



Känslighetsanalys av robotmodell

AGNES RENSFELT

FOI är en huvudsakligen uppdragsfinansierad myndighet under Försvarsdepartementet. Kärnverksamheten är forskning, metod- och teknikutveckling till nytta för försvar och säkerhet. Organisationen har cirka 1000 anställda varav ungefär 800 är forskare. Detta gör organisationen till Sveriges största forskningsinstitut. FOI ger kunderna tillgång till ledande expertis inom ett stort antal tillämpningsområden såsom säkerhetspolitiska studier och analyser inom försvar och säkerhet, bedömning av olika typer av hot, system för ledning och hantering av kriser, skydd mot och hantering av farliga ämnen, IT-säkerhet och nya sensorers möjligheter.



FOI
Totalförsvarets forskningsinstitut
164 90 Stockholm

Tel: 08-55 50 30 00
Fax: 08-55 50 31 00

www.foi.se

FOI-R--3637--SE
ISSN 1650-1942

Februari 2013

Agnes Rensfelt

Känslighetsanalys av robotmodell

Titel	Känslighetsanalys av robotmodell
Title	Sensitivity Analysis of Missile Model
Rapportnummer	FOI-R--3637--SE
Månad	Februari
Utgivningsår	2013
Antal sidor	38
ISSN	ISSN-1650-1942
Uppdragsgivare	Försvarsmakten
Projektnummer	E36501
Godkänd av	Lars Höstbeck <small>Chef, Informations- och aerosystem</small>
Ansvarig avdelning	Informations- och aerosystem

FOI Totalförsvarets forskningsinstitut

Detta verk är skyddat enligt lagen (1960:729) om upphovsrätt till litterära och konstnärliga verk. All form av kopiering, översättning eller bearbetning utan medgivande är förbjuden

Sammanfattning

I denna rapport redovisas en känslighetsanalys på en förenklad modell av en luftvärnsrobot. Syftet med arbetet är tvådelat. Dels utförs en litteraturstudie på området känslighetsanalys för flygplans- och robotmodeller, där det aktuella forskningsläget undersöks och sammanfattas, och dels utförs en känslighetsanalys på en befintlig robotmodell med avseende på ett antal ingående parametrar. Fokus i denna känslighetsanalys ligger vid hur stor del av modellvariationen som kan härledas till de enskilda parametrarna och att identifiera de parametrar som har störst inverkan på modelluppförandet. Syftet med analysen är att förstå hur olika parametrar påverkar modellens uppförande och resultatet från denna studie är tänkt att kunna användas vid utveckling av nya robotmodeller. Känslighetsanalysen i rapporten är utförd med avseende på robotens prestanda. Som mått på prestandan används robotens räckvidd, både i form av skjutlappar och som räckvidd i en enda riktning. Skjutlappar ger information om räckvidden i alla olika riktningar runt avfyrningspunkten, men är mycket beräkningskrävande att ta fram. Räckvidden i en enda riktning utvärderades därför som ett mindre beräkningskrävande alternativ. Olika analysmetoder, med olika krav på beräkningskapacitet, har också undersökts inom ramen för detta arbete. Samtliga analysmetoder visar på enhetliga resultat, där motståndskoefficienten identifierades som den i särklass mest inflytelserika parametern. Därefter följer olika motorparametrar som specifik impuls, brinntid och bränslemassa. Det enda undantaget är brinntiden för boostern, vilket antyder att kraftutvecklingen i boostern är mer betydelsefull än hur länge raketsteget brinner. Resultaten sammanställs och utvärderas i ett separat avsnitt för att underlätta användning vid framtida modellutveckling. För bättre förståelse visualiseras resultaten också i form av olika skjutlappar och spridningsplottar. Arbetet i denna rapport är en fortsättning och utvidgning av en tidigare analys, där skjutlappar användes som prestandamått. I detta arbete har fokus lagts på att tydliggöra och visualisera resultaten, samt att undersöka mindre beräkningskrävande målfunktioner.

Nyckelord

Känslighetsanalys, parametervariation, robotmodell, modellering, simulering, skjutlappar

Abstract

In this report, a sensitivity analysis of a simplified model of a surface-to-air-missile (SAM) is presented. The purpose of the work is twofold. First, a literature study in the area of sensitivity analysis for aircraft and missile models is conducted, where the state-of-the-art in this area is examined and summarized. Secondly, a sensitivity analysis of a given missile model is performed with respect to a number of different input parameters. The focus of this analysis is on how much of the model variation that can be contributed to the individual parameters, and to identify the parameters that have the greatest impact on the model behavior. The purpose of this work is to understand how perturbations in the parameters affect the model's behavior, and the results from this study are intended to aid the development of new missile models.

The sensitivity analysis in the report is made with respect to the missile performance. The range of the missile is used as performance measure, both in the form of launch diagrams as well as the range in a single direction. Launch diagrams provide information on the range in all different directions around the launch site, but it is computationally expensive to estimate. The range in a single direction were therefore evaluated as a less computationally expensive alternative. Various methods for sensitivity analysis, with different requirements of computational capacity, were also studied.

All the studied methods show consistent results, where the drag coefficient was identified as the single most influential parameter. This is followed by various engine parameters, such as specific impulse, burn time, and fuel mass. The only exception is the burn time of the booster, which indicates that the power development in the booster is more important than for how long time the rocket stage burns. The results are compiled in a separate section, in order to facilitate the use in future model development. For better understanding, the results are also visualized in different launch diagrams and scatter plots.

The work in this report is based on a previous analysis, where launch diagrams were also used as performance measure. This work is a continuation and extension of that analysis, and the aim is to clarify and visualize the results as well as examining less computationally demanding objective functions.

Keywords

Sensitivity analysis, parameter variation, missile model, modelling, simulation, launch diagrams

Innehåll

1 Inledning	7
1.1 Bakgrund	7
1.2 Introduktion till känslighetsanalys	7
2 Litteraturstudie	11
2.1 Studier vid FOI	11
2.2 Studier från resten av världen	11
2.3 Analys av litteraturstudie och förslag på fortsatt arbete	12
3 Känslighetsanalys	15
3.1 Robotmodell	15
3.2 Scenario och målfunktioner	16
3.3 Analys	18
3.3.1 Lokal extremvärdesanalys	18
3.3.2 OAT analys	22
3.4 Sammanfattning av känslighetsanalys	28
4 Slutsatser och fortsatt arbete	31
4.1 Slutsatser	31
4.2 Fortsatt arbete	32
A Parametervärden	35
A.1 Modellparametrar	35
A.2 Beräkning av C_D och C_L	36
Litteraturförteckning	37

1 Inledning

1.1 Bakgrund

I denna rapport studeras en förenklad 3DOF-modell av en luftvärnsrobot i syfte att förstå hur olika modellparametrar påverkar robotens uppförande. Studien är utförd inom FoT¹-projektet *Vapensystemvärdering*, som syftar till att värdera och analysera vapensystem på systemnivå. De metoder som används är oftast simuleringsbaserade, vilket har fördelen att vissa svåra och komplicerade frågor kan analyseras utan behov av dyra tester. För att simuleringsresultaten skall vara rättvisande krävs dock tillförlitliga modeller, vilket betyder att verifiering och validering av de underliggande modellerna är en ständigt