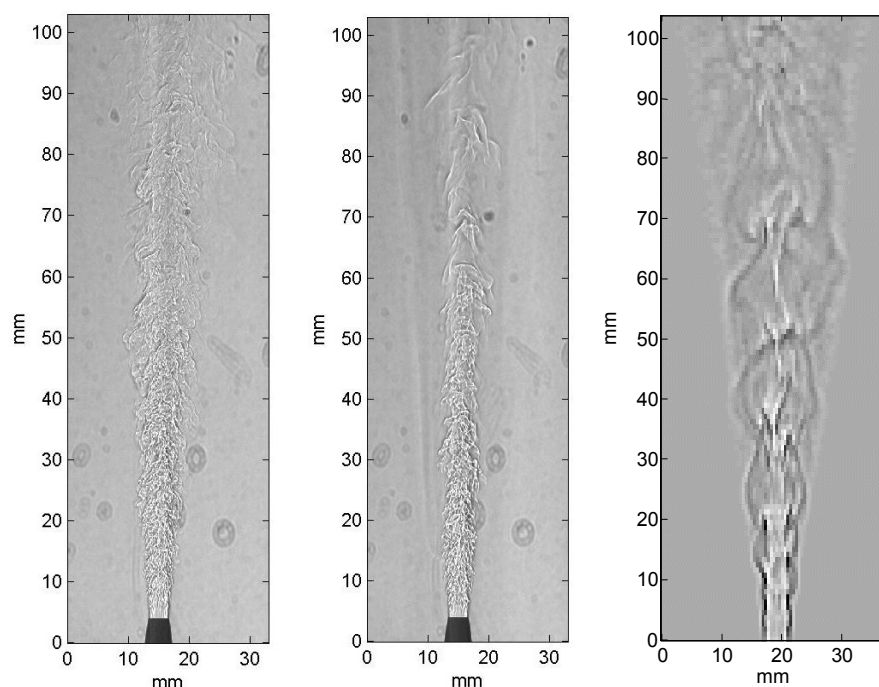
Figur 15. Uppställning sedd uppifrån för mätning av propanflamma med holografisk interferometri. Nd:YAG-laser, N: munstycke med propanjet, M1-M2: speglar, NL1-2: negativa linser, BS: stråldelare, L1: kollimeringslins, L2-L5: linser, O: objektstråle, R: referensstråle, A: bländare, CCD: CCD-kamera, D: mattskiva, GC: gascylinder.

Resultat och jämförelse med numeriska simuleringar

Detta fall har också modellerats av beräkningsfysikgruppen vid FOI Grindsjön med hjälp av LES – Large Eddy Simulation [4]. Resultatet av LES-simuleringen har sedan med hjälp av strålföljning (enligt ekv.11, se [2]) omvandlats till simulerade interferogram och slirbilder. Här följer några exempel på resultat. En artikel har blivit insänd till "Combustion and Flame" angående detta arbete [25], för mer detaljerade beskrivningar hänvisas till denna. Tre olika experimentserier har genomförts:

1. Jämförelse mellan ickebrinnande jet och ostörd bakgrund.
2. Jämförelse mellan brinnande jet och ostörd bakgrund.
3. Jämförelse mellan ickebrinnande och brinnande jet vid två olika tidpunkter.

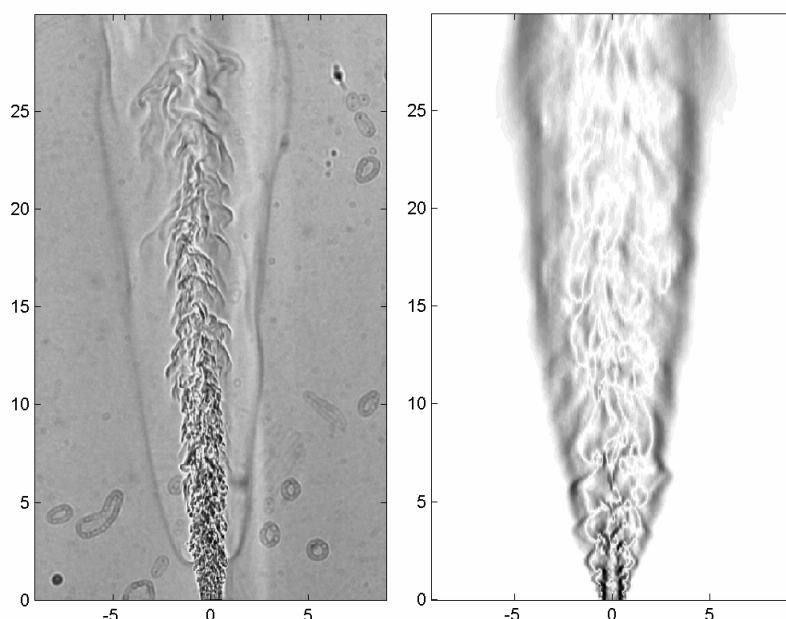
Från skuggmätningarna (figur 16), så framgår att, jämfört med den icke-reagerande jeten, har flammen som förväntat högre viskositet och är därmed mer sammanhållen, vilket accentueras ju högre upp i flammen man kommer. Den simulerade skuggbilden visar liknande karaktäristika, med ungefär samma utsträckning, dock är den turbulenta kärnan inte upplöst.



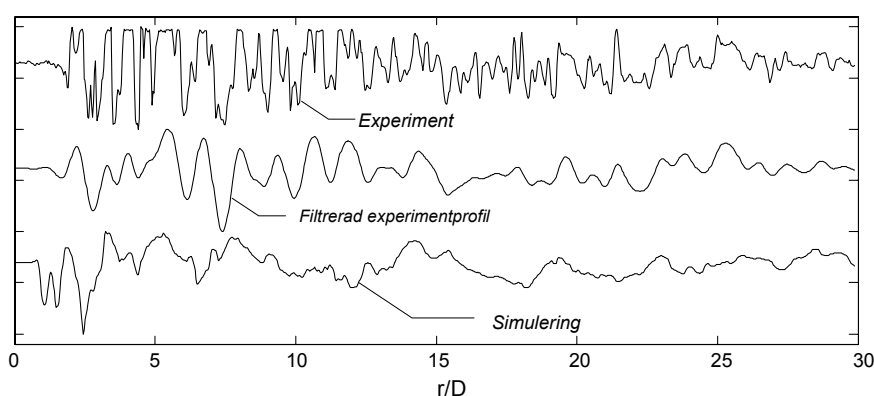
Figur 16. Skuggbild gasflöde (t.v.), flamma (mitten) exponeringstid=25 μ s och simulerad skuggbild flamma (t.h.).

