

Tommy Öberg

MIMO-system i akustisk undervattenskommunikation

TOTALFÖRSVARETS FORSKNING SINSTITUT

Systemteknik
172 90 Stockholm

FOI-R--1388--SE

December 2004

ISSN 1650-1942

Vetenskaplig rapport

Tommy Öberg

MIMO-system i akustisk undervattenskommunikation

Utgivare Totalförsvarets Forskningsinstitut - FOI Avdelningen för systemteknik SE-172 90 Stockholm Sweden	Rapportnummer, ISRN FOI-R--1388--SE	Klassificering Vetenskaplig rapport
	Forskningsområde Spaning och ledning	
	Månad, år Dec. 2004	Projektnummer E6059
	Verksamhetsgren Uppdragsfinansierad verksamhet	
	Delområde Signalbehandling	
Författare Tommy Öberg	Projektledare Erland Sangfelt	
	Godkänd av Monica Dahlén	
	Uppdragsgivare/kundbeteckning Försvarsmakten	
	Tekniskt och/eller vetenskapligt ansvarig Tommy Öberg	
Rapportens titel MIMO-system i akustisk undervattenskommunikation		
Sammanfattning (högst 200 ord) <p>I rapporten ges en introduktion till MIMO-system och Space-Time kodning, samt en motivering för användande av MIMO-system i akustisk undervattenskommunikation. MIMO-system är ett sätt att öka datatakten och säkerheten i ett överfört meddelande genom att använda flera parallella sändare och mottagare (Multiple Input Multiple Output). I rapporten behandlas de teoretiska grunderna bakom överföringskapaciteten i MIMO-system. Metoder för att uppnå maximal kapacitet givet en viss kanal ges. Bakgrunden till Space-time koder ges. Ett exempel på Space-time koder som ger full diversitetsvinst är Alamoutis kodningsmetod. En metod att konstruera spaljekoder, som både ger kodnings- och diversitetsvinst presenteras. För att underlätta läsarens förståelse är den matematiska behandlingen relativt grundlig och detaljerad.</p>		
Nyckelord Undervattenskommunikation, akustisk kommunikation, MIMO, Space-Time Coding, Shannon		
Övriga bibliografiska uppgifter	Språk Svenska	
ISSN 1650-1942	Antal sidor: 36 s.	
Distribution enligt missiv	Pris: Enligt prislista	

Issuing organization FOI – Swedish Defence Research Agency Avdelningen för systemteknik SE-172 90 Stockholm Sweden	Report number, ISRN FOI-R--1388--SE	Report type Scientific report
	Programme Areas C ⁴ ISR	
	Month year June 2004	Project no. E6059
	General Research Areas Commissioned Research	
	Subcategories Signal Processing	
Author/s (editor/s) Tommy Öberg	Project manager Erland Sangfelt	
	Approved by Monica Dahlén	
	Sponsoring agency Swedish armed forces	
	Scientifically and technically responsible Tommy Öberg	
Report title (In translation) MIMO systems in acoustic underwater communications		
Abstract (not more than 200 words) <p>In the report an introduction to MIMO systems and Space-Time coding is given, also a motivation for the use of MIMO systems in acoustic underwater communication is given. MIMO system is a way to increase the data rate and security in a transmitted message by using several transmitters and receivers in parallel (Multiple Input Multiple Output). In the report, the theoretical basis behind the transmission capacity in MIMO system is discussed. Methods to achieve maximal capacity for a given channel are given. The background to Space-time coding is given. An example of Space-time codes giving full diversity gain is Alamouti's coding method. One method to design trellis codes, giving both coding and diversity gain is presented. To simplify the reader's understanding the mathematical treatment is relatively thorough and given in detail.</p>		
Keywords Underwater communications, acoustic communication, MIMO, Space-Time Coding, Shannon		
Further bibliographic information	Language Swedish	
ISSN 1650-1942	Pages 36 p.	
	Price acc. to pricelist	

1	Inledning	7
1.1	Utbredning av akustiska vågor under vatten	7
1.2	Utbredning i akustisk kanal	9
2	Kanalmodell vid MIMO	10
3	Kapacitet för multipla kanaler	11
3.1	Beräkning av entropin	12
3.2	Beräkning av betingad entropi	13
3.3	Kanalkapacitet för MIMO-system	14
3.4	Exempel	14
4	Hur uppnår man maximal kapacitet?	17
4.1	Lobformning	20
5	Space-time-kodning	21
5.1	Optimal mottagare för space-time-koder	23
5.2	Att uppnå bra space-time-koder	25
6	Några praktiskt användbara koder	28
6.1	Alamouti-schemat [6]	28
6.2	Regler för att uppnå bra koder ur Galois kroppsbeskrivning av kod	30
7	Avslutning	35
8	Referenser	36

1 Inledning

Akustisk undervattenskommunikation har utvecklats snabbt de senare åren genom användande av koherenta mottagare med flerkanaliga adaptiva utjämnare. När man har upptäckt möjligheterna med modern signalbehandling har kraven på datatakt och tillgänglighet ökat. En signalbehandlingsmetod som kan vara till hjälp för att svara upp mot detta behov bygger på MIMO-system, som är ett relativt nytt begrepp inom telekommunikationen. Föreliggande rapport beskriver grunderna i MIMO och Space-Time kodning (STC). Syftet med att rapporten är att introducera läsaren i teorin för MIMO och STC och att diskutera hur dessa tekniker kan användas för att öka datatakt eller robusthet hos UV-komm. MIMO och STC har utvecklats för användning i samband med radiokommunikation. Kapaciteten i miljöer med flervägsutbredning är oomtvistad, se tex. [14]. I den akustiska undervattenskanalen har lobformning använts sedan länge med framgång varför MIMO med lobformning kan ses som väl beprövat. Dock är det inte lika självklart att STC är ett bra alternativ för undervattenskommunikation. I rapporten belyses också denna fråga.

Rapporten inleds i avsnitt 1 med en diskussion kring ljudutbredning i grunda vatten. Sluttsen blir att STC kan vara ett alternativ för grunda vatten medan lobformning kvarstår som ett huvudalternativ i djupa vatten. Avsnitt 2 inleds med att MIMO kanalen beskrivs och dess maximala kapacitet för informationsöverföring beräknas i avsnitt 3. Resultaten återfinns i många rapporter om MIMO teknik, se tex. ref. [1], men har här arbetats igenom i mer detalj än vad man vanligen ser. Dels för att ge läsaren en klar bild av förutsättningarna och dels för att visa att inga matematiska konstigheter behöver göras för att erhålla de välkända resultaten. I avsnitt 4 behandlas mer om hur den maximala kapaciteten kan uppnås ur ett lobformningsperspektiv. Detta avsnitt har också direkt teknisk betydelse då det ger de optimala vikterna för sändare och mottagare. När sändaren saknar kännedom om överföringskanalens parametrar är STC ett bra alternativ och grunderna för detta samt några viktiga kriterier för bra koder ges i avsnitt 5. För att visa på att lämpliga koder finns att tillgå ges några exempel på praktiskt användbara STC koder i avsnitt 6.

1.1 Utbredning av akustiska vågor under vatten

Vid akustisk överföring av data under vatten kommer den utsända signalen att breda ut sig längs många vägar, avböjas och reflekteras för att slutligen nå mottagaren som ett knippe av signaler med olika fördröjning, se fig. 1. Flervägsutbredning har tidigare ansetts som ett hinder för snabb datakommunikation. Moderna metoder för telekommunikation har dock vänt upp-och-ner på denna uppfattning. I själva verket kan flervägsutbredningen utnyttjas för att ge en kommunikation med väsentligt högre datatakt eller högre säkerhet. I denna rapport beskrivs dels några signalbehandlings- och kodningsmetoder och dels den grundläggande kapacitetsökningen när flera akustiska svängare¹ används på sändarsidan och flera hydrofoner används på mottagarsidan. Man säger att överföringskanalen, dvs. vattnet, har flera ingångar och flera utgångar, sk. MIMO-system (Multiple Inputs and Multiple Outputs). Fördelarna är möjlighet till större säkerhet att kommunikationslänken kan upprättas och när detta är gjort kan länken erbjuda högre datatakt eller genom att sänka uteffekten få bättre smygegenskaper hos signalen.

¹ Med svängare avses högtalaren i en akustisk undervattenssändare och den kan vara av godtycklig typ piezoelektrisk, dynamisk, terfinol mm.

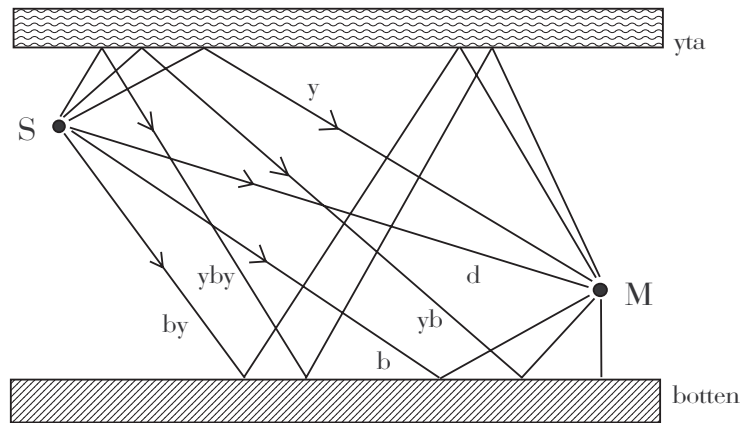


Fig. 1 Flervägsutbredning i undervattenskanalen.

Eftersom reflektorerna huvudsakligen finns över och under signalkällan, i motsats till på sidorna, kommer strålarna att infalla i olika riktningar vertikalt men i ett relativt koncentrerat knippe horisontellt. Arrayerna blir då fysiskt kortast om de placeras i vertikal riktning. Som visas i rapporten blir vinsten med att använda MIMO-system blir störst om kanalen är rik på spridare. Ett mått på detta är vinkeln hos den sektor som signalen infaller. En bred vinkel ger en rikare kanal. Exempel på placering av sändar- och mottagararrayer på ubåt visas i fig. 2. Vid användning på tex. UUV²:er, där utrymmet är begränsat, är det inget som hindrar att man vid det stora fartyget använder arrayer medan en enkel svängare och hydrofon används på UUV:n. Som synes i fig. 1 kan ljudet beskrivas som strålar, en annan modell är vågmodellen, som är bra när utbredningskanalens höjd är mindre än något tiotals våglängder. Detta inträffar tex. när man vill sända på långa distanser i en sk. ljudkanal, som bildas pga. temperaturförhållandena i vattnet.

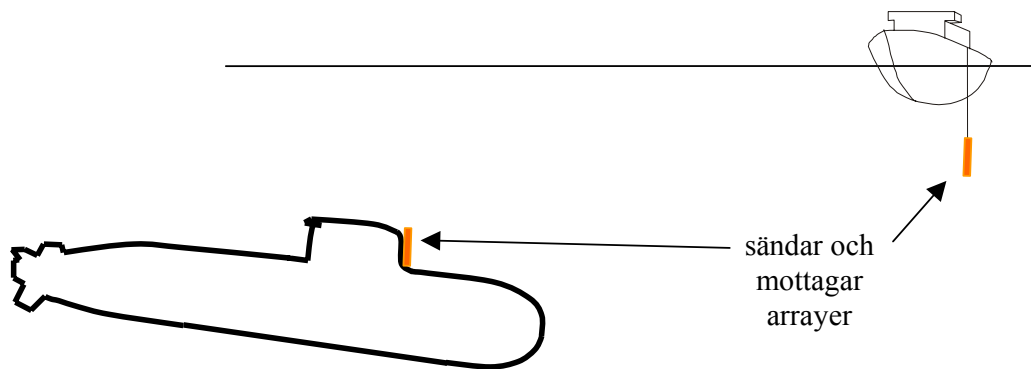


Fig. 2 Ubåtens array kan anbringas vertikalt på tornet. För yfartyg kan arrayen utföras så att den sänks ned på lämpligt djup. I båda fallen kan arrayen också ordnas horisontellt men blir då längre pga. att det horisontella korrelationsavståndet är större än det vertikala.

² UUV=Unmanned Underwater Vehicle.

1.2 Utbredning i akustisk kanal

Med en grov förenkling kan den akustiska undervattenskanalen ses som en vågledare i vilken vågen är innesluten mellan ett golv och ett tak som är reflekterande. Antag t.ex. att utbredningen sker i ett skikt mellan två skarpa temperaturgradienter i vattnet. Utbredningen blir sammansatt av vågor vars elevationsvinkel är sådan att kanalens djup är $1/2$, 1 , $3/2$ osv. med multiplar av en halv våglängd i vertikal led. Mönster av stående vågor bildas mellan golv och tak med omväxlande bukar och noder, se fig. 3 som visar reflektion mellan hårda ytor. I en buk är ljudintensiteten hög och i en nod är den låg. För en given punkt i rummet ger summan av bukar och noder för olika frekvenser kanalens frekvenssvar i just den punkten. Detta svar kan se olika ut för punkter som ligger på några få meters avstånd. Är man osäker om sin position relativt mönstret är det fördelaktigt att ha arrayer av akustiska svängare och hydrofoner för att kunna excitera och uppfånga signalen i så många moder som möjligt.