I figur 17 jämförs en experimentellt erhållen och en simulerad slirbild. Flamfronten, här synlig som en mörk avgränsningslinje, finns på ungefär samma position i båda bilderna. Den turbulenta flamkärnan har i experimentet ett karaktäristiskt slingformat mönster, som också är synligt i simuleringen, dock inte lika tydligt. Även om beräkningsnätet inte är tillräckligt tätt för att helt kunna lösa upp denna struktur, speciellt högre upp i flammen, så fås en god kvalitativ överensstämmelse. I figurerna 18-19 visas normaliserade intensitetsprofiler längs flamaxeln och utefter tre olika tvärsnitt. För att kunna jämföra dessa, visas också lågpas-

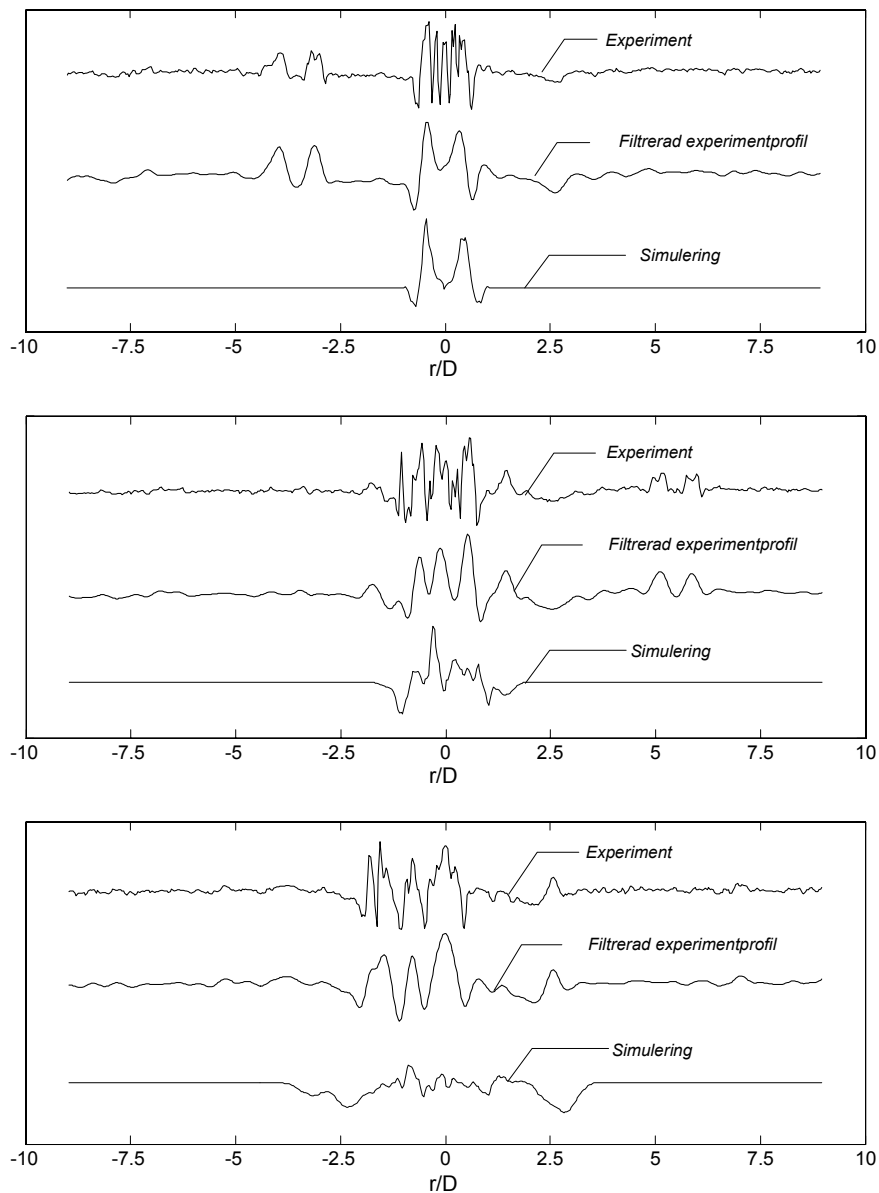
filtrerade experimentprofiler (gränsvåglängd motsvarande en munstycksdiameter). Då dessa kurvor motsvarar ett enskilt tillfälle för en dynamisk process, kan man förstås inte förvänta sig en exakt överensstämmelse. Dock, så är den kvalitativa överensstämmelsen god, inklusive den avtagande amplituden längs axeln. Som förväntat, är överensstämmelsen speciellt god för de filtrerade kurvorna, då LES-modellen inte kan lösa upp alla detaljer pga. beräkningsnätets begränsade täthet. Tätheten avtar längs flammans höjdlängd, vilket också framgår av kurvorna. Detta visar att tätheten är tillräckligt hög för att modellera flammans storskaliga strukturer och att de mer småskaliga är av mindre betydelse för flammans övergripande egenskaper, och att ett mindre tätt nät kan vara tillräckligt för denna modellering.



Figur 17. Jämförelse slirerexperiment och simulering. Normerad längdskala, uttryckt i munstycksdiameter ($D=4$ mm, flammans höjd i bilden är ca. $30 \times 4 = 120$ mm).

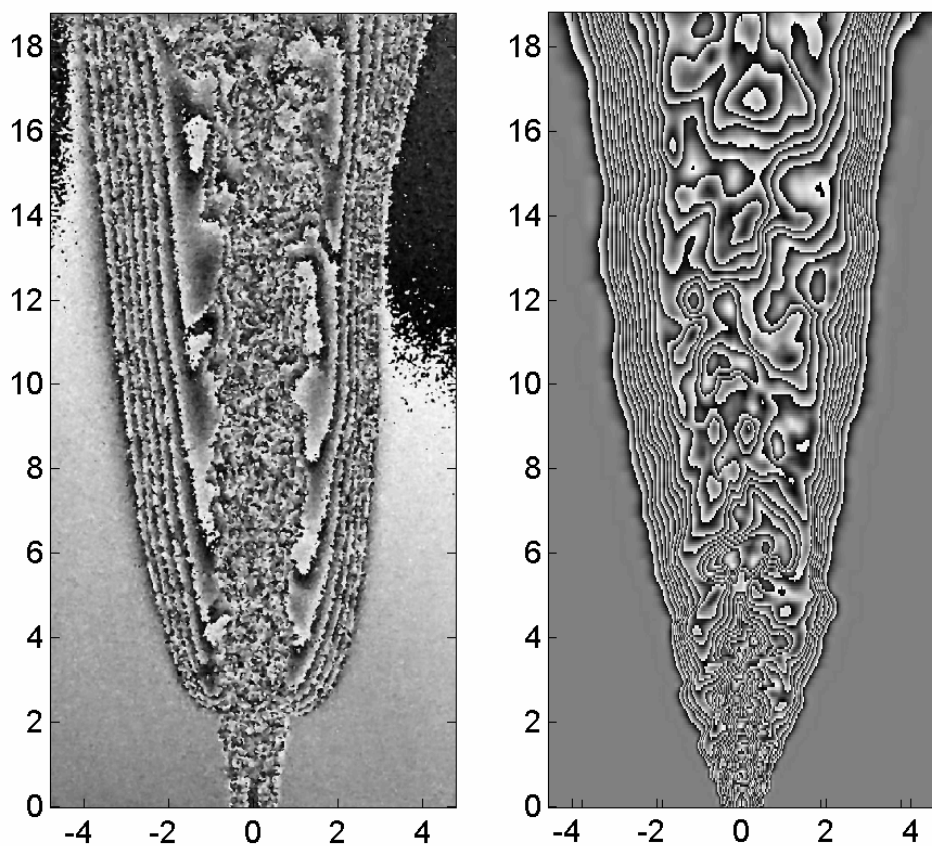


Figur 18. Jämförelse normaliserade slirprofiler längs flamaxeln. Experimentkurvorna är förflyttade i vertikalled för att synas tydligare.

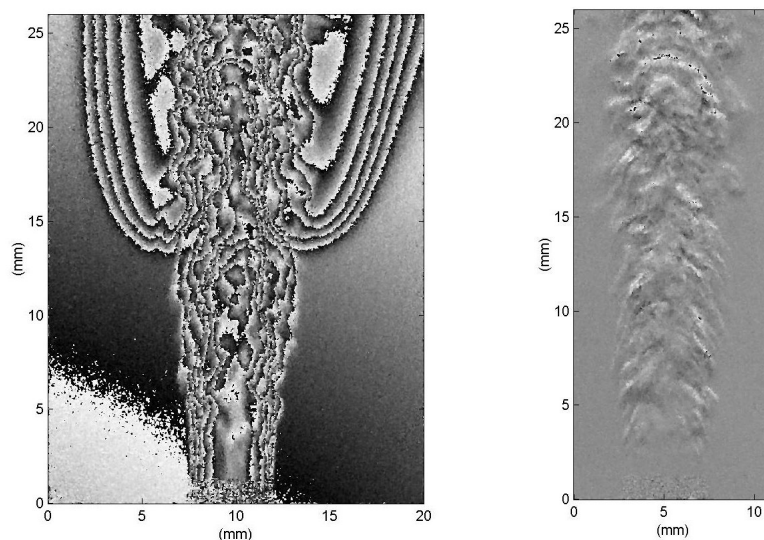


Figur 19. Jämförelse normaliserade slirprofiler tvärs flamaxeln på höjderna $0,625D$, $2,5D$, och $11,25D$ där $D=4,0$ mm är munstycksdiametern. Experimentkurvorna är förflyttade i vertikalled för att synas tydligare.

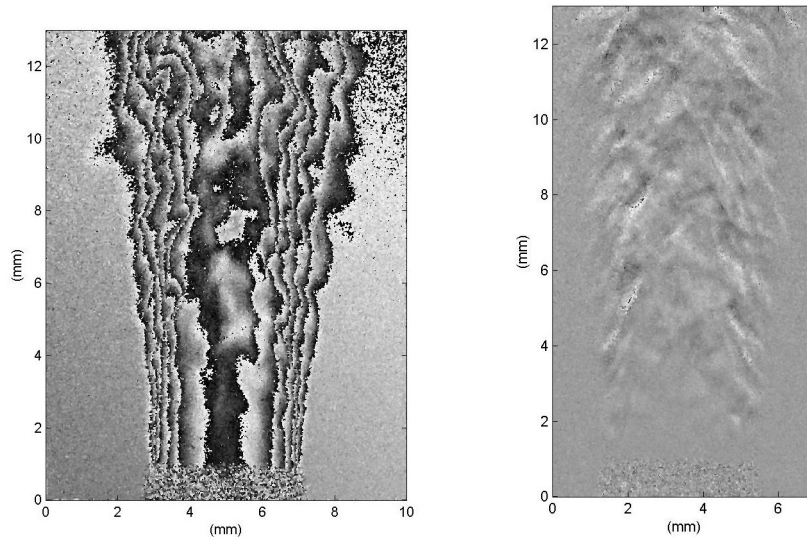
I figur 20 jämförs en experimentellt erhållen och en simulerad faskarta som representerar skillnad i optisk väglängd mellan flamma och bakgrund. Såväl flamfronten, som den inre mer turbulenta flamkärnan är klart urskiljbara. Även om LES-modellen inte heller här förmår att lösa upp alla detaljer, så visar bilderna relativt god överensstämmelse såväl kvalitativt som kvantitativt, dvs. övergripande struktur och antalet interferenslinjer. I figurerna 21-22 visas mer detaljerade faskartor av flamman jämfört med bakgrund, tillsammans med dubbelexponerade bilder som visar förändringar av flamman under $10\ \mu\text{s}$.



Figur 20. Jämförelse interferometri, experiment och simulering. Normaliserad längdskala, uttryckt i munstycksdiameter ($D=4$ mm, flammans höjd i bilden är ca. $18,5 \times 4 = 74$ mm).

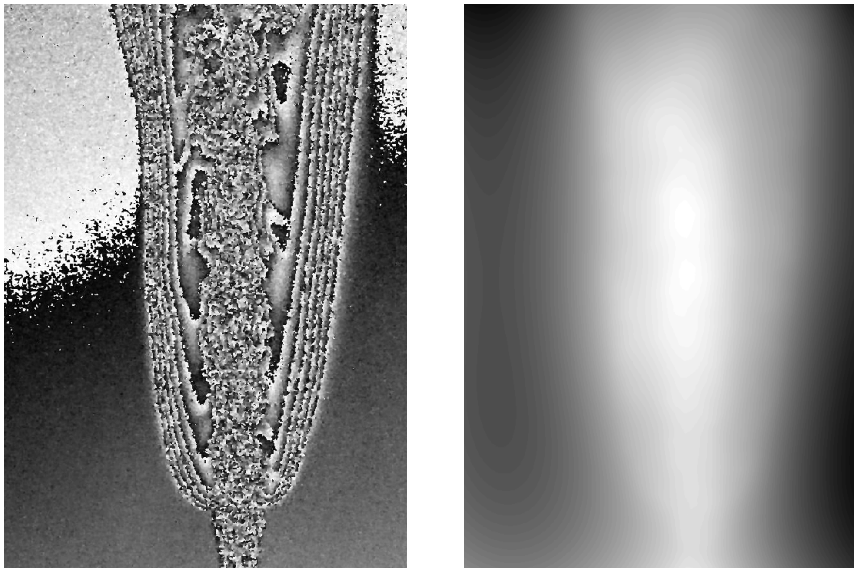


Figur 21. Detaljbild interferogram, höger flamma mot bakgrund, vänster dubbelexponerad flamma, tid mellan exponeringar $10 \mu s$.



Figur 22. Än mer detaljerad bild interferogram, höger flamma mot bakgrund, vänster dubbelexponerad flamma, tid mellan exponeringar $10 \mu s$.

Faskartan för flamman har, speciellt i de turbulenta delarna, mycket högre spatialfrekvens än CCD-sensorn förmår att upplösa. Detta gör det egentligen omöjligt att packa upp fasen. Här har ändå ett försök gjorts med hjälp av algoritmen som beskrevs ovan (se ekv.26). Bilden förfiltrerades (lågpassfiltrering med gränsfrekvens $0,1 \times$ Nyquistfrekvensen, dvs. motsvarande 20 pixels) samt utjämnades vid ränderna för att uppfylla randvillkoret (dvs. $\partial u / \partial n = 0$). I figur 23 visas det gråskalekodade resultatet där intensiteten är proportionell mot förändring i optisk väglängd, max intensitet motsvarar ca. 50λ . Några detaljer är av naturliga skäl svåra att urskilja och det är tveksamt huruvida några som helst tillförlitliga kvantitativa värden kan erhållas på detta sätt.

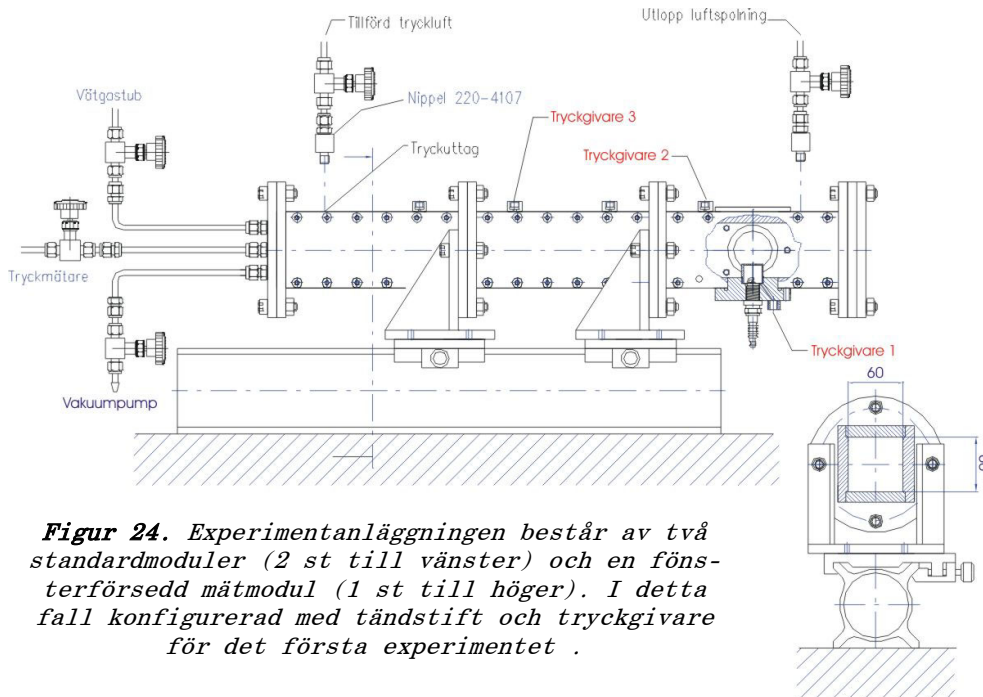


Figur 23. Höger interferogram, vänster approximativ uppackning av brytningsindexfördelning, intensiteten är proportionell mot förändring i optisk väglängd.