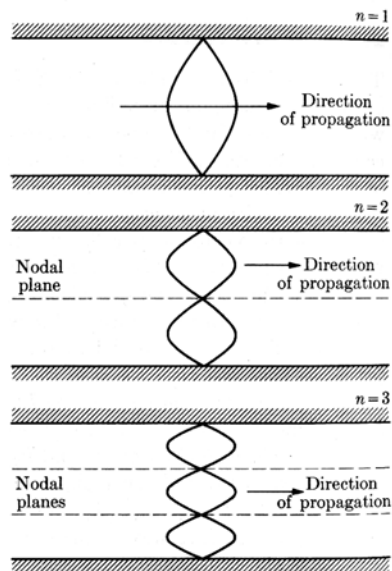


Fig. 3. Exempel på en vertikal utbredning av en våg mellan två hårda speglade ytor. Ur: AlonsoFinn, *Fundamental University Physics, part II*.

I horisontell ledd har signalen inte samma begränsning för sin utbredning. Därför uppstår inte samma mönster av bukar och noder i denna ledd. Utifrån detta resonemang bör rumsdiversitet vara lämplig att använda vertikalt medan i horisontell led är lobformning att föredra utomskärs och i grunda vatten. Inomskärs kan även diversitet vara lämplig även i horisontell led. I djupa vatten fås en mer sfärisk spridning av signalen och lobformning kan vara bäst i båda riktningarna.

I verkligheten är dock utbredningen långt mer komplicerad än vad som kan beskrivas av en enkel modell med två parallella speglar. Dels är inte övergången abrupt utan sker gradvis och dels är den inte plan utan varierar i vertikalled när man avlägsnar sig från sändaren. Men den enkla modellen är bra för att ge en första bild över hur signalen varierar vertikalt för olika frekvenser. Den visar också att ett mönster med vertikala stående vågor kan upprätthållas på mycket långa avstånd. Det är alltså troligt att även för långväga kommunikation kan kanalens egenskaper variera mycket mellan två närliggande punkter i vertikalled. Ett exempel på hur det kan se ut om man använder en mer komplicerad modell visas i fig. 4. Figuren visar de olika utbredningsvägarna från en signalkälla som funktion av avståndet från källan vid en given frekvens. Som synes är utbredningen komplex varför signalen kommer att variera

kraftigt inom ett fåtal meter. Ritar man upp samma sak vid en annan frekvens eller annat sändardjup ser mönstret helt annorlunda ut. Detta talar för att en bredbandig signal som utbreder sig under vatten kommer snabbt att avkorreleras i vertikal led.

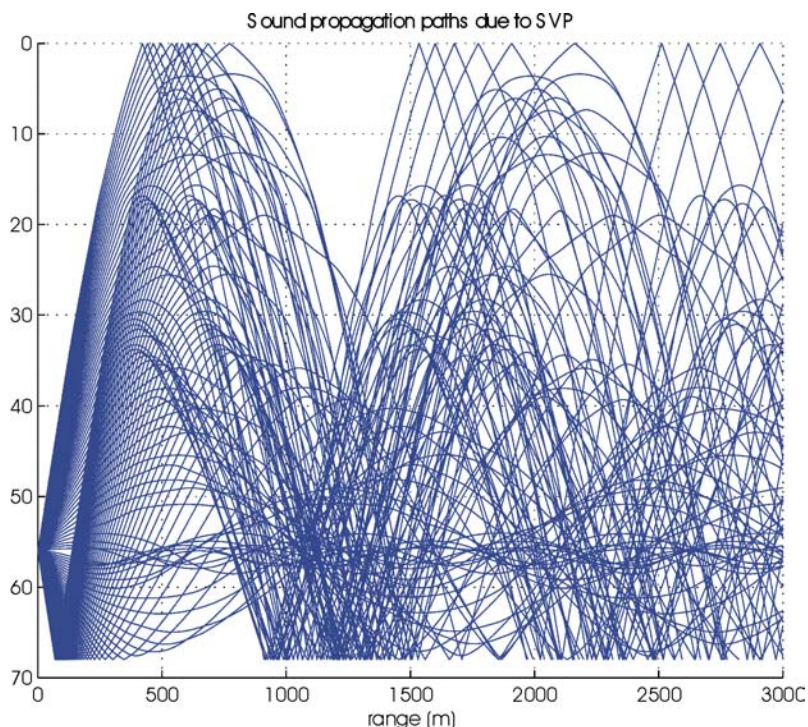


Fig. 4 Exempel på vågutbredning i en akustisk undervattenskanal. x -axeln är avstånd från sändaren och y -axeln är djupet under vattenytan.

2 Kanalmodell vid MIMO

Som framgår av resonemanget i avsnitt 1 kommer utbredningsdämpningen att variera beroende på var i vattenvolymen sändare och mottagare befinner sig. Har man då flera akustiska svängare placerade på olika ställen och flera hydrofoner placerade på olika ställen kommer överföringen mellan alla kombinationer av givar- och hydrofonpar att vara olika. Till grund för analysen som görs i denna rapport ligger en matematisk modell för MIMO-kanalen som lämpar sig väl till de utbredningsförhållanden som diskuteras. Anta att sändaren har t stycken svängare och mottagaren har r st. hydrofoner. Ljudet från varje svängare når varje hydrofon. Frånsett den dämpning som är lika för alla utbredningsvägar och som beror på signalens gångväg, t.ex. det linjära avtagandet vid cylinderutbredning, så dämpas signalen med faktorn h_{pq} mellan sändare q och mottagare p . Detta illustreras i fig. 5. Dämpningen pga. avståndet mellan sändare och mottagare kan betraktas som en konstant som ligger implicit i medelvärdet av signal-till-brusförhållandet.

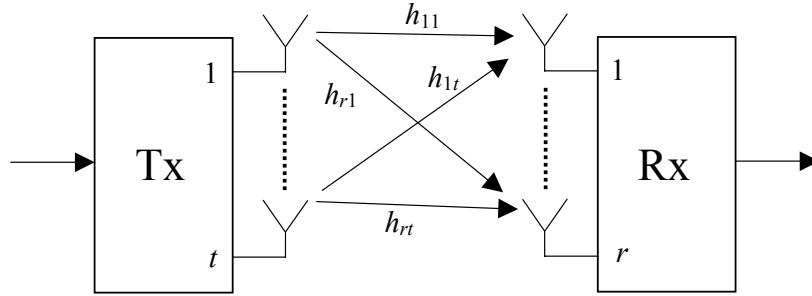


Fig. 5 MIMO-kanal. Tx är sändare och Rx är mottagare.

Dämpningsfaktorerna kan vara olika för olika vägar. Således kan dämpningen mellan svängare ett och hydrofon två, h_{21} , vara helt olika den mellan svängare ett och hydrofon ett, h_{11} . Samla alla dämpningsfaktorer i en matris \mathbf{H} , där dämpningsfaktorerna, h_{pq} , utgör matriselementen. Dämpningsfaktorerna h_{pq} antas vara oberoende komplexa statistiska variabler. Man skall dock komma ihåg att i början av resonemanget i denna rapport antas att man har mätt upp en realisering av dessa variabler, t.ex. med hjälp av en träningssekvens. I de fallen behandlas faktorerna h_{pq} som givna konstanter. Vitt brus, n_p , adderas i kanalen och det ger slutligen en mottagen signal som kan skrivas som en vektor: $\mathbf{y}=[y_1, y_2, \dots, y_r]^T$. Vektorn \mathbf{y} kan ses som utsignaler från matchade filter i en mottagare, där elementen utgör signalen från resp. hydrofon (eller, mer generellt, koefficienter i en ortonormerad serieutveckling av den mottagna signalen):

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{r1} & \cdots & h_{rt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_r \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

$\mathbf{x}=[x_1 \dots x_t]^T$ är kanalens ingångssignaler och utgörs av de akustiska givarnas utsignaler. Notera att i signalmodellen som ges i (1) antas att alla signaler kommer fram samtidigt. Vi har alltså ingen intersymbolinterferens. Att i en undervattenskanal inte ha intersymbolinterferens skulle kräva alltför långa symboler. Antagandet är dock rimligt om man använder en adaptiv utjämnare som eliminerar intersymbolinterferensen, tex. är turboutjämnning mycket lämpligt för undervattenskanalen.

I avsnitt 3 beräknas maximal överföringskapacitet som funktion av \mathbf{H} och \mathbf{n} . Detta är en generalisering av Shannons resultat för att också inkludera MIMO-kanaler. Den andra målsättningen, nedan, är att ta fram optimala signaler för olika kanaler.

3 Kapacitet för multipla kanaler

Vid kommunikation uppstår problemet att man betraktar kanalens utsignal \mathbf{y} , medan man önskar kännedom om den information som sändaren förmedlar, vilket är kanalens insignal \mathbf{x} . Den information som kanalen kan överföra ges av kopplingen mellan kanalens in- och utsignaler, vilket ges av den ömsesidiga informationen³. För att beräkna den ömsesidiga

³ Engelska: Mutual Information.

informationen, $I(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, när vi har många in- och utsignaler, måste multivariata stokastiska variabler användas⁴, ref. [1]:

$$I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = H(\mathbf{Y}) - H(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) \quad (2)$$

$H(\mathbf{Y})$ är entropin i kanalens utsignal och $H(\mathbf{Y}|\mathbf{X})$ är ekvivokationen som anger hur mycket information som gått förlorad pga. störningar i kanalen. Maximal kanalkapacitet erhålls när kanalens insignaler \mathbf{X} är oberoende likförmigt Gaussiskt fördelade stokastiska variabler. Eftersom både \mathbf{X} och \mathbf{N} är Gaussiska vektorer så är \mathbf{Y} också en Gaussisk vektor.

3.1 Beräkning av entropin

Utsignalerna \mathbf{y} innehåller insignalerna \mathbf{x} som i kanalen har blivit blandade med varandra på ett sätt som beskrivs av övergångsmatrisen \mathbf{H} och till detta har vitt brus adderats. Som sagt, är utsignalen på varje utgång från kanalen Gaussisk. Beräkningen av $H(\mathbf{Y})$ utgår därför från den multivariata Gaussiska täthetsfunktionen:

$$p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det \boldsymbol{\Sigma}}} \exp\left(-\frac{\mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}}{2}\right) \quad (3)$$

där $\boldsymbol{\Sigma}$ är kovariansmatrisen för \mathbf{y} . N motsvarar här antalet mottagare, således är $N=r$. Eftersom kanalen varierar på ett slumpartat sätt är egentligen också matrisen \mathbf{H} stokastisk men här studerar vi ett givet utfall av denna stokastiska kanal, därför kan \mathbf{H} betraktas som en konstant matris i nedanstående beräkningar. Autokovariansmatrisen är:

$$\boldsymbol{\Sigma} = E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^H\} = \mathbf{H}E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\}\mathbf{H}^H + E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} \quad (4)$$

\mathbf{x} och \mathbf{n} är sinsemellan oberoende vektorer med kovariansmatriserna $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = E_b/t \cdot \mathbf{I}$ och $E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} = N_0/2 \cdot \mathbf{I}$. Autokovariansmatrisen består av summan av brusets och den transformerade insignalens kovariansmatriser:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \frac{E_b}{t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \frac{N_0}{2} \mathbf{I} \quad (5)$$

Notera att den totala signaleffekten är oberoende av antalet svängare t . Detta motsvarar ett fall där vi har en given tillgänglig sändareffekt som skall fördelas mellan de akustiska givarna. För den tekniska realiseringen är det viktigt att notera att ju fler svängare vi har ju lägre uteffekt behöver sändas från varje svängare.

⁴ Versaler används just här för stokastiska variabler och gemener för ett utfall av denna stok. variabel, enl. vanligt förekommande standard. I övrigt förekommer beteckningen gemen för vektor och versal för matris.

För att beräkna entropin, $H(\mathbf{Y})$, används sannolikhetstätheten från (3). Eftersom den innehåller flera stokastiska variabler måste entropin, dvs. väntevärdet av informationen, beräknas genom en multipelintegral:

$$H(\mathbf{Y}) = - \int_{y_1} \dots \int_{y_N} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) \log_2 [p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})] dy_1 \dots dy_N \quad (6)$$

Med den Gaussiska tätheten insatt fås:

$$\begin{aligned} H(\mathbf{Y}) &= \frac{1}{\ln 2 \sqrt{(2\pi)^N \det \boldsymbol{\Sigma}}} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{\mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}}{2} \right] \frac{(\mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y} + \ln((2\pi)^N \det[\boldsymbol{\Sigma}]))}{2} dy_1 \dots dy_N \\ &= \frac{1 + \ln((2\pi)^N \det[\boldsymbol{\Sigma}])}{2 \ln 2} \end{aligned} \quad (7)$$

Integrationen kan delas upp i två delar:

- En del med integranden $\mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y} \exp(-\mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}/2)/2$. Den kan ses som ett vägt andra moment. Integrationen kan utföras term för term och då får man det enkla resultatet $1/(2 \ln(2))$.
- Den andra delen av integrationen är en exponentialfunktion multiplicerad med $\ln((2\pi)^N \det[\boldsymbol{\Sigma}])$. Det är en multivariat täthetsfunktion över hela utfallsrummet. Resultatet av denna del av integralen blir naturligtvis en etta, multiplicerad med ln-funktionen.