4.2 Experiment jetstråle FOI-rigg

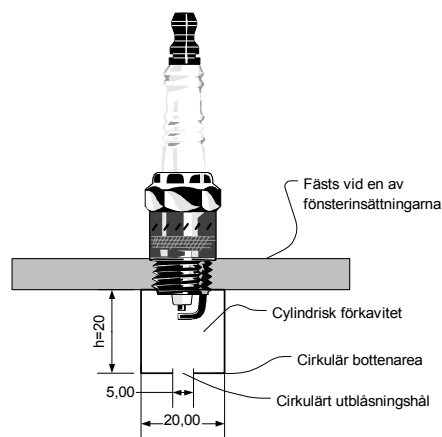
Uppställning

Detta experiment utfördes i FOI Grindsjöns försöksrigg för förbränningsstudier, se figur 24. För närmare beskrivning av denna, se [2-3]. Experimentet är en s.k. "jet studie". En av modulens fönstergavlar är utbytt mot en med tändstiftsinfattning, se figur 25. Tändstiftet är i sin tur monterad i en cylindrisk kavitet med ett litet utblåsningshål.



Figur 24. Experimentanläggningen består av två standardmoduler (2 st till vänster) och en fönsterrörsedd mätmodul (1 st till höger). I detta fall konfigurerad med tändstift och tryckgivare för det första experimentet.

Anläggningen fylls med en luft/vätgas-blandning, där vätgasen tjänar som bränsle. När tändstiftet ger en gnista startas förbränningen i den cylindriska förkaviteten som innehåller samma bränsle/luft-blandning som resten av anläggningen. Vid start av förbränning bildas ett övertryck i kaviteten vilket leder till att en jetstråle utbreder sig genom utblåsningshålet. Tryckkurvor tas upp av tre tryckgivare under försöket. De tryckkurvor som redovisas här avser tryckgivare nr. 1 som avkänner trycket i kaviteten. Skuggmätningar har genomförts med FOI Grindsjöns slirinstrumentering enligt metoden "focused shadowing" och utvärderats enligt beskrivningarna i kapitel 3.3 ovan. Som ljuskälla tjänar en blixtlampa, som utsänder en 100 mJ ljuspuls under ca. 3 μ s. Skuggfältet avbildades med en Nikon-kamera försedd med en 2000 $\times$ 1312 pixels stor CCD-sensor. Tiden mellan gnista och avfyrning av blixst varierades i en serie försök. Tiden för avfyrning av blixst triggas mot när trycket i kaviteten stigit till en viss nivå, denna nivå varierades för att erhålla olika tider mellan blixst och uppnående av maximalt tryck.



Figur 25. Dimensionering av tändkavitet

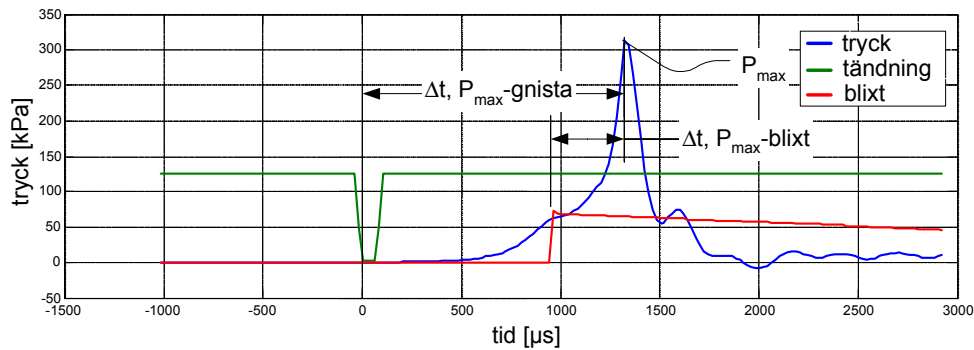
Emellertid, så varierar maximaltrycket från försök till försök. En mer rättvis tidsjämförelse erhålls genom den "normaliserade tiden" som beräknas som

$$\Delta t_{\text{norm}} = 100 \frac{(\Delta t_{P_{\text{max}}-\text{gnista}} - \Delta t_{P_{\text{max}}-\text{blix}})}{\Delta t_{P_{\text{max}}-\text{gnista}}} \% . \quad (29)$$

Resultaten presenteras på följande sidor i "normaliserad" tidsordning, vilket inte nödvändigtvis är i samma ordning som experimenten utfördes. I tabell 1 sammanfattas försöken, innebörden av beteckningarna framgår av figur 26 .

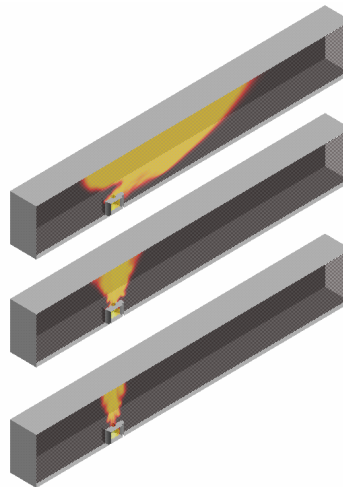
Tabell 1. Sammanfattning av experiment

Försök	Normaliserad tid [%]	$\Delta t, P_{\text{max}}-\text{blix}$ [μs]	$\Delta t, P_{\text{max}}-\text{gnista}$ [μs]	P_{max} [kPa]
A	71.2	380	1320	312
B	75.4	280	1140	335
C	79,3	240	1160	326
D	88,9	160	1440	249
E	91,0	120	1340	246
F	93,5	80	1240	279
G	96,8	40	1240	305



Figur 26. Innebörden av beteckningarna i tabell 1.

En CFD-modell har också gjorts av försöket, i figur 27 visas resultatet från modelleringen vid olika tidpunkter i strålens utbredning. Som synes finns det en klar tendens för strålen att bre ut sig mot större volym, dvs. i riktningen till höger i figuren. En liknande tendens är också klart uttalad i experimenten, vilket är speciellt tydligt om brytningsindexbilderna studeras. Modelleringen kommer att fortsätta under hösten, vilket kommer att göra det möjligt att göra en mer detaljerad jämförelse mellan modeller och experiment.

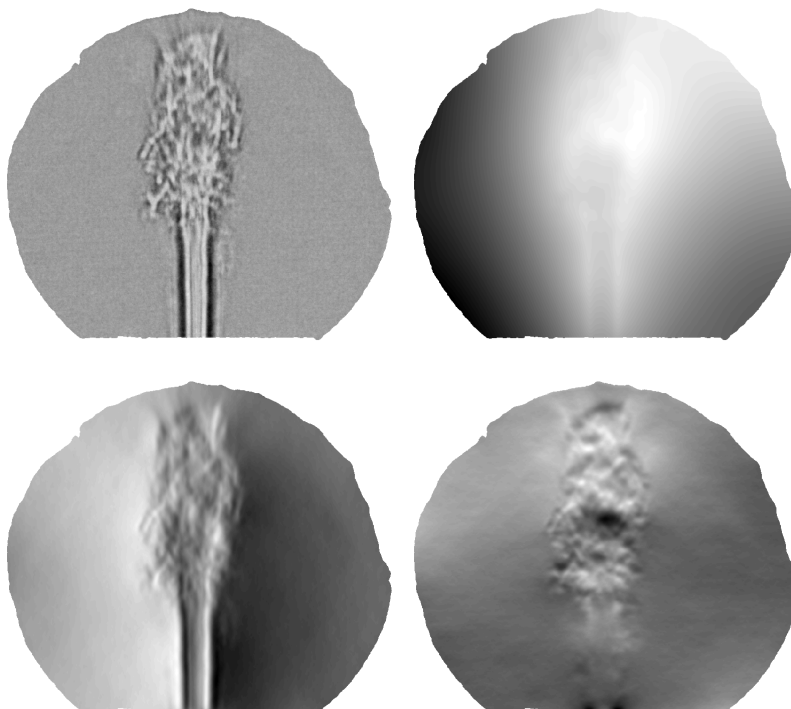


Figur 27. CFD-model vid olika tidpunkter av expandande väte/luft-jet.

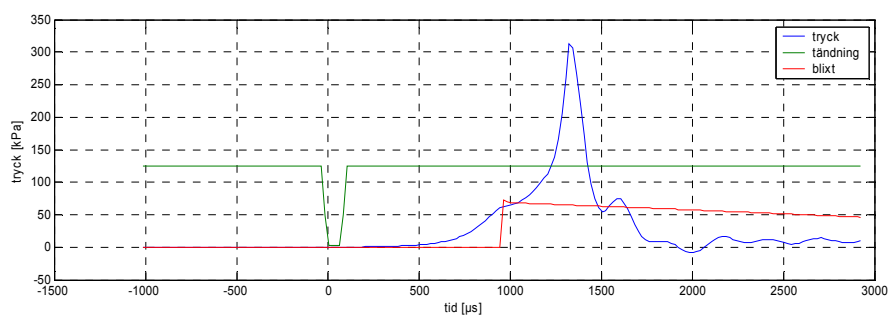
Resultat

Försök A

Δt Pmax-blixt [μs]	Δt Pmax-gnista [μs]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
380	1320	71.2	312



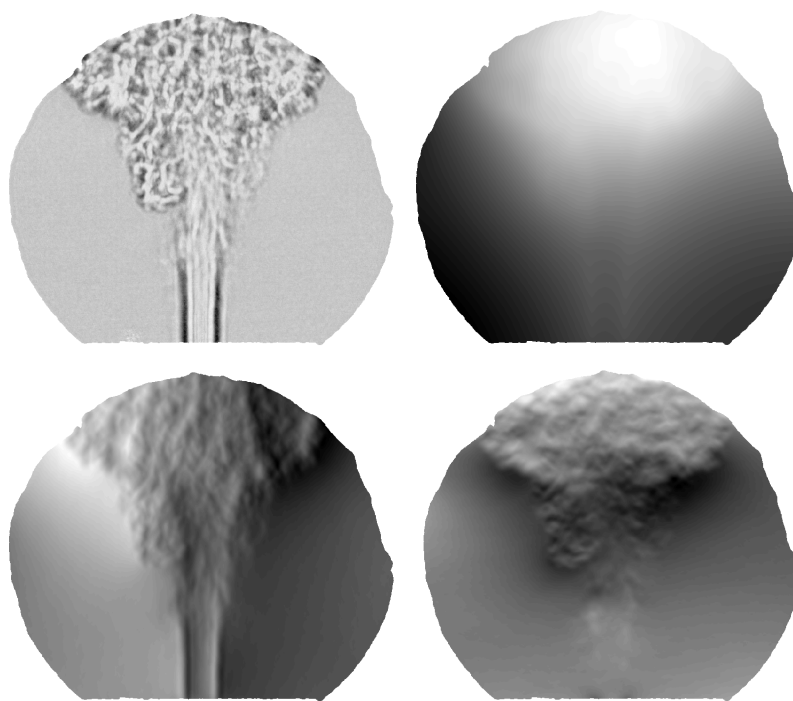
Figur 28. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



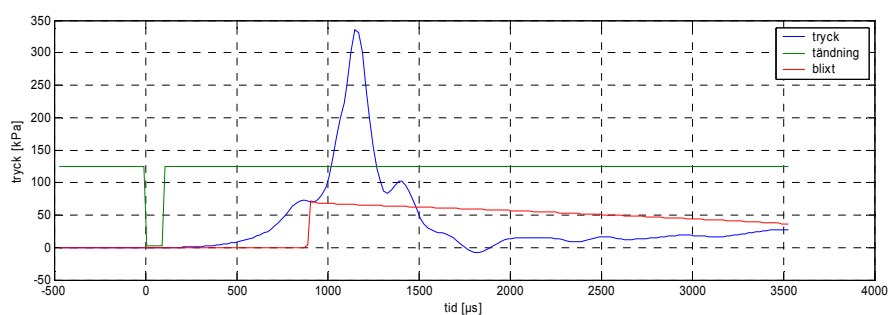
Figur 29. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök B

Δt Pmax-blixt [μ s]	Δt Pmax-gnista [μ s]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
280	1140	75.4	335



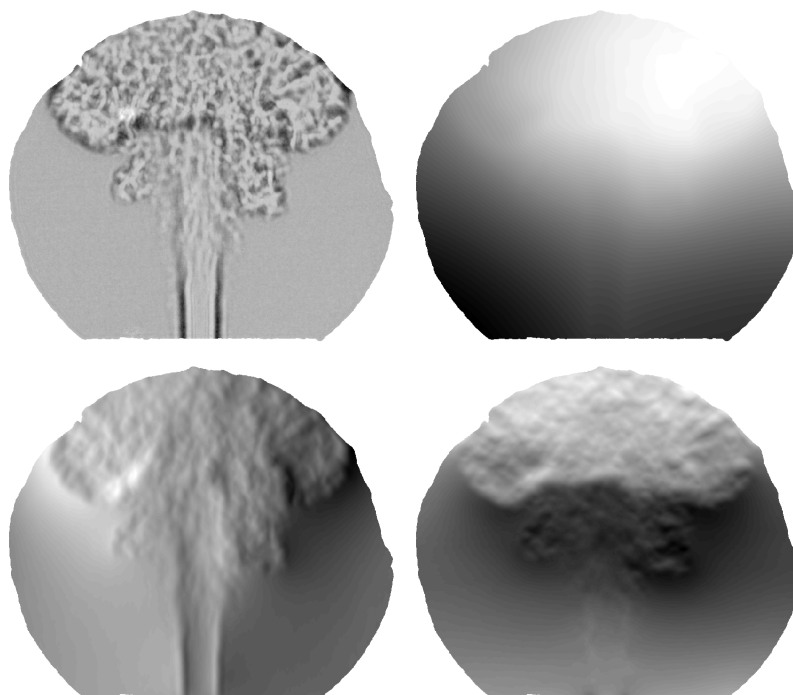
Figur 30. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



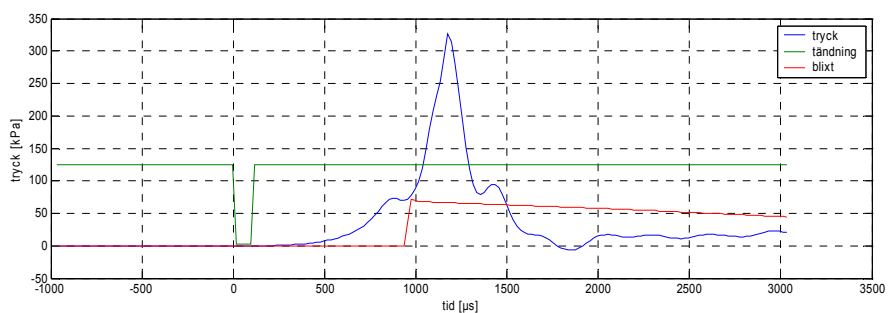
Figur 31. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök C