Eftersom kommunikationssystemen antas effektbegränsade är det medeleffekten, dvs. variansen, som antar ett givet värde. Signalamplituden varierar däremot utan gräns. Integrationen görs därför från minus till plus oändligheten.

Detta antagande stämmer naturligtvis inte helt för system med effektförstärkare och akustisk svängare. En övre amplitudgräns finns definitivt. Effekten begränsas av uppvärmningen i systemen och utgör den egentliga gränsen. Därför kommer korta toppar som ligger under klippningsgränsen att passera och därför är den approximation som gjorts ovan relevant. Dessutom kommer resultatet att ansluta till den välkända Shannons formel.

3.2 Beräkning av betingad entropi

Antag att kanalerna mellan \mathbf{X} och \mathbf{Y} är AWGN⁵-kanaler med samma signal-till-brusförhållande. Brusets dubbelsidiga spektraltäthet är $N_0/2$. MIMO-kanalen modelleras med den multivariata betingade tätheten för AWGN:

$$p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{\left(2\pi \frac{N_0}{2}\right)^N \det \mathbf{I}}} \exp \left(-\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})}{N_0} \right) \quad (8)$$

⁵ AWGN=Additive White Gaussian Noise

Insatt i uttrycket för betingad entropi, $H(\mathbf{Y}|\mathbf{X})$, fås:

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) &= \frac{1}{\sqrt{\left(2\pi \frac{E_b}{t}\right)^N \det \mathbf{I}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(2\pi \frac{N_0}{2}\right)^N \det \mathbf{I}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^T \mathbf{I}^{-1} \mathbf{x}}{2 \frac{E_b}{t}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})}{N_0}\right) \\
 &\quad \times \frac{1}{2} \left[\left(2\pi \frac{N_0}{2}\right)^N \det \mathbf{I} + \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})}{N_0} \right] dy_1 \cdots dy_N dx_1 \cdots dx_N \\
 &= \frac{1 + \ln\left((2\pi)^N \det\left[\frac{N_0}{2} \mathbf{I}\right]\right)}{2 \ln 2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Integrationens resultat kan förstås genom samma resonemang som i ekv. (7).

3.3 Kanalkapacitet för MIMO-system

Genom att använda resultaten (9), (7) och (5) i (2), tillsammans med det faktum att man kan sända $2B$ Nyquist-pulser per sekund över en kanal med bandbredden B , fås kapaciteten för en MIMO-kanal:

$$\begin{aligned}
 C_N &= 2B[H(\mathbf{Y}) - H(\mathbf{Y}|\mathbf{X})] \\
 &= \frac{B}{\ln 2} \left[1 + \ln\left((2\pi)^N \det(\boldsymbol{\Sigma})\right) - 1 - \ln\left((2\pi)^N \det\left(\frac{N_0}{2} \mathbf{I}\right)\right) \right] \\
 &= B \log_2 \left(\det\left(\mathbf{I} + 2 \frac{E_b}{N_0 t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H\right) \right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

Den sista likheten ger uttrycket för kanalkapaciteten hos en MIMO-kanal och anger hur mycket information som maximalt kan överföras felfritt om bästa möjliga kodning och modulation används. I följande exempel skall vi studera detta uttryck närmare för en enkel kanal. Notera att om man har en 1×1 kanal är detta samma resultat som den inom telekommunikationen berömda Shannons formel.

3.4 Exempel

Antag att två fartyg skall kommunicera med hjälp av akustisk undervattenskommunikation. På det sändande fartyget har vi två akustiska svängare och på det mottagande fartyget har vi två mottagande hydrofoner. Kanalen mellan fartygen utgörs då av en MIMO-kanal. Frågan är vilka statistiska egenskaper de utsända signalerna skall ha för att uppnå den högsta datatakten i överföringen mellan fartygen och vad blir kanalkapaciteten? Med utgångspunkt från ekv. (10) skall vi besvara den frågan.

Olika sändningsstrategier kan tex. vara att sända ut en och samma signal från båda givarna för att få högre signal-till-brusförhållande i mottagaren och på så sätt en möjlighet att överföra högre datatakt. En annan strategi kan vara att sända statistiskt oberoende signaler på de två givarna. Eftersom den totala effekten är begränsad tas de oberoende signalerna mot med ett lägre signal-till-brusförhållande än i den första strategin.

Betrakta den kanalmodell som visas i fig. 6. På dess ingångar finns modulerade symboler, som kan ses som oberoende stokastiska variabler, X_1 och X_2 . Efter skalning med k_1 and k_2 , blandas symbolerna med varandra. Blandningen kan göras avsiktligt, i tex. sändaren, eller oavsiktligt, t.ex. under passagen över kanalen. I detta exempel diskuteras blandningen ur ett mer allmänt perspektiv jämfört med föregående avsnitt där endast blandning i kanalen diskuteras. Blandningen inför ett ömsesidigt beroende, eller korrelation, mellan de mottagna signalerna, Y_1 och Y_2 . Till varje utgångsvariabel adderas på vanligt sätt sinsemellan oberoende Gaussiskt vitt brus (med medelvärdet noll). Signalerna arrangeras som vanligt i vektorer, dvs. $\mathbf{Y}=[Y_1, Y_2]^T$, $\mathbf{X}=[X_1, X_2]^T$ och $\mathbf{N}=[n_1, n_2]^T$.

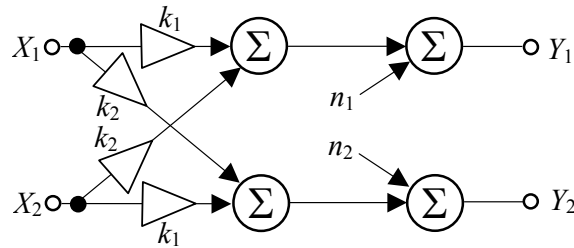


Fig. 6 Kanalmodell för två sändande och två mottagande hydrofoner.

Modellen kan skrivas:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \mathbf{KX} + \mathbf{N} \quad (11)$$

För att beräkna kapaciteten börjar vi med att beräkna autokovariansmatrisen som är, jfr. (4):

$$\begin{aligned} \Sigma &= E\{\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H\} \\ &= \mathbf{K} \begin{bmatrix} E\{X_1^2\} & 0 \\ 0 & E\{X_2^2\} \end{bmatrix} \mathbf{K}^H + \begin{bmatrix} E\{n_1^2\} & 0 \\ 0 & E\{n_2^2\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Variansen för bruset, dvs. bruseffekten, är $E\{n_1^2\} = E\{n_2^2\} = N_0/2$. Eftersom n_1 och n_2 är oberoende stokastiska variabler med medelvärde noll är väntevärdet av korsprodukterna noll. Autokovariansen för en av de mottagna signalerna, till exempel vid hydrofon ett, består av en blandning av signalerna X_1 och X_2 plus brus:

$$E\{Y_1 Y_1^*\} = E\{(k_1 X_1 + k_2 X_2 + n_1)(k_1 X_1 + k_2 X_2 + n_1)^*\} = k_1^2 E\{X_1^2\} + k_2^2 E\{X_2^2\} + E\{n_1^2\}$$

där X_1 , X_2 , n_1 och n_2 är sinsemellan oberoende. Variablerna X_1 och X_2 utgör sampel av nytto-signalen. Variansen för beloppet av X_1 resp. X_2 är detsamma som signalenergin E_b . Låt blandningskoefficienterna vara:

$$k_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 - \rho^2})} \text{ och } k_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - \rho^2})}. \quad (13)$$

ρ är en korrelationskoefficient som kan sättas till ett värde mellan noll och ett. Valet av k_1 och k_2 gör kovariansen mellan variablerna Y_1 och Y_2 lika med $\rho E_b/N_0$ och variansen av samma variabler blir oberoende av ρ . Signal-till-brusförhållandet för varje kanal är $2E_b/N_0$.

Kapaciteten i enlighet med (10) blir:

$$\begin{aligned} C_2 &= B \log_2 \left(\det \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{2E_b}{N_0} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \right) \right) \\ &= B \log_2 \left(1 + \frac{4E_b}{N_0} + \left(\frac{2E_b}{N_0} \right)^2 (1 - \rho^2) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Ur detta kan ett par intressanta observationer göras. Antag att samma signal sänds ut från båda givarna. Signalerna har då korrelationen $\rho=1$. Ingen avkorrelering uppstår i överföringskanalen. Kanalkapaciteten blir då:

$$C_2 = B \log_2 \left(1 + \frac{4E_b}{N_0} \right) \quad (16)$$

dvs. samma kapacitet som en enkel kanal förutom att signalenergin har fördubblats. Detta motsvarar en lobformande array där samma signal sänds ut från båda givarna och riktas mot mottagaren. För två signaler utan ömsesidig korrelation, $\rho=0$, blir kapaciteten:

$$\begin{aligned} C_2 &= B \log_2 \left(1 + \frac{4E_b}{N_0} + \left(\frac{2E_b}{N_0} \right)^2 \right) \\ &= 2B \log_2 \left(1 + \frac{2E_b}{N_0} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Eftersom $2 \log \alpha = \log(\alpha^2)$ så uppnås samma kapacitet som för två separata kanaler. Notera att när ett ökande antal svängare används för att åstadkomma lobformning så ökar kapaciteten logaritmiskt. Vid diversitet, dvs. icke korrelerade signaler, ökar å andra sidan kapaciteten linjärt med antalet svängare. Detta är mycket snabbare än logaritmisk tillväxt. Ur kapacitetssynpunkt är mycket vunnet genom att använda diversitet i stället för lobformning. Om ortogonala kanaler kan anordnas med lobformning, tex. genom tillräcklig separation av mottagarna så att separata lober kan peka mot varje hydrofon, blir vinsten lika stor som vid diversitet. Resultatet av detta enkla exempel kan förefalla självklart men det visar klart att kapaciteten i ett kommunikationssystem kan flerfaldigas utan att öka bandbredden, genom att endast utforma systemet så att de signaler som når varje hydrofon är sinsemellan oberoende. Detta är vad ämnet space-time-kodning handlar om och som kommer att behandlas mer i de kommande avsnitten.

4 Hur uppnår man maximal kapacitet?

I en godtycklig kanal är det vanligare att signalerna från varje svängare blandas än att varje signal kan mottagas separat, oberoende av de andra. Överföringskapaciteten kommer då att minska. Problemet är, hur skall vi utföra signalbehandlingen för att erhålla en utsänd signal som kan uppnå maximal överföringskapacitet givet en viss kanal? Vi skall därför använda linjär algebra för att undersöka hur signalerna skall formas och hur sändarens- och mottagarens lobformningar skall göras. Referenser till framställningen kan hittas i [1, 13].

En matematisk relation som används till grund vid sökandet efter en sådan signal är att för en icke negativt definit matris \mathbf{A} gäller olikheten $\det \mathbf{A} \leq \prod_i a_{ii}$, där a_{ii} är diagonalelementen i \mathbf{A} .

Genom att jämföra detta med resultatet i ekv. (10) och styrka av resultatet i exempel 3.4 kan vi dra slutsatsen att matrisen i ekv. (10) skall vara diagonal. I ekv. (4) har kovariansmatrisen av den utsända signalen varit $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = E_b/t \cdot \mathbf{I}$. Här tar vi oss i stället friheten att konstruera en signal $\tilde{\mathbf{x}}$ som har autokovariansmatrisen $E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^H\} = \tilde{\mathbf{Q}}$. Kapacitetsuttrycket (10) blir då $\log_2[\det(\mathbf{I} + \mathbf{H}\tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{H}^H)]$. Enligt vad som tidigare har sagts skall $\mathbf{I} + \mathbf{H}\tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{H}^H$ vara diagonal.

För att uppfylla den övre gränsen för determinant-olikheten och därmed uppnå maximal kapacitet måste vi transformera matrisen $\mathbf{I} + \mathbf{H}\tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{H}^H$ till en diagonal matris. Idén är att diagonalisera \mathbf{H} , sedan kan $\tilde{\mathbf{Q}}$ väljas för att uppnå maximal kapacitet. Diagonaliseringen av \mathbf{H} kan göras med hjälp av singularvärdessuppdelning (Singular Value Decomposition, SVD). Vid SVD skriver man om den matris som skall delas upp med hjälp av tre matriser, tex. $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$, där $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_t)$ och λ_n^2 är egenvärdena till den inre produkten $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ och kolumnerna i \mathbf{U} är motsvarande egenvektorer. Kolumnerna i \mathbf{V} är egenvektorer för den yttre produkten $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Egenvärden och egenvektorer speglar kanalens egenskaper. Matriserna \mathbf{U} och \mathbf{V} är vardera unitära och \mathbf{U} är en $r \times r$ matris, \mathbf{D} är $r \times t$ och \mathbf{V} är $t \times t$. Egenskapen unitär innebär att $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$.