Δt Pmax-blixt [μs]	Δt Pmax-gnista [μs]	Normaliserad [%]	tid	Pmax [kPa]
240	1160	79,3	326	



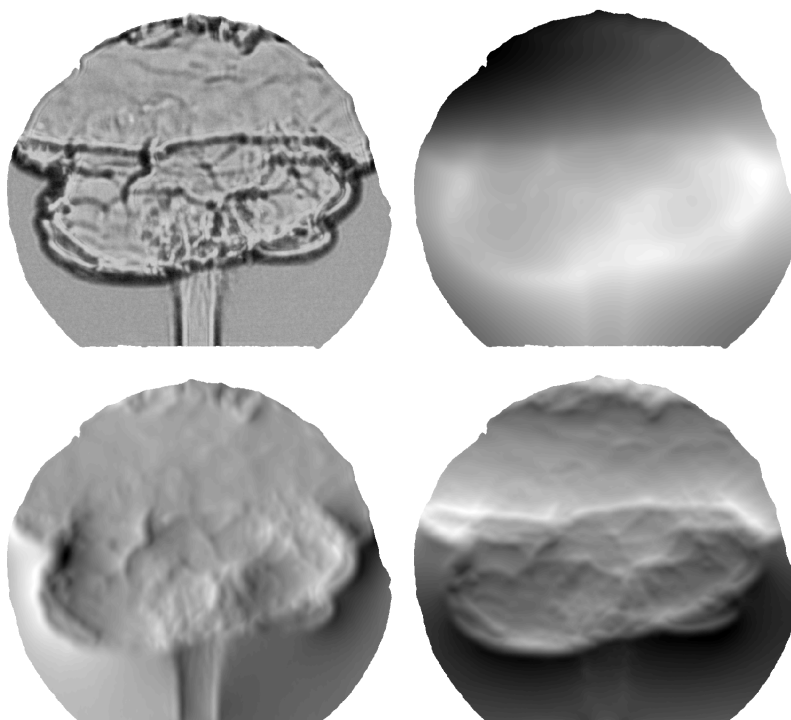
Figur 32. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



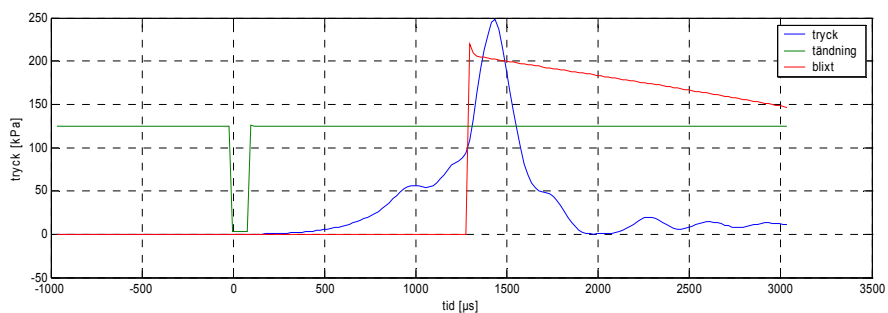
Figur 33. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök D

Δt Pmax-blixt [μs]	Δt Pmax-gnista [μs]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
160	1440	88,9	249



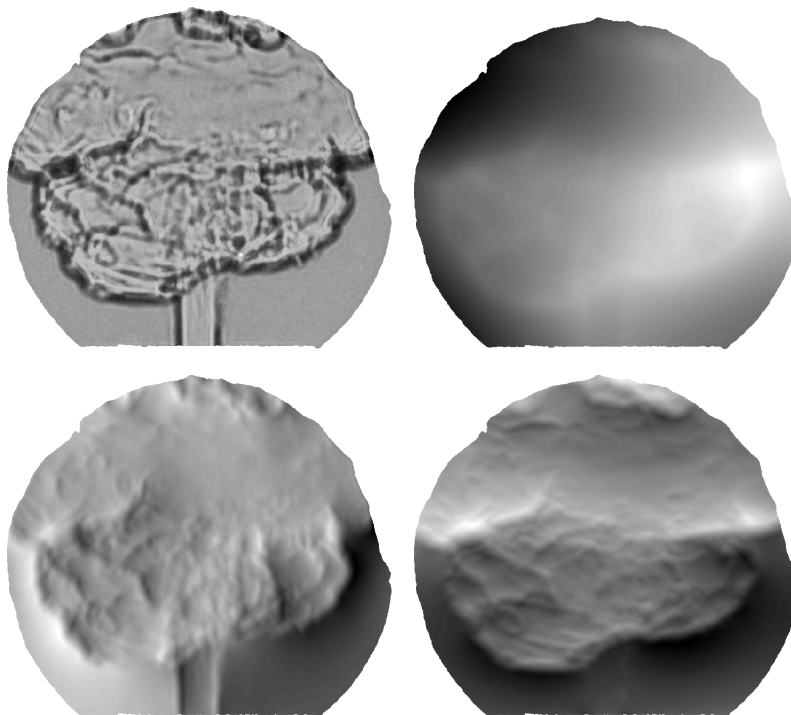
Figur 34. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



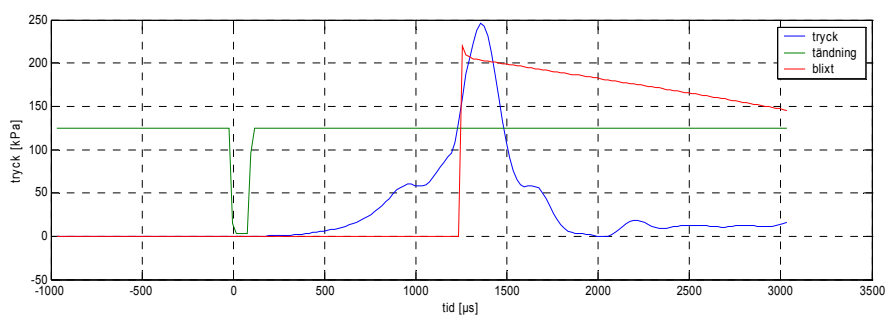
Figur 35. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök E

Δt Pmax-blixt [μs]	Δt Pmax-gnista [μs]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
120	1340	91	246



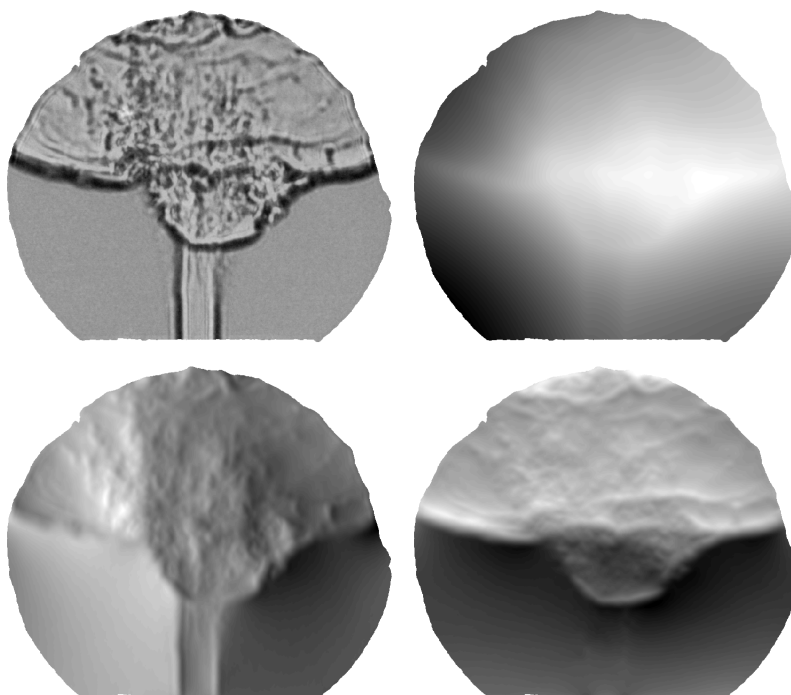
Figur 36. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