Gör en linjär transformation, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\mathbf{x}$, vid sändaren. Använd egenvärdessmatrisen \mathbf{V} och välj transformationsmatrisen så att $\mathbf{T} = \mathbf{V}\mathbf{A}$. Matrisen \mathbf{A} ger den utsända effekten för varje signal och är en $t \times t$ diagonalmatris där diagonalelementen är q_1, \dots, q_t . Hur dessa väljs skall behandlas senare. Transformationen motsvarar i verkligheten att man sänder signaleffekt i de riktningar där mest effekt når mottagaren, vilket innebär att kanalen måste vara känd för sändaren. Den mottagna signalen är då $\mathbf{y} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$. Om den mottagna signalen transformeras genom multiplikation med \mathbf{U}^H , vilket motsvarar att mottagarens känslighet görs beroende av signalernas infallsvinklar, fås:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{y} \\ &= \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \end{aligned} \tag{18}$$

Eftersom \mathbf{D} och \mathbf{A} är diagonala, har vi erhållit ett antal oberoende kanaler. Den information vi skickar in i kanalen genom signalen x_1 kan man nu plocka ut på \tilde{y}_1 , oberoende av vad som skickats in genom de övriga signalerna x_2 till x_t . Notera dock att man kan inte ha fler oberoende signalvägar än antalet egenvärden som är skilda från noll. Betrakta t.ex. en kanal där vi har en direktväg och inga reflektioner mellan sändare och mottagare. Den mottagna signalen på en godtycklig hydrofon är endast en skalning av de mottagna signalerna på de andra hydrofonerna. För ett sådant fall har kanalmatrisen, \mathbf{H} , rangen ett, dvs. endast ett egenvärde är skilt från noll. I en mer komplex kanal med många spridare kan kanalmatrisen

ha full rang, dvs. N egenvärden. För att uppnå maximal kanalkapacitet måste kanalens alla moder exciteras. Generellt sett erhålls maximalt $N=\min(t, r)$ oberoende parallella AWGN kanaler. Således kan man för en kanal med ett komplext utbredningsmönster uppnå många separata kanaler, vilket betyder högre kapacitet. För en godtycklig av dessa kanaler är överföringen $\tilde{y}_i = \lambda_i q_i x_i + \tilde{n}_i$, jfr. fig. 7.

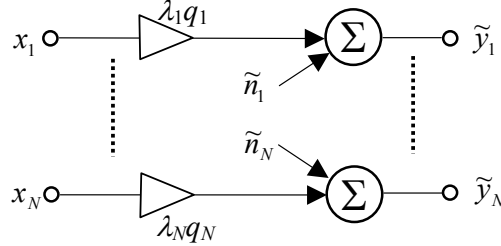


Fig. 7. N oberoende kanaler bildas genom transformationen $\mathbf{V}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{x}$.

Genom att göra transformationen $\mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{x}$ på sändarsidan och $\mathbf{U}^H \mathbf{y}$ på mottagarsidan uppnås alltså en diagonalisering. Notera att eftersom $\mathbf{V} \mathbf{\Lambda}$ beräknas ur kanalmatrisen \mathbf{H} måste dess parametrar mätas upp vid mottagaren och meddelas tillbaka till sändaren.

För att optimera kapaciteten måste produkten $\prod_i a_{ii}$ vara så stor som möjligt. Lösningen hittas genom att studera värdena i diagonalmatrisen $\mathbf{\Lambda}$. Antag att den utsända signalen är $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{x}$ och $E\{\tilde{\mathbf{x}} \tilde{\mathbf{x}}^H\} = \tilde{\mathbf{Q}}$. Den mottagna signalen är nu $\mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}$. Genom att använda relationen $\det(\mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{B}) = \det(\mathbf{I} + \mathbf{B} \mathbf{A})$, kan kanalkapaciteten, ekv. (10), skrivas:

$$\det(\mathbf{I}_r + \mathbf{H} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{H}^H) = \det(\mathbf{I}_t + \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{H}^H \mathbf{H}) \quad (19)$$

Autokovariansen är $\tilde{\mathbf{Q}} = E\{\tilde{\mathbf{x}} \tilde{\mathbf{x}}^H\} = E\{\mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{x} (\mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{x})^H\} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} E\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\} \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{V}^H$. Om man sätter in den SVD uppdelade representationen av \mathbf{H} , använder relationen $(\mathbf{A} \mathbf{B})^H = \mathbf{B}^H \mathbf{A}^H$ två gånger och utnyttjar att \mathbf{U} är unitär, dvs. $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}$, erhålls:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{I}_r + \tilde{\mathbf{Q}} (\mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H)^H \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H) &= \det(\mathbf{I}_r + \mathbf{D} \mathbf{V}^H \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{V} \mathbf{D}) \\ &= \det\left(\mathbf{I}_r + \mathbf{D} \mathbf{\Lambda} \underbrace{E\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\}}_{\mathbf{I}} \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{D}^H\right) \end{aligned} \quad (20)$$

Eftersom alla ingående matriser i ekv. (20) är diagonala framgår att argumentet i $\det(\)$ operationen är en diagonal matris i enlighet med målsättningen. Vetskapen att $\det \mathbf{A} \leq \prod_i a_{ii}$ och genom att identifiera \mathbf{A} i ekv. (20) ger olikheten:

$$\det(\mathbf{I}_t + \mathbf{D}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Lambda}^H\mathbf{D}^H) \leq \prod_{i=1}^t (1 + q_i^2 \lambda_i^2) \quad (21)$$

med likhet endast när $\mathbf{I}_t + \mathbf{D}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Lambda}^H\mathbf{D}^H$ är diagonal. Eftersom både \mathbf{I} , \mathbf{D} och $\mathbf{\Lambda}$ är diagonala uppfylls diagonalvillkoret men det återstår att maximera produkten. Detta görs genom att finna passande värden på $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(q_1, \dots, q_t)$. En begränsning är sändarens maximala uteffekt, P , som ger ett villkor på summan av diagonalelementen, dvs. $\text{tr}(\tilde{\mathbf{Q}}) = \sum_i q_i^2 \leq P$. Med detta bivillkor är det klart att produkten maximeras om alla koefficienter, $(1 + q_i^2 \lambda_i^2)$, är lika, dvs. q_i^2 är proportionell mot $1/\lambda_i^2$. Eftersom små egenvärden resulterar i stor effekt måste en övre gräns sättas, vilket ger den vanliga vattenpåfyllningsmetoden. Värdena på q_i skall då väljas så att:

$$q_i^2 = \max\left[0, \left(\mu - \frac{1}{\lambda_i^2}\right)\right] \quad (22)$$

för alla i . Konstanten μ justeras så att villkoret på maximal uteffekt uppfylls. För att utnyttja tillgänglig sändareffekt så effektivt som möjligt, och därmed uppnå maximal kanalkapacitet, skall följande steg utföras:

1. Gör en SVD av kanalmatrisen \mathbf{H} .
2. Multiplicera den utsända signalen med matrisen $\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}$. Detta innebär att signalen kommer att riktas i de riktningar där kanalens genomsläpplighet är stor. Notera också att antalet oberoende signaler inte behöver vara större än antalet egenvärden.
3. I varje riktning sänds signalen med en effekt i enlighet vattenpåfyllningsprincipen, vilket ger värdena för $\mathbf{\Lambda}$.
4. De mottagna signalerna vägs med matrisen \mathbf{U}^H , vilket ger den mottagande hydrofonen en lobform som har sin maximala känslighet i riktning mot de starkaste infallande signalerna.

Antag att vi har en enda sändare och en plan infallande vågfront, tex. en länk med siktlinje mellan sändare och mottagare (antag klart vatten). En signal som mottagits på olika hydrofoner skiljs åt endast av en multiplikativ konstant, på det sätt som har beskrivits. Ett sådant system har rangen ett, dvs. ett enda egenvärde är skilt från noll. Endast en transmissionskanal är därför möjlig. Trots detta är kapaciteten större än med en enkelhydrofon därför att man erhåller ett högre signal-till-brusförhållande pga. array-förstärkningen. I detta fall används endast en enda ingångssignal som matar alla givarna med samma effekt, dvs. lobformning. För att vinna ännu mer kapacitet skall kanalen vara så rik som möjligt, dvs. ha så många egenvärden som möjligt. Detta innebär att endera skall mottagarna eller sändarna vara väl separerade så att en stråle kan riktas mellan varje par av sändare och mottagare. Alternativt, så ska kanalen innehålla tillräckligt många reflektorer så att ingen kombination av de utsända signalerna är en linjär-kombination av den mottagna signalen på någon annan hydrofon, dvs. kanalen skall ha maximal diversitet. I detta fall måste antalet oberoende signaler, dvs. element i \mathbf{x} , vara lika med antalet akustiska svängare.

4.1 Lobformning

Som visats tidigare, är lobformning optimal när man har en kanal med låg spridning. Eftersom lobformning är så vanlig är det intressant att studera lobformningens egenskaper lite noggrannare. Betrakta endast det största av kanalens egenvärden, de andra är noll eller sätts till noll. Detta kan också ses som en lågrangs-approximation av en mer komplex kanal, \mathbf{H} . Det enda element som är skilt från noll i matrisen $\mathbf{\Lambda}$ återfinns nu i dess övre vänstra hörn. På så sätt kopplas endast det första värdet hos ingångsvektorn till de akustiska givarna. Det är därför tillräckligt om ingångsvektorn innehåller endast ett element som är skilt från noll, dvs. vektorn blir en skalär $\mathbf{x}=x$. Vikterna för sändarens lobformning betecknas med en t elements kolumnvektor \mathbf{w}_T . Eftersom endast det största egenvärdet betraktas, är \mathbf{w}_T den kolumn i \mathbf{V} som motsvarar det största egenvärdet. För att inte ändra utsänd effekt används begränsningsvillkoret $|\mathbf{w}_T|^2 = 1$ för lobformningsvektorn. Den, från varje svängare, utsända signalen vid tidpunkten k samlas i en vektor:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{w}_T x_k \quad (23)$$

Beteckna på motsvarande sätt vikterna för mottagarens hydrofoner \mathbf{w}_R , vilket är lika med den kolumn i \mathbf{U} som motsvarar det största egenvärdet. Signalen sänds genom kanalen \mathbf{H} och brusset \mathbf{n}_k adderas, vilket ger:

$$\tilde{y}_k = \mathbf{w}_R^H \mathbf{y}_k = \mathbf{w}_R^H \mathbf{H} \mathbf{w}_T x_k + \mathbf{w}_R^H \mathbf{n}_k \quad (24)$$

Detta ger de teoretiskt optimala lobformerna, för sändare och mottagare, som maximerar det mottagna signal-till-brusförhållandet. Den mottagna signalen i ekv. (24) kan uttryckas med:

$$\tilde{y}_k = \lambda_1 x_k + \mathbf{w}_R^H \mathbf{n}_k \quad (25)$$

De optimeringsalgoritmer för lobformningen som finns i mottagaren justerar vikterna till deras optimala värden, vilket ger både diversitet och arrayförstärkning beroende på vad som är optimalt. På så sätt blir SNR maximerat och kan uttryckas som:

$$SNR_{BF} = \frac{P_T}{\sigma_n^2} \lambda_1^2 \quad (26)$$

Symboltakten vid lobformning är en utsänd symbol per sänd-vektor. Eftersom endast det största egenvärdet används utnyttjas endast en av de möjliga kanalerna i detta fall, jfr. ekv. (18). Maximalt möjlig kanalkapacitet uppnås då endast för kanalmatriser med rangen ett, det finns så att säga inget mer att krama ur. Detta motsvarar en kanal med endast en signalväg, vanligen en direktvågs-kanal.

Generellt sett, med godtyckliga värden på \mathbf{w}_T och \mathbf{w}_R , så är kvoten mellan nyttosignal och alla störningar, SINR (Signal to Interference and Noise Ratio):

$$SINR = \frac{\mathbf{w}_R^H \mathbf{H} \mathbf{w}_T \mathbf{w}_T^H \mathbf{H}^H \mathbf{w}_R}{\mathbf{w}_R^H \mathbf{R}_{vv} \mathbf{w}_R} \geq P_T \frac{\mathbf{w}_R^H \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^H \mathbf{w}_R \lambda_1^2}{\sigma_n^2 \mathbf{w}_R^H \mathbf{w}_R} \quad (27)$$

där \mathbf{R}_{vv} är kovariansmatrisen för störning plus brus och \mathbf{e}_1 är den egenvektor som motsvarar egenvärdet λ_1 . Den sista olikheten gäller för vitt brus.

5 Space-time-kodning

Med det sätt att optimera signalen som har beskrivits, måste kännedom om kanaltillståndet finnas på både sändar- och mottagarsidan. När information om kanalens tillstånd är tillgänglig vid sändaren, tex. genom att kanalmätningar sänds tillbaka från mottagaren, kan kanalmatrisens egenvärden och egenvektorer beräknas och överföringen göras i enlighet med detta. I tex. fallet med två hydrofoner kan kapaciteten i ekv. (17) uppnås. Genom att använda träningssekvenser görs kanalens tillstånd känt för mottagaren men tillståndet rapporteras för det mesta inte tillbaka till sändaren. När ingen tillståndsinformation finns tillgänglig vid sändaren är det bästa man kan göra att sända ut signal i alla riktningar och med samma energi från alla svängare. Kapaciteten som uppnås på detta sätt ges, i fallet med två akustiska svängare, av ekv. (16). Ett annat sätt är att introducera space-time-kodning. Det betyder att man gör en kodning över både tid och rum. På så sätt kan både diversitets och kodningsvinst göras. I följande avsnitt introduceras idéerna bakom space-time koder och ges några kriterier för bra koder. Vi kommer på så sätt att se vilka egenskaper koderna skall ha för att ge låg bitfels sannolikhet. Detta är till hjälp vid sökandet efter bra space-time koder.

Om signalerna arrangeras så att mottagaren kan erhålla parallella strömmar av ortogonala signaler är det möjligt att etablera flera parallella överföringskanaler, som tidigare visats. Hittills har vi inte använt tiden, men om tex. signaler som är sinsemellan ortogonala sänds från varje svängare kan ett ekvationssystem lösas i mottagaren. Oberoende parallella strömmar kan då erhållas, givet att \mathbf{H} är inverterbar. Denna metod är inte optimal eftersom den kan ge brusförstärkning (jämför zero-forcing utjämnaren). Signalen kan byggas upp på olika sätt. Antag att en ström av $M \cdot t$ symboler skall överföras. Denna ström kan delas upp i t strömmar med M symboler och moduleras var för sig på varje hydrofon med ett alfabet bestående av 2^M signaler. Ett annat alternativ är att alla $M \cdot t$ symboler används för att välja en av $2^{M \cdot t}$ signaler konstruerade så att t ortogonala strömmar erhålls. Det senare ger en lägre felsannolikhet på bekostnad av högre komplexitet.

Liksom för vanliga felkorrigerande koder kan space-time-koder delas in i spaljkoder (faltningkoder) och block-koder. Space-time koder av spaljëtyp kombinerar dessutom diversitetsvinsten med en kodningsvinst. Emellertid måste mottagaren innehålla en Viterbi-avkodare med ett relativt stort antal tillstånd. För att undvika detta kan ortogonala space-time block-koder utnyttjas. Dessa ger en enklare mottagare men har inte fördelen att ge någon kodningsvinst. Om kanalens spridning är betydande kan vinsten med space-time-kodning bli stor. När information om kanalens tillstånd är tillgänglig vid sändaren är den metod, med bildandet av ett antal ortogonala kanaler, som beskrivs i avsnitt 4 emellertid den effektivaste strategin, vilken ger i medeltal 3 dB bättre SNR än space-time block koder.

Betrakta ett tvådimensionellt rum med en tidsaxel (time) uppdelad i diskreta segment, vart och ett är en symbol långt och har oberoende fädning. Den rumsliga axeln (space) är också uppdelad i diskreta segment motsvarande de olika kanalerna i fig. 7, var och en statistiskt oberoende av de andra.

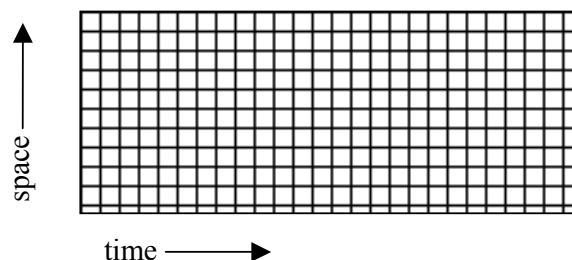


Fig. 8. Kanalmodell med oberoende fädning i varje ruta, motsvarande tid och rum.

För att uppnå diversitetsvinst kan tidsdiversitet användas. Ett enkelt exempel är att varje symbol sänds ut två gånger, i separata rutor längs tidsaxeln. Mottagaren kan sedan fatta sitt beslut baserat på medelvärdet av dessa två symboler. Antag å andra sidan att varje symbol sänds ut samtidigt från två akustiska svängare belägna i olika rutor längs rumsaxeln. Signalerna utbreder sig genom kanalen längs olika vägar och kommer ut på olika utgångar efter mottagarens transformation, \mathbf{U}^H . Signalerna summeras och resultatet motsvarar ett medelvärde, varefter mottagaren baserar sitt beslut på detta medelvärde. Diversitetsvinsten är identisk för båda fallen. Emellertid reduceras spektrumeffektiviteten till hälften i det första fallet eftersom varje symbol sänds ut två gånger.

Det finns bättre metoder än att bara repetera symboler. Om man för det första endast betraktar tidsaxeln, med oberoende fädning på varje symbol, är det naturligt att förbättra kommunikationen med felkorrigerande kodning. För det andra, om man enbart studerar rumsaxeln så är det naturligt att på samma sätt göra felkorrigerande kodning längs denna axel också. Space-time-kodning handlar om att finna bra koder längs båda axlarna. Det är klart att detta ger en avsevärt större mängd av diversitetskanaler än om bara rums (space) diversitet hade använts. Förutom diversitetsvinst, som uppnås genom att sända samma signal på olika kanaler, kan nu kodningsvinst erhållas genom att korrelation över tid införs genom space-time-koden. I korthet utnyttjar space-time-kodningen de parallella kanaler som uppstår genom spridningen i kanalen.

För att ytterligare förstå idén bakom space-time spaljékoder så kan två urartade specialfall studeras. Antag att ett meddelande skall sändas. Eftersom kanalparametrarna varierar i tiden kan samma signal sändas ut vid olika tillfällen. För att också utnyttja rumsdiversitet sänds signalen ut på olika svängare. Således kan en enkel space-time-kodning göras genom att sända ut fördröjda kopior av en signal på olika akustiska svängare, se fig. 9, vilket ökar signalens sannolikhet att nå mottagaren. Notera att detta är ett exempel på ett fall där sinsemellan ortogonala signaler sänds ut från varje svängare. Vid mottagaren används en adaptiv utjämnare vid detektionen. Därför uppnås diversitetsvinst i systemet eftersom alla fördröjda signaler används för att förbättra detektionen även om bara en enkel hydrofon används vid mottagaren. Man kan se detta som ett sätt att uppnå diversitet genom att införa syntetisk flervägsutbredning.

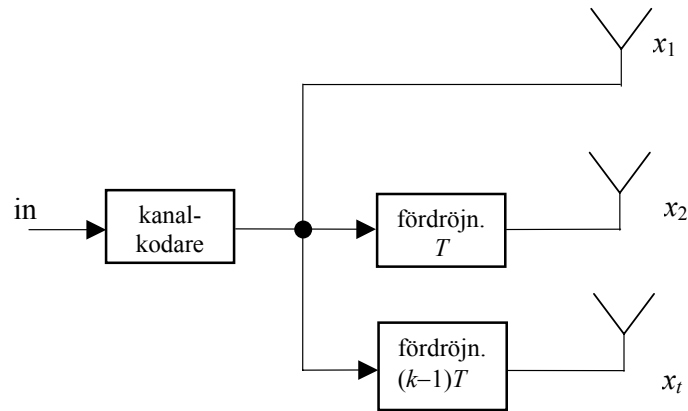


Fig. 9. Exempel på sändare med en enkel space-time-kodning.

Det andra specialfallet för att uppnå diversitet är att använda felkorrigerande kodning. Varje symbol i strömmen kan successivt sändas från separata svängare enligt ett cykliskt mönster. Den utsända symbolströmmen når mottagaren längs olika vägar. Om ett tillräckligt stort antal av vägarna är tillräckligt bra för överföring kommer den felkorrigerande kodningen att kunna korrigera de fel som uppstått och på så sätt erhålla en kodningsvinst. Notera dock att för den här metoden behövs, i motsats till föregående metod, ingen adaptering hos mottagaren. Genom en kombination av dessa metoder kan koder, konstruerade för multipla svängare, uppnås.

5.1 Optimal mottagare för space-time-koder

Innan space-time kodning diskuteras mer i detalj skall den optimala mottagaren för sådana koder presenteras, ref. [13]. Den optimala mottagaren som presenteras här bygger på Maximum Likelihood (ML) kriteriet och utgår från en MIMO-kanal med vitt Gaussiskt brus.

Utgå från den kanalmodell som presenteras i ekv. (1). Kanalen antas vara uppmätt och konstant under det signalintervall som studeras. Kanalens parametrar kan mätas upp i mottagaren med hjälp av en känd träningssekvens. Denna mätning måste upprepas tillräckligt ofta för att kanalen skall kunna betraktas som relativt konstant mellan mättillfällena. Eftersom signalen varierar i tiden tillförs ett tidsindex k :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k. \quad (28)$$

I denna modell ingår inga fördröjda signaler, dvs. kanalens impulssvar är kort relativt symboltiden. Detta innebär att kanalens fädning kan anses som flat. Studera ett element i vektorn \mathbf{y}_k , det motsvarar den signal som har mottagits på en hydrofon, tex. hydrofon p :

$$y_p(k) = \sum_{q=1}^t h_{pq} x_q(k) + n_p(k). \quad (29)$$

Signalen som mottas på en hydrofon består alltså av en vägd summa av utsignalerna, $x_q(k)$, från samtliga svängare plus störning. Den betingade sannolikhetstätheten för en sådan signal, givet kanalparametrarna och signalerna \mathbf{x}_k , är:

$$p_Y(y_p(k)|h_{p1}, \dots, h_{pt}, \hat{\mathbf{x}}_k) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(\frac{-1}{N_0} \left| y_p(k) - \sum_{q=1}^t h_{pq} x_p(k) \right|^2\right). \quad (30)$$

ML-skattningen fås genom att prova vilken kombination av möjliga insignaler $x_p(k)$ som maximerar ovanstående sannolikhetstäthet. Eftersom det finns en ändlig kombination av insignaler blir sökrummet ändligt, för tex. binär signalering kan varje $x_p(k)$ anta två olika värden, plus eller minus ett. För att maximera ekv. (30) räcker det med att minimera metriken, $\mu_{p,k}$:

$$\mu_{p,k} = \left| y_p(k) - \sum_{q=1}^t h_{pq} x_p(k) \right|^2 \quad (31)$$

Vi har hittills inte utnyttjat signalen från de andra hydrofonerna vid detekteringen. Där finns ju information för att förbättra bestämningen av de utsända signalerna. Bruset antas oberoende på varje hydrofon⁶. Oberoendet gör att en ny metrik, där alla hydrofonsignaler ingår, kan formuleras genom att bara addera metrikerna från alla hydrofoner:

$$\mu_{0,k} = \sum_{p=1}^r \mu_{p,k} = \sum_{p=1}^r \left| y_p(k) - \sum_{q=1}^t h_{pq} x_p(k) \right|^2 = \|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k\|_2^2 \quad (32)$$

I den sista likheten har metriken skrivits om med de vektorbeteckningar som vi tidigare har definierat, vilket ger ett effektivare sätt att uttrycka metriken.

Ovanstående metrik utnyttjar rumsdimensionen (space) men för att detektera en space-time-kod måste också tidsdimensionen utnyttjas (time). Eftersom brussamplerna är oberoende även i tidsdomänen⁷ kan metrikvärdena även adderas längs tidsaxeln:

$$\mu_0 = \sum_{k=0}^K \mu_{0,k} = \sum_{k=0}^K \sum_{p=1}^r \left| \sum_{q=1}^t (y_p(k) - h_{pq} x_p(k)) \right|^2 = \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 \quad (33)$$

På samma sätt som ovan har notationen i sista ledet förenklats genom att vektorbeteckningar har använts. Normen är en Frobeniusnorm, vilken definieras som kvadraten på samtliga matriselement. För tex. $I \times J$ matrisen \mathbf{A} så är $\|\mathbf{A}\|_F^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J |a_{ij}|^2$. Matriserna \mathbf{Y} och \mathbf{X} har bildats genom att för tex. \mathbf{Y} har vektorerna \mathbf{y}_k staplats så att $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{k-1}, \dots, \mathbf{y}_{k-K}]$. På motsvarande sätt har matrisen \mathbf{X} bildats genom att stapla de successivt utsända signalerna. Observera att kanalmatrisen \mathbf{H} är konstant och har därför inget index k . Resultatet blir att detekteringsregeln enkelt kan formuleras med:

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 \quad (34)$$

⁶ Man kan ifrågasätta om detta är ett rimligt antagande då störningarna till stora delar kommer från rörelser i det omgivande vattnet. Bruset kan då blekas genom att diagonalisera brusets kovariansmatris. Signalen kommer då också att filtreras vilket ger annan signalform men i övrigt förändras inte detektionsprocessen.

⁷ Även här krävs en blekning av bruset eftersom störningen i det hydroakustiska fallet är färgad. Bruset avtar med kvadraten eller kuben på frekvensen.