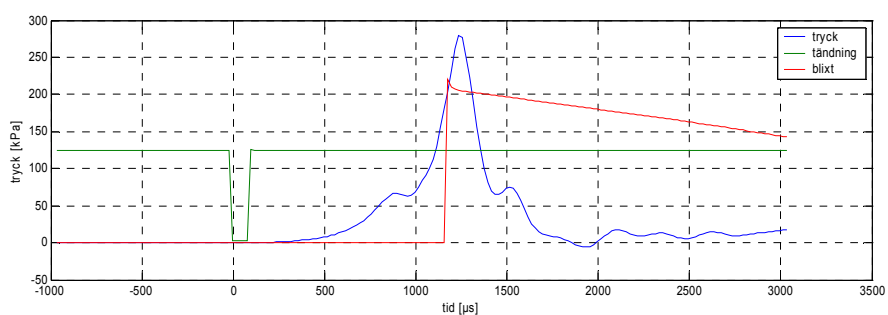
Figur 37. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök F

Δt Pmax-blixt [μs]	Δt Pmax-gnista [μs]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
80	1240	93,5	279



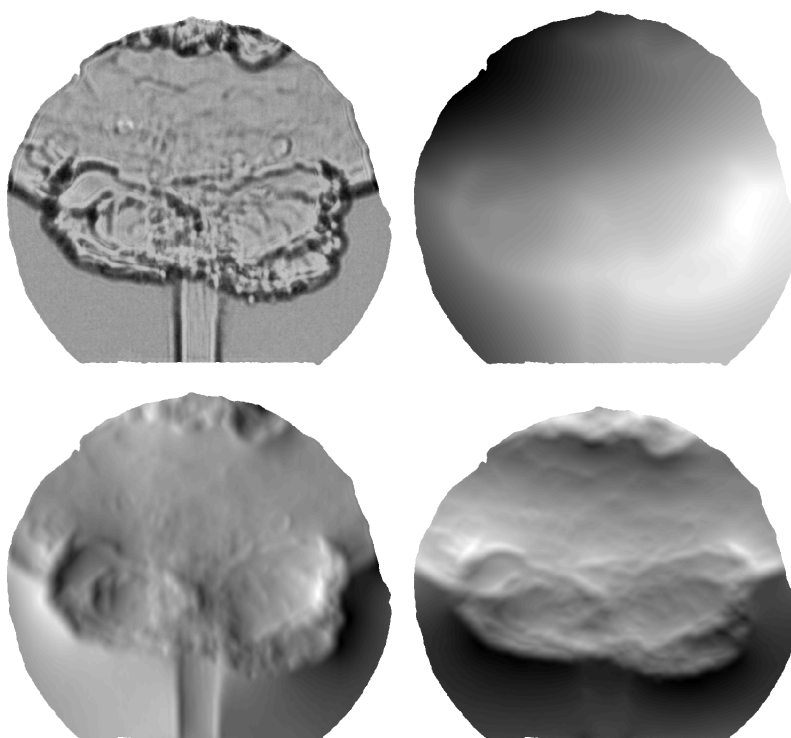
Figur 38. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



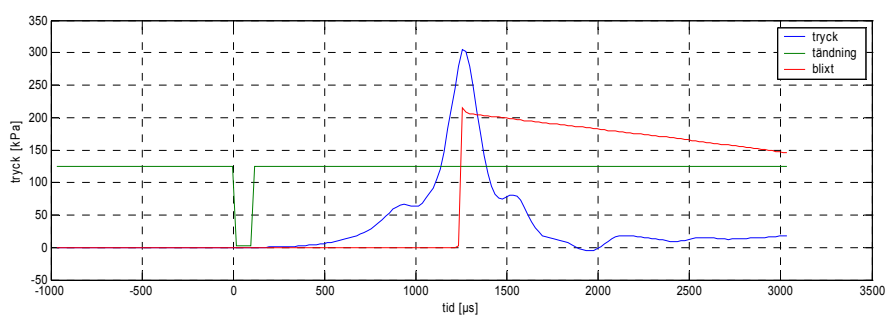
Figur 39. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

Försök G

Δt Pmax-blixt [μ s]	Δt Pmax-gnista [μ s]	Normaliserad tid [%]	Pmax [kPa]
40	1240	96,8	305



Figur 40. Skuggbild (överst t.v.), brytningsindexfördelning (överst t.h.), gradient horisontell led (nederst t.v.) och gradient vertikal led (nederst t.h.)



Figur 41. Tryckkurva (blå) tillsammans med tider för tändande av tändstiftsgnista (grön) och avfyrning av blixt (röd).

5. Diskussion och slutsatser

I denna rapport har olika angreppssätt för att utvärdera interferometri, slir- och skuggmätningar tillsammans med experimentella resultat presenterats. Utgående från detta, har utvärderingsalgoritmer implementerats i Matlab.

Att utvärdera brytningsindexfördelningar från denna typ av mätningar innebär att lösa ett relativt komplext inversproblem, med långt ifrån ideala förutsättningar. Relationerna är högst olinjära, lösningarna är inte unika och vi utgår ifrån ett integrerat mätresultat. Angreppssätten grundar sig följaktligen på radikala linjäriseringar, antagande om kontinuitet och bijektivitet (dvs. ett-till-ett förhållande) och objekt med en begränsad utsträckning. Den bästa mätmetoden interferometri medför dessutom, då den är fasavkännande, ett eget inversproblem, dvs. fasuppackning, med liknande förutsättningar. Detta gör att en kvantitativ utvärdering endast kan ske med begränsad tillförlitlighet. Om vi har tillgång till en CFD-modell, så finns dock alltid möjligheten att bl.a. med hjälp av strålföljning, räkna sig hela vägen fram till experimentet, som visats i avsnitt 4 i denna rapport. Men även för sådana beräkningar så införs förenklingar som begränsar tillförlitligheten.

Med detta sagt, så har denna rapport visat att mycket information trots detta kan utvinnas från dessa typer av mätningar, som kan användas för direkt eller indirekt jämförelse med simuleringsmodeller. Här har resultat presenterats från slir-, skugg- och interferometriska mätningar som använts för jämförelse med CFD-beräkningar. Dessa klassiska tekniker har också, trots att de har använts i många år, fortfarande en stor utvecklingspotential. Detta främst beroende på nya verktyg som elektroniska kameror, bättre ljuskällor och, kanske framförallt, datorstödd utvärdering. I nästa steg för detta projekt skall dessa möjligheter undersökas vidare.

Erkännanden

Ett tack till

M. Norrefeldt, m.fl. vid inst. Energetiska material för bidraget av figurerna 3-4 i avsnitt 2,

R. Mattsson, P. Gren, A. Wåhlin och N.-E. Molin, avdelningen för experimentell mekanik vid Luleå Tekniska Universitet för bidraget av de experimentella resultaten i avsnitt 4.1,

C. Fureby och M. Kupiainen för CFD-modellen som låg till grund för strålföljningen i avsnitt 4.1,

M. Elfsberg, M. Johnsson och L. Ström för utformning av styrelektronik, konstruktion av försöksrigg och assistans vid experimenten i avsnitt 4.2.