Dvs. en optimal mottagare för MIMO system i Gaussiskt brus beräknar avståndet mellan de signalsekvenser som mottagits, på alla hydrofoner, och de möjliga utsända signalerna som vägts med kanalsvaret. Mottagaren väljer sedan den signal som har det kortaste avståndet till den mottagna signalen som sin hypotes. Naturligtvis kan ovanstående ekvation beräknas rekursivt genom att behandla de senast mottagna rumssamplen (kallas ofta snapshot) separat, vilket ger möjlighet att utnyttja Viterbialgoritmen som ger ett effektivt sätt att skatta en utsänd sekvens.

Resultatet för den optimala mottagaren i ekv. (34) är allmänt använt i radiokommunikation. För undervattenskommunikation är inte bruset vitt och störningarna har ofta en annan fördelning än Gaussisk, varför den optimala mottagaren kan avvika från ovanstående. En lösning på problemet är att bleka bruset med ett filter före detektorn och utnyttja metriker som är mer robusta mot avvikelser i brusfördelningen. Sådana metriker finns framtagna inom matematisk statistik. Men den optimala mottagaren för undervattenskommunikation utgör i övrigt en forskningsuppgift som återstår.

5.2 Att uppnå bra space-time-koder

En viktig fråga är hur de utsända signalsekvenserna skall se ut för att utnyttja de möjligheter som MIMO-systemen ger. I detta avsnitt beräknas ett villkor som måste vara uppfyllt för en bra kod [5]. Metriken i ekv. (33) ger ett avstånd mellan den mottagna signalen och de olika utsända alternativen. Använd samma avståndsmått, men utnyttja det i stället för att bestämma avståndet mellan två signalsekvenser \mathbf{X}_A och \mathbf{X}_B . Man kan då skriva:

$$d^2(A, B) = \|\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)\|_F^2 \quad (35)$$

Sannolikheten att välja A som mottagarens hypotes då B har sänts ut kan beräknas med hjälp av Q-funktionen, $P(A|B) = Q(d(A, B)/\sqrt{2N_0})$. Denna har inget slutet uttryck, varför vidare manipulering av uttrycket är omöjligt. I stället kan en övre gräns för sannolikheten att ta fel vid ett val mellan sekvenserna A och B beräknas. Genom att utnyttja den övre gränsen för Q-funktionen: $Q(\alpha) \leq \exp(-\alpha^2/2)$, så fås:

$$P(A|B) \leq \exp\left(\frac{-d^2(A, B)}{4N_0}\right) \quad (36)$$

En intressant fråga är hur skall signalerna \mathbf{X}_A och \mathbf{X}_B väljas för att minimera felsannolikheten? Minimering av felsannolikheten är det samma som att maximera avståndet $d(A, B)$. Frobenius-normen kan skrivas om:

$$\|\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)\|_F^2 = \text{tr}(\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)^H \mathbf{H}^H) \quad (37)$$

För att förenkla notationen, definiera $\mathbf{C} = (\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)^H$. Matrisen \mathbf{C} är Hermitsk och kan därför diagonaliseras genom $\mathbf{V}\mathbf{C}\mathbf{V}^H = \mathbf{D}$, där raderna i \mathbf{V} är egenvektorer till \mathbf{C} . Matrisen \mathbf{D} är

diagonal. Diagonalens värden betecknas med κ_p och består av egenvärdena till \mathbf{C} . Matrisen \mathbf{V} är unitär, dvs. $\mathbf{V}\mathbf{V}^H=\mathbf{I}$. Normen i ekv. (37) kan då skrivas om:

$$d^2(A,B) = \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{C}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{H}^H) = \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{V}^H\mathbf{D}\mathbf{V}\mathbf{H}^H) = \sum_{q=1}^r \sum_{p=1}^t \kappa_p |\beta_{pq}|^2 \quad (38)$$

där β_{pq} är ett resultat av multiplikationen $\mathbf{H}\mathbf{V}^H$. Antag att \mathbf{h}_p är den p :te raden i \mathbf{H} och \mathbf{v}_q är den q :te raden i \mathbf{V} , då är skalären $\beta_{pq} = \mathbf{h}_p \mathbf{v}_q^H$. Eftersom \mathbf{V} är unitär spänner dess rader upp en ortonormerad bas. Därför blir β_{pq} oberoende stokastiska variabler med samma varians som \mathbf{h}_p och eftersom varje rad i \mathbf{V} är normerad så blir variansen för β_{pq} lika för alla q . Ekv. (38) insatt i (36) ger gränsen för felsannolikhet:

$$\begin{aligned} P(A|B) &\leq \exp\left(\frac{-1}{4N_0} \sum_{q=1}^r \sum_{p=1}^t \kappa_p |\beta_{pq}|^2\right) \\ &= \prod_{q=1}^r \prod_{p=1}^t \exp\left(\frac{-\kappa_p |\beta_{pq}|^2}{4N_0}\right) \end{aligned} \quad (39)$$

Eftersom alla β_{pq} är oberoende stokastiska variabler, kan medelvärdet av felhalten erhållas genom att ta väntevärdet av varje faktor, i (39), var för sig och multiplicera resultaten. Naturligtvis påverkas felhalten av fädningsparametrarnas värden. Vi måste därför anta något om dessa för att kunna dra några bestämda slutsatser. Fädningsparametrarna, h_{pq} , antas Gaussfördelade och variablerna β_{pq} , som är en vägd summa av h_{pq} , blir därmed också Gaussfördelade. Beloppet av Gaussfördelade variabler blir Rice eller Rayleighfördelat. Antag att den mottagna signalen endast består av reflekterade signaler och ingen direktsignal mellan sändare och mottagare, beloppet $|\beta_{pq}|$ får då en Rayleighfördelning. För att kanalen inte skall påverka signalenergin i medeltal så gäller att $E\{|h_{pq}|^2\}=1$. Därför blir $E\{|\mathbf{h}_p|^2\}=t$, vilket betyder att också $E\{|\beta_{pq}|^2\}=t$. Väntevärdet av en godtycklig faktor i produkten (39), med Rayleighfördelade $|\beta_{pq}|$, blir:

$$E\left\{\exp\left(\frac{-\kappa_p |\beta_{pq}|^2}{4N_0}\right)\right\} = \int_0^\infty \frac{\beta_{pq}}{\sigma_\beta^2} \exp\left(\frac{-\kappa_p |\beta_{pq}|^2}{4N_0}\right) \exp\left(\frac{-|\beta_{pq}|^2}{2\sigma_\beta^2}\right) d\beta_{pq} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_\beta^2 \kappa_p}{2N_0}} \quad (40)$$

där σ_β^2 är variansen för $|\beta_{pq}|$. Variansen kan bestämmas genom att utnyttja att andramomentet $E\{|\beta_{pq}|^2\}=t$ och med hjälp av definitionen för andramoment:

$$t = E\left\{\beta_{pq}^2\right\} = \int_0^\infty \frac{|\beta_{pq}|^3}{\sigma_\beta^2} \exp\left(-\frac{|\beta_{pq}|^2}{2\sigma_\beta^2}\right) d\beta_{pq} = 2\sigma_\beta^2$$

fås att $\sigma_\beta^2 = t/2$. Kom ihåg att κ_p är egenvärdena till \mathbf{C} som är proportionella mot utsänd effekt per akustisk svängare. Eftersom effekten, per svängare, dessutom är omvänt proportionell till antalet svängare, jfr. ekv. (5), så är också κ_p proportionell mot E_b/t . Man kan då definiera en variabel χ_p som är oberoende av t och E_b genom $\kappa_p = \chi_p E_b / t$, vilket ger att $\sigma_\beta^2 \kappa_p = \chi_p E_b / 2$. Utnyttja detta i ekv. (40) som därefter sätts in i ekv. (39). Man finner då att medelvärdet av felsannolikheten blir:

$$\begin{aligned} \bar{P}(A, B) &\leq \prod_{q=1}^r \prod_{p=1}^t \frac{1}{1 + \frac{\chi_p E_b}{4N_0}} \\ &= \prod_{p=1}^t \frac{1}{\left(1 + \frac{\chi_p E_b}{4N_0}\right)^r} \end{aligned} \quad (41)$$

där den sista likheten kunnat göras därför att variansen av $|\beta_{pq}|$ är oberoende av q . Betrakta ett fall där det endast är Γ egenvärden som är skilda från noll, ekv.(41) kan då skrivas om som:

$$\bar{P}(A, B) \leq \prod_{p=1}^{\Gamma} \frac{1}{\left(1 + \frac{\chi_p E_b}{4N_0}\right)^r} < \prod_{p=1}^{\Gamma} \frac{1}{\left(\frac{\chi_p E_b}{4N_0}\right)^r} = \left(\frac{E_b}{4N_0}\right)^{-r\Gamma} \left(\prod_{p=1}^{\Gamma} \chi_p\right)^{-r} \quad (42)$$

Jämfört med en länk där man har en akustisk svängare och en mottagande hydrofon fås en diversitetsvinst på $r\Gamma$ och en kodningsvinst på $(\chi_1 \chi_2 \dots \chi_\Gamma)^{1/\Gamma}$. Ur detta, kan två designkriterier formuleras⁸:

Rangkriteriet: Eftersom $1/(1 + (\chi_p E_b / 4N_0)) < 1$ måste man för att uppnå den minsta felsannolikheten finna det maximala värdet av $r\Gamma$, dvs. maximal diversitet. Symboldifferensmatrisen, $(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)$, måste då ha full rang.

Determinantkriteriet: Felgränsen i (42) minimeras genom att maximera $\prod_p \chi_p = (t/E_b) \det \mathbf{C}$, likheten gäller eftersom värdena på χ_p är proportionella mot egenvärdena till \mathbf{C} . Om en diver-

⁸ Mer kan hittas i: V. Tarok, N. Seshadri and A.R. Calderbank; "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction". IEEE trans. Information theory, Mars 1998.

sitet på $r\Gamma$ är målet, då måste man maximera den minsta determinanten för $\mathbf{C}=(\mathbf{X}_A-\mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A-\mathbf{X}_B)^H$, tagen över alla möjliga kodordspår A och B .

Om kodens symboldifferensmatris inte har full rang existerar det koefficienter som är sådana att en linjärkombination av kolumnerna är noll. Om dessa koefficienter skulle råka vara fädningskoefficienter skulle mottagaren motta samma signaler för två olika utsända symbolmatriser. Med låg rang skulle mottagaren ha svårt att skilja på kodsymbolsmatriserna vid brusig insignal. En kod har full rumsdiversitet om kodens alla symboldifferensmatriser har full rang.

6 Några praktiskt användbara koder

6.1 Alamouti-schemat [6]

I en space-time block-kod fördelas informationssymbolerna, m_k , i både tid och rum, det senare görs genom fördelning över olika svängare. Problemet med att hitta bra space-time-koder går ut på att finna avbildningen från en informationssekvens till en kod i tid och rum, som dessutom skall vara lätt att avkoda. Antag ett transmissionssystem med två sändare och två mottagare. De kodade signalerna som sänds från de akustiska givarna vid tidpunkt k arrangeras i en vektor $\mathbf{x}_k = [x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,t}]$. I detta fall är kodordet två symboler långt och består av en fördelning av ursprungssymbolerna enligt följande matris:

$$\mathbf{X}_k = \sqrt{\frac{P_T}{2}} [\mathbf{x}_k \quad \mathbf{x}_{k+1}] = \sqrt{\frac{P_T}{2}} \begin{bmatrix} m_k & -m_{k+1}^* \\ m_{k+1} & m_k^* \end{bmatrix} \quad (43)$$

Kodorden sänds ut över kanalen, \mathbf{H} , som också lägger till brus, $n_p(k)$. De mottagna signalerna, betecknade med y , på hydrofonerna 1 och 2 vid tidpunkterna k och $k+1$ är:

$$\begin{bmatrix} y_1(k) & y_1(k+1) \\ y_2(k) & y_2(k+1) \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \begin{bmatrix} n_1(k) & n_1(k+1) \\ n_2(k) & n_2(k+1) \end{bmatrix} \quad (44)$$

Att skriva den mottagna signalen med separata ekvationer ger:

$$\begin{aligned} y_1(k) &= \sqrt{\frac{P_T}{2}} [h_{11}m_k + h_{12}m_{k+1}] + n_1(k) \\ y_2(k) &= \sqrt{\frac{P_T}{2}} [h_{21}m_k + h_{22}m_{k+1}] + n_2(k) \\ y_1(k+1) &= \sqrt{\frac{P_T}{2}} [-h_{11}m_{k+1}^* + h_{12}m_k^*] + n_1(k+1) \\ y_2(k+1) &= \sqrt{\frac{P_T}{2}} [-h_{21}m_{k+1}^* + h_{22}m_k^*] + n_2(k+1) \end{aligned} \quad (45)$$

Från en okulärbesiktning av ovanstående ekvationer står det klart att de mottagna signalerna består av fyra oberoende mätningar av m_k och fyra mätningar av m_{k+1} . I enlighet med regeln för maximal ratio kombinerings fås det maximala signal-till-brusförhållandet om mätningarna ordnas i samma fasläge, vägs med signal-till-brusförhållandet och därefter adderas samman.