Appendix 1. Lösning av Poissons ekvation med cosinustransformering

Utgå ifrån Poissons ekvation (följande beskrivning av den numeriska integrationen följer i huvudsak [13,26]),

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y). \quad (30)$$

Antag att vi söker en lösning på ett diskret rektangulärt område $(\mu, \nu) \in \Omega$, med dimension (M, N) där $x = x_0 + h\mu$, $y = y_0 + h\nu$ och h är det (ekvidistanta) avståndet mellan de diskreta koordinaterna. I så fall kan Laplace-operatorn (∇^2) numeriskt representeras av (se figur 42)

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Figur 42. Differensschema för numerisk Laplaceoperator.

$$\nabla^2 u \approx -4u_{\mu, \nu} + u_{\mu+1, \nu} + u_{\mu-1, \nu} + u_{\mu, \nu+1} + u_{\mu, \nu-1}. \quad (31)$$

Antag vidare att Neumanns randvillkor är giltigt (vilket för det mesta är ett någorlunda rimligt antagande), dvs. att derivatan i normalriktningen är noll på randen, $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$. Ansätt en lösning med u som en utveckling i cosinustermer pss. att randvillkoret uppfylls,

$$u_{\mu, \nu} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \hat{u}_{i,j} \cos(i\omega_\mu) \cos(j\omega_\nu) \quad (32)$$

där $\hat{u}_{i,j}$ är (i,j) -komponenten av utvecklingen i cosinusserien, $\omega_\mu = \pi/M$ och $\omega_\nu = \pi/N$. Om ekv.31 kombineras med ekv.32 så finner man (efter lite trigonometri) för komponent $\hat{u}_{i,j}$

$$\nabla^2 \hat{u}_{i,j} \approx 2\hat{u}_{i,j} (\cos(i\omega_\mu) + \cos(j\omega_\nu) - 2) \quad (33)$$

Motsvarande komponenter $\hat{f}_{i,j}$ i en cosinusutveckling för $f_{\mu, \nu}$, beräknas lämpligen genom cosinustransformering, dvs.

$$\hat{f}_{i,j} = \mathbb{C}(f_{\mu, \nu}) \quad (34)$$

där $\mathbb{C}(\cdot)$ betecknar cosinustransformering. Genom att kombinera ekv. 30, 33 och 34 erhålls då (med en liten modifikation)

$$\hat{u}_{i,j} = \frac{\hat{f}_{i,j}}{2(\cos(i\omega_\mu) + \cos(j\omega_\nu) - 2) + \delta_{i,j}} \quad (35)$$

där $\delta_{i,j}$ är Kroneckers delta. Slutligen så erhålls lösningen genom invers-transformering,

$$\begin{aligned}
u_{\mu,v} &= \mathbb{C}^{-1}(\hat{u}_{i,j}) = \mathbb{C}^{-1} \left(\frac{\hat{f}_{i,j}}{2(\cos(i\omega_{\mu}) + \cos(j\omega_v) - 2) + \delta_{i,j}} \right) \\
&= \mathbb{C}^{-1} \left(\frac{\mathbb{C}(f_{\mu,v})}{2(\cos(i\omega_{\mu}) + \cos(j\omega_v) - 2) + \delta_{i,j}} \right)
\end{aligned} \tag{36}$$

där $\mathbb{C}^{-1}$ betecknar invers cosinustransformering.

Referenser

- [1] Launilla O., "Förbränningsdiagnostik med laserinducerad fluorescens på OH-radikalen. En litteraturstudie," FOA-R--00-01665-310—SE, (2000)
- [2] Carlsson T., "Utveckling av experimentella tekniker och experiment-anläggning för förbränningsstudier," FOA-R--00-0-01608-310—SE, (2000)
- [3] Carlsson T., "Utveckling av experimentella tekniker och experiment-anläggning för förbränningsstudier, del II" FOI-R--0306--SE, (2001)
- [4] Fureby C., Carlsson T., Kupiainen M., "High Speed Combustion: Computational Fluid Dynamics Modeling and Experimental Diagnostics," FOI-R--0520--SE, (2002)
- [5] Eckbreth A. C., Laser diagnostics for combustion temperature and species, Gordon and Breach Publ. (1996)
- [6] Born M., Wolf E., Principles of Optics, 6. ed., Pergamon, Oxford, (1980)
- [7] Jones F.E., Techniques and Topics in Flow Measurement, CRC Press, New York, (1995)
- [8] Kratsov Y.A., Orlov Y.I., Geometrical Optics of Inhomogenous Media, Springer-Verlag, Berlin, (1990)
- [9] Weyl F.J., "Analysis of optical methods," Physical measurements in gas dynamics and combustion, pp.3-25, eds. Ladenburg R.W., Lewis B., Pease R.N., Taylor L.S., Princeton University Press, (1954)
- [10] Settles G.S., Schlieren and Shadowgraphy Techniques, Springer Verlag, Berlin, (2001)
- [11] Vasilev L. A., "Schlieren methods," Jerusalem, Israel Program, distributed by Keter Inc., New York, (1971)
- [12] Kalthoff J.F., "Shadow optical methods of caustics," Handbook on Experimental Mechanics, p.430, Society for Experimental Mechanics & Prentice-Hall Inc., (1987)
- [13] Marklund O., "New approach to phase determination in interferometric measurements," i doktorsavhandling: Interferometric Measurements and Analysis with Applications in Elastohydrodynamic Experiments, Avd. Industriell elektronik, Luleå Tekniska Universitet, (1998)
- [14] Vest C.M., Holographic interferometry, Wiley, New York, (1979)
- [15] Gåsvik K. J., Optical Metrology, 2nd ed., Wiley, New York, (1995)
- [16] Kreis T., Holographic Interferometry, Akademie Verlag, Berlin, (1996)
- [17] Kovászany L.S.G. "Turbulence measurement from shadow pictures," Physical measurements in gas dynamics and combustion, eds. Ladenburg R.W., Lewis B., Pease R.N., Taylor L.S., pp.278-282, Princeton University Press, (1954)
- [18] Taylor L. S., "Analysis of turbulence by shadowgraph," AIAA J, 8:1284-1287,(1970)
- [19] Hesselink L., White B.S., "Digital image processing of flow visualization photographs," Applied Optics, 22, p.1454-1461, (1983)

- [20] Bowersox, R. D. W., Schetz J. A., Conners R. W.. "Digital analysis of shadowgraph images for statistical index of refraction (density) turbulent fluctuation properties in high-speed flow," Measurement: JIntl. Meas. Confed., 15(3), p.201-209, (1995)
- [21] Fomin N.A., Speckle photography for fluid mechanics measurements, Springer, Berlin, (1998)
- [22] Fomin N., Lavinskaja E., Merzkirch W. & Vitkin D. "Statistical Analysis of Turbulence by Speckle Photography", ImecE Conference Transaction, p433, (1998)
- [23] Schedin S., Gren, P., "Phase evaluation and speckle averaging in pulsed television holography." Applied Optics, 36, (17), pp 3941-3947, (1997)
- [24] Gren P., Schedin S & Li X.; "Tomographic Reconstruction of Transient Acoustic Fields Recorded by Pulsed TV Holography", Applied Optics, 37, p 834, (1998)
- [25] Mattson R., Kupianen M., Gren P., Whålin A., Carlsson T., Fureby C., "Pulsed TV-holography studies and large eddy simulations of a turbulent jet diffusion flame," insänt för publicering i Combustion and Flame.
- [26] Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Numerical recipes in C, p.667, Cambridge University Press, Cambridge, (1991)