Eftersom bruset antas stationärt beror SNR endast på kanalens transmission, h_{pq} , därför kan viktningen göras genom att multiplicera de mottagna signalerna med komplexkonjugatet för kanalens transmissionsfaktor, dvs. h_{pq}^* . Om tex. en skattning av m_k önskas, fås då:

$$\begin{aligned} & h_{11}^* y_1(k) + h_{21}^* y_2(k) + h_{12}^* y_1^*(k+1) + h_{22}^* y_2^*(k+1) = \\ & = \sqrt{\frac{P_T}{2}} \left(|h_{11}|^2 m_k + |h_{21}|^2 m_k + |h_{12}|^2 m_k + |h_{22}|^2 m_k \right) + n'_k \end{aligned} \quad (46)$$

där brustermen är $n'_k = h_{11}^* n_1(k) + h_{21}^* n_2(k) + h_{12}^* n_1^*(k+1) + h_{22}^* n_2^*(k+1)$. Genom det sätt som kodningen görs raderas m_{k+1} ut och ett uttryck som bara innehåller symbolen m_k har trollats fram. Eftersom kanalparametrarna är kända av mottagaren, tex. mha. en träningssekvens, kan avkodning göras genom att lösa ekvationen och en skattning av m_k är:

$$\hat{m}_k = \frac{h_{11}^* y_1(k) + h_{12}^* y_1^*(k+1) + h_{21}^* y_2(k) + h_{22}^* y_2^*(k+1)}{|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2} \quad (47)$$

På samma sätt erhålls för m_{k+1} :

$$\hat{m}_{k+1} = \frac{h_{12}^* y_1(k) - h_{11}^* y_1^*(k+1) + h_{22}^* y_2(k) + h_{21}^* y_2^*(k+1)}{|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2} \quad (48)$$

Nu har vi skattningar av m_k och m_{k+1} , som har full diversitetsvinst.

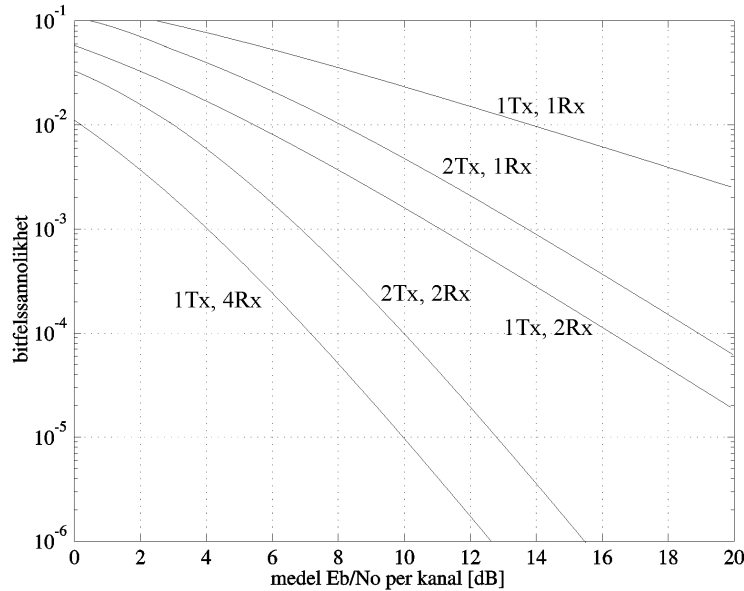


Fig. 10. BER egenskaper för ett BPSK, MIMO-system i en kanal med flat Rayleigh fädning. System med Tx=antal sändare och Rx=antal mottagare.

Denna metod kan generaliseras och kallas då för ortogonal design av space-time block koder.

6.2 Regler för att uppnå bra koder ur Galois kroppsbeskrivning av kod

I space-time-kodning finns många frihetsgrader, tex. antalet svängare vid sändaren, antalet hydrofoner vid mottagaren, antalet tillstånd i koden mm, varför en kodtabell blir ganska omfattande. En hjälp vid konstruktion av bra linjära space-time-faltningskoder för 2^{2^n} -QAM modulation är att använda Σ_o rang teori, som beskrivs i detta avsnitt. Jämfört med att undersöka en kod med de regler som ges i avsnitt 5.2, sparar nedanstående metod en hel del beräkningskraft eftersom sökningen begränsas. Antag att n är ett positivt heltal och att vi önskar konstruera en space-time-kod, med full rumsdiversitet, för en 2^{2^n} -QAM modulerad signal. Nedan beskrivs en metod för att kontrollera om en kod ger full diversitet [9, 10, 11, 12]. Vid beskrivning av kodning, till skillnad från den modulerade signalen, används vanligen ändliga talkroppar.

Komplexa tal i en ring

Den modulerade signalen uttrycks som dess komplexa lågpassekvivalent med hjälp av ett komplext tal. Startpunkten i det här avsnittet är kodens beskrivning i en ändlig komplex talkropp eller ring⁹. Det första begrepp som måste förklaras är därför en ring i ett komplext plan. Ringen $Z_{2^n}(j)$ är en ändlig mängd av tal. Varje element $V \in Z_{2^n}(j)$ består av en reell del, betecknad V_I , och en imaginär del, betecknad V_Q , dvs.:

$$V = V_I \oplus jV_Q \quad (49)$$

Varje del definieras över en ändlig mängd $Z_{2^n} = \{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$ och den imaginära operatorm definieras av $j^2 = -1 = -1 + 2^n$ (notera att likheten gäller endast i en ring). Additionerna och multiplikationerna görs i den komplexa talkroppen genom vanliga additioner och multiplikationer som följs av modulo 2^n operationer på den reella delen respektive den imaginära delen, var för sig. Detta skiljer sig från operationer i $GF(q)$, som inte alltid är modulo q operationer¹⁰.

Avbildning för modulation

Den kodade sekvensen till svängare i består av en ström av N_c symboler som samlas i en vektor \mathbf{x}_i . Vektorerna till alla t svängare samlas i en matris $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t]^T$. Utsignalen från svängare i är modulo 2^n multiplikationen av meddelandesekvensen, \mathbf{m} , och generatormatrisen, \mathbf{G}_i , dvs. $\mathbf{x}_i = \mathbf{m}\mathbf{G}_i$. Efter det att ett kodord har uttryckts med \mathbf{X} transformeras det till modulerade symboler \mathbf{S} , uttryckta i I-Q planet, genom translationsavbildningen:

$$\mathbf{S} = 2\mathbf{X} - \left((2^n - 1) + j(2^n - 1) \right) \mathbf{1}_{N_c \times t} \quad (50)$$

Beteckningen $\mathbf{1}_{N_c \times t}$ står för en $N_c \times t$ matris med ettor som element. Om kodorden är definierade över Z_2 och deras imaginärdel är noll kommer avbildningen att resultera i en BPSK modulerad signal som är definierad över $GF(2)$, eftersom elementen i \mathbf{S} endast antar värdena ± 1 .

⁹ I en ring med basen n uttrycks ett tal med resten vid division med n . Således är tex. $7 \bmod 3 = 1$. ($7/3 = 2 + 1/3$)

¹⁰ $GF(q)$ är en Galois-kropp med basen q .

Ett rangkriterium

För att undersöka diversiteten i koderna, beskrivs konceptet Σ_o rang nedan. Betrakta först en mängd av L koefficienter, $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L\}$, godtyckligt valda från $Z_{2^n}(j)$. Denna mängd kallas ett Σ_o koefficientset om: för åtminstone något element i mängden det existerar en koefficient $\alpha_q = a_q \oplus jb_q$, sådan att summan av real och imaginärdelarna, $a_q + b_q$, är udda (Notationen Σ_o betecknar summation och udda (odd)). Ett exempel på ett Σ_o koefficientset för $L=3$ och $n=2$ är $\alpha_1=1\oplus j3$, $\alpha_2=2\oplus j$ och $\alpha_3=1\oplus j$. Detta är ett Σ_o koefficientset eftersom $2+1$ i α_2 är udda. Å andra sidan är $\alpha_1=1\oplus j3$, $\alpha_2=2\oplus 2j$ och $\alpha_3=1\oplus j$ inte ett Σ_o koefficientset, eftersom alla $a_q + b_q$ är jämna.

Konceptet med Σ_o koefficienter används för att definiera kolumnrangen i Σ_o -mening. En matris \mathbf{V} med kolumnerna $\mathbf{v}_{i1}, \dots, \mathbf{v}_{iL}$, definierade över ringen $Z_{2^n}(j)$, har kolumn Σ_o -rangen L om L är det maximala antalet kolumner som har egenskapen att

$$\sum_{i=1}^L \alpha_i \mathbf{v}_{i1} \neq \mathbf{0} \pmod{2^n} \quad (51)$$

och detta gäller för samtliga Σ_o koefficientset, i ringen $Z_{2^n}(j)$. Så för alla kombinationer av kolumner måste alla olika koefficientset undersökas, vilket snabbt växer till en rejäl sökrymd. På ett liknande sätt kan radrangen i Σ_o -mening definieras. Kolumn och radrangerna är emellertid lika. En $a \times b$ matris \mathbf{V} har full Σ_o rang om Σ_o rangen är lika med det minsta av talen a och b . För att erhålla maximalt möjlig sändardiversitet skall $L=t$.

Rang-villkoret för symboldifferensmatrisen, \mathbf{C} i ekv. (38), kan i en linjär kod bytas ut mot ett rangvillkor för symbolmatrisen för ett enda kodord, eftersom differensen av två kodord är ett nytt kodord. För generatormatrisen \mathbf{G}_i , blir i :te kolumnen kodordsmatrisen: $\mathbf{x}_i = \mathbf{m}\mathbf{G}_i$. För alla informationssekvenser \mathbf{m} och alla Σ_o koefficientset $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t\}$ är:

$$\mathbf{m} \left(\sum_{i=1}^t \alpha_i \mathbf{G}_i \right) \neq \mathbf{0} \pmod{2^n} \quad (52)$$

Då gäller att för varje nollskild kodordsmatris $\mathbf{X} \in C$, där C är mängden med kodord, så har \mathbf{X} full Σ_o rang och därför uppnår koden full rumsdiversitet. Detta är ett tillräckligt, men inte nödvändigt villkor, så det finns koder som har full rumsdiversitet utan att ha full Σ_o rang. Emellertid är detta koncept bra för att finna goda koder. Metoden beskrivs mer utförligt i ref. [12].

Exempel

Betrakta en enkel space-time block-kod för ett system med två svängare, dvs. $L=t=2$, och uppbyggd genom att använda en expurgerad (7,4) Hamming kod, som då blivit en (7,3) kod eftersom giltiga kodord har tagits bort. Koden har byggts upp på vanligt sätt, vilket har gett en generatormatris:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Expurgeringen har gått till så att sista raden har adderats till rad 1 och tre, därefter har sista raden strukits, vilket ger \mathbf{G}_1 . Matrisen \mathbf{G}_2 har konstruerats genom permutation av kolumnerna i \mathbf{G}_1 .

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Detta är en binär kod. De olika Σ_o koefficientsetten för $L=2$ är $\{0, 1\}$, $\{1, 0\}$ och $\{1, 1\}$. Använd testet i (52), för settet $\{1, 1\}$ fås (för att korta ekvationerna har $(\mathbf{A}\mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$ använts)

$$(\mathbf{G}_1^T + \mathbf{G}_2^T) \mathbf{m}^T = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{m}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \oplus m_3 \\ m_1 \oplus m_2 \oplus m_3 \\ m_1 \oplus m_2 \\ m_2 \oplus m_3 \\ m_2 \\ m_1 \\ m_1 \oplus m_2 \oplus m_3 \end{bmatrix} \quad (55)$$

vilket är en nollvektor endast om m_1 , m_2 och m_3 , samtliga är noll. För seten $\{0, 1\}$ och $\{1, 0\}$ kommer endast en av generatormatriserna att påverka resultatet och det är lätt att kolla att resultatet är skilt från noll för båda fallen. Denna kod har därför Σ_o rangen två, vilket ger full rumsdiversitet för två akustiska svängare. Nästa steg är att avbilda kodsymbolerna till modulationssymboler. Detta görs genom att använda ekv. (50). Med BPSK modulation, är $n=1$. Elementen i ringen $Z_2 = \{0, 1\}$ och beräkningarna görs mod 2. Detta ger de modulerande symbolerna för svängare ett:

$$\mathbf{s}_1 = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} - (2^n - 1) \mathbf{1}_{N_c \times 1} = 2 \begin{bmatrix} m_1 - 0,5 \\ m_2 - 0,5 \\ m_3 - 0,5 \\ m_1 \oplus m_3 - 0,5 \\ m_1 \oplus m_2 \oplus m_3 - 0,5 \\ m_1 \oplus m_2 - 0,5 \\ m_2 \oplus m_3 - 0,5 \end{bmatrix} \quad (56)$$

s_2 bestäms på samma sätt men genom att använda G_2 istället. Därefter beskrivs signalpunkterna i det komplexa talplanet av $\mathbf{S} = [s_1 \ s_2]$ som efter translation till lämplig bärvågsfrekvens ger den modulerade signalen.

Exempel

Antag att en QAM space-time faltningskod för två akustiska svängare och en takt på en bit/symbol ska konstrueras. Eftersom modulationen är QAM, sänds fyra bitar per modulationssymbol. Detta innebär att en rate $1/4$ faltningskod måste väljas. Exempelvis har, rate $1/4$ faltningskoden med spannet 5 och fria distansen 16, generator polynomen $(G_{11}=52, G_{21}=56, G_{12}=66, G_{22}=76)_{\text{OKT}}$. En kombination av dessa generatorpolynom utgör de komplexa generatorpolynomen. För svängare ett:

$$G_1 = G_{11} + jG_{21} = 1 + p^2 + p^4 + j(1 + p^2 + p^3 + p^4) \quad \text{mod } 2 \quad (57)$$

För svängare två:

$$G_2 = G_{12} + jG_{22} = 1 + p + p^3 + p^4 + j(1 + p + p^2 + p^3 + p^4) \quad \text{mod } 2 \quad (58)$$

Koefficienterna är komplexa tal och betecknas vid potensen q med $g_{1,q}$ resp. $g_{2,q}$. De kodade signalerna erhålls som vanligt genom multiplikationen av generatorpolynomen med data-sekvensen uttryckt som ett polynom, $(G_{11} + jG_{21})(M_I(p) + jM_Q(p))$. För en data-sekvens av begränsad längd, M , kan man emellertid formulera faltningskodningen med hjälp av en $[(M-1)+N] \times M$ komplex generatormatrix, för tex. G_1 :

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} g_{1,0} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ g_{1,1} & g_{1,0} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & g_{1,1} & \ddots & \ddots & \vdots \\ g_{1,N} & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & g_{1,N} & & & g_{1,0} \\ \vdots & 0 & \ddots & & g_{1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & g_{1,N} \end{bmatrix}^T \quad (59)$$

där elementen är komplexa tal i enlighet med (49) och generatorpolynomets gradtal är $N-1$. På grund av strukturen hos \mathbf{G} , med nollor i två hörn, är rangen alltid $\min\{(M-1)+N, M\}$. Eftersom beräkningarna är modulooperationer finns det värden på m som ändå ger rangen noll. Ett sådant exempel är om en godtycklig symbol i meddelandet har värdet $m_i=2^{n-1}$ och resten är nollor. Insatt i ekv. (59), med alla operationer tagna modulo 2^{n-1} , ger detta ett kodord som är noll om generatorpolynomet innehåller endast jämna koefficienter. Denna observation är generell, så för att ett generatorpolynom skall ge full diversitet måste åtminstone någon koefficient i generatorpolynomet vara udda. Eftersom att i ovanstående generatorpolynom, G_1 och G_2 , alla nollskilda koefficienter är ett, dvs. udda, så ger denna kod full diversitet.

Eftersom QAM är en tvådimensionell modulation måste en komplex insignal genereras. Separera den inkommande symbolströmmen i två, en som representerar reella värden $M_I(p)$,

och en annan som representerar imaginära värden $M_Q(p)$, genom att ta varannan symbol och rikta dom till vardera strömmen. Detta ger en komplex ström lämplig för QAM. I detta fall är strömmarna av ändlig längd och symbolerna kan ordnas i tidsföljd i en komplex vektor: $\mathbf{m}_I \oplus j\mathbf{m}_Q$. Då blir den kodade symbolströmmen för svängare ett:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{G}_1^T (\mathbf{m}_I \oplus j \mathbf{m}_Q)^T \quad (60)$$

och för svängare två

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{G}_2^T (\mathbf{m}_I \oplus j \mathbf{m}_Q)^T \quad (61)$$

Efter att ha anordnat vektorerna i en matris $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]$ görs avbildningen till QAM symboler, uttryckt som komplex lågpassekvivalent, med:

$$\mathbf{S} = 2\mathbf{X} - (1+j)\mathbf{1}_{N_c \times t} \quad (62)$$

Trots att operationerna ovan är matrismultiplikationer kan signalerna till givarna $\{s_1, \dots, s_t\}$ genereras genom en faltning med insignalen, på vanligt sätt för faltningskoder. För en ström med tidsindex k , görs en avbildning mellan den komplexa strömmen $m_{I,k} \oplus j m_{Q,k}$ och strömmen av utgående symboler $\mathbf{S}_k = [s_{1,I,k} \oplus j s_{1,Q,k} \quad s_{2,I,k} \oplus j s_{2,Q,k}]$. Ett blockschema för avbildningen av signalen till svängare ett visas i fig. 11.

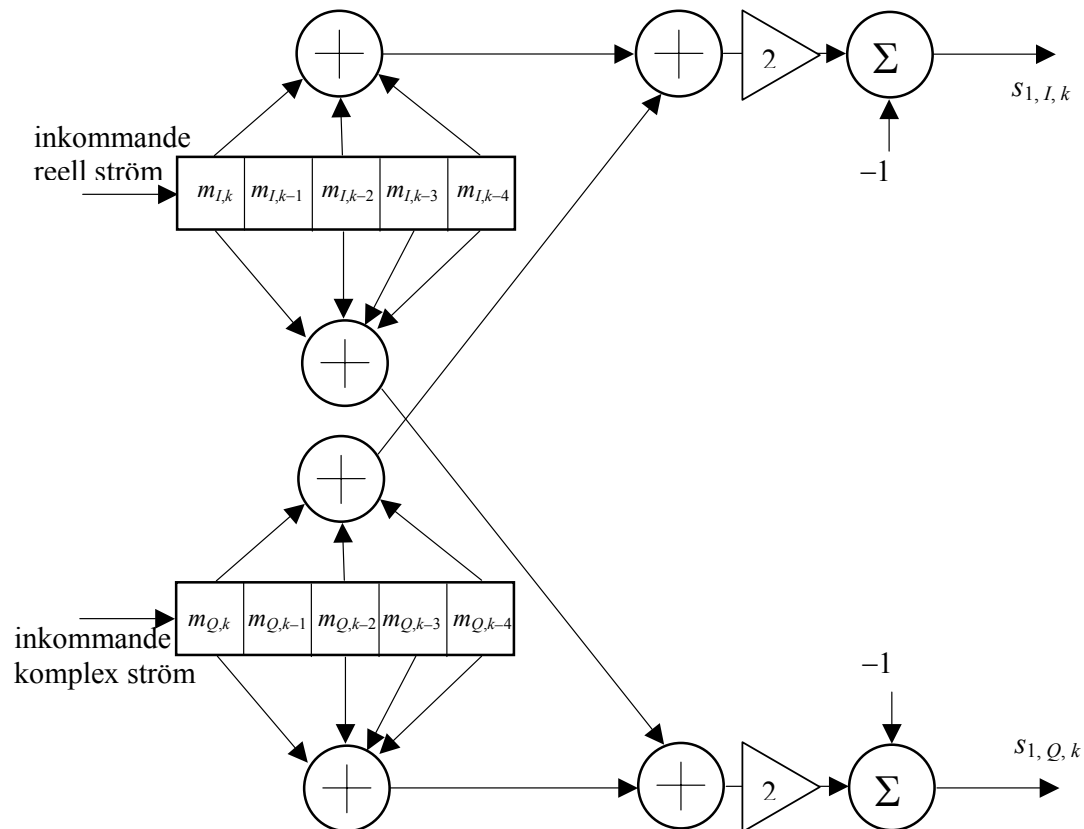


Fig. 11 Blockschema för kodning och transformation av signalen till svängare ett.

7 Avslutning

I denna rapport har vi argumenterat för användningen av MIMO-system i undervattenskommunikation. Genom ett resonemang om utbredningen av akustiska vågor, i främst grunda vatten, har det gjorts troligt att diversitetsvinst, och därmed bättre kommunikations-egenskaper, kan erhållas genom användning av vertikala sändar- och/eller mottagararrayer. Detta resonemang måste naturligtvis verifieras genom datorsimuleringar och praktiska mätningar.

För att visa den kapacitetsvinst som kan erhållas och ge läsaren en förståelse för de villkor som måste uppfyllas har vi i rapporten härlett kapacitetsformeln (10) och några villkor för att erhålla bra koder. Det krävs att de signaler som når mottagaren är okorrelerade för att skapa de oberoende kanaler som behövs för en linjär ökning av kanalkapaciteten när antalet svängare och hydrofoner ökar. Detta kan uppnås med en överföringskanal som är rik på spridare. Enkelt kan det ses som att mottagaren skall kunna sätta upp ett ekvationssystem och lösa ut de olika signalerna som skickas in i kanalen (detta ger dock inte den optimala mottagaren). Ju rikare kanalen är ju fler oberoende kanaler kan den upprätthålla. I extremfallet där den bara kan upprätthålla en kanal är lobformning det bästa man kan göra men kapaciteten ökar då bara med logaritmen av antalet svängare och hydrofoner. De olika kanalerna kan endera användas till att överföra mer information eller öka redundansen i meddelandet och därmed få en säkrare kommunikation. Med en enkel kod, som Alamoutis kod (eller ortogonal kod), kan man lätt tillgodogöra sig en diversitetsvinst och för tex. ett system med två svängare och två hydrofoner få fyra diversitetskanaler. Skall man dessutom tillgodogöra sig en kodningsvinst måste mer avancerad kodning användas, tex. spaljékoder. För att visa på förekomsten av användbara space-time koder har några exempel på praktiska koder getts. En utvärdering av koderna görs i de artiklar där dom hämtats, ref. [6-12].

Fortsatta studier

De kodningsmetoder som har behandlats här är endast en mycket liten del av alla koder som presenteras i forskningslitteraturen. Dessutom har Turbokoder i MIMO sammanhang inte alls behandlats här. Ett annat område som är oundgängligt för snabb dataöverföring under vatten och som har lämnats därhän i denna rapport är utjämning. De flesta koder för MIMO utgår ifrån att symbolerna är oberoende i tiden. I undervattenskommunikation är impulssvaret långt därför gäller inte antagandet om oberoende symboler. Varje mottagarkanal måste därför förses med en utjämnare för varje givarsignal. Tillsammans med Turboutjämning kan mycket bra egenskaper erhållas. I ett komplett system för hög datatakt är det nödvändigt att utjämnare inkluderas. Detta får ev. behandlas i en kommande rapport. De metoder som har beskrivits i denna rapport är alla hämtad från radiokommunikation. Där är antagandet om vitt Gaussiskt brus tillräckligt. Men i undervattenskanalen är bruset färgat och ibland icke Gaussiskt fördelade. För att fullt ut anpassa MIMO metoderna till akustiskt undervattenskommunikation skulle också ett teoretiskt forskningsarbete behöva göras som tar hänsyn till undervattenskanalens speciella egenskaper.

8 Referenser

- [1] I.E. Telatar; "Capacity of Multiantenna Gaussian Channels". Eur. Trans. Telecommun. Nov./Dec. 1999, pp. 585-595.
- [2] Wennström, M.; Helin, M.; Rydberg, A.; Öberg, T.; "On the optimality and performance of transmit and receive space diversity in MIMO channels". IEE Technical Seminar on MIMO Communication Systems, Dec. 12:th, 2001.
- [3] S. Sandhu, A. Paulraj; "Space-Time Block codes: A Capacity Perspective". IEEE communications letters, Dec. 2000, pp. 384-386.
- [4] A.F. Naguib, R. Calderbank; "Space-time coding and signal processing for high data rate wireless communications". Wireless communications and mobile computing, 2001, pp.13-34.
- [5] V. Tarokh, N. Sesharadi, A.R. Calderbank; "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Constuction". IEEE trans. on information theory, March 1998, pp. 744-765.
- [6] S. M. Alamouti; "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications"; IEEE sel. areas in communication, Oct. 1998, pp. 1451-1458.
- [7] X. Lin, R.S. Blum; "Systematic Design of Space-Time Codes Employing Multiple Trellis Coded Modulation"; IEEE trans. on communications, Apr. 2002, pp. 608-615.
- [8] G.G. Raleigh, J.M. Cioffi; "Spatio-Temporal Coding for Wireless Communication"; IEEE trans. on communications, March 1998, pp. 357-366.
- [9] M.O. Damen, A. Tewfik, J-C. Belfiore; "A Construction of a Space-Time Code Based on Number Theory". IEEE trans. on information theory, March 2002, pp. 753-760.
- [10] A.R. Hammons, H.E. Gamal; "On the Theory of Space-Time Codes for PSK Modulation"; IEEE trans. on information theory, March 2000, pp. 524-542.
- [11] H.E. Gamal, A.R. Hammons; "On the Design and Performance of Algebraic Space-Time Codes for BPSK and QPSK Modulation"; IEEE trans. on communications, June 2002, pp. 907-913.
- [12] Y. Liu, M.P. Fitz, O.Y. Takeshita; "A Rank Criterion for QAM Space-Time Codes". IEEE trans. on information theory, Dec. 2002, pp. 3062-3079.
- [13] M. Wennström; "On MIMO Systems and Adaptive Arrays for Wireless Communication". PhD dissertation, Uppsala University, Sweden 2002.
- [14] Jouni Rantakokko et. al. "Adaptive Techniques for Tactical Communication Systems". FOI rapport FOI-R----SE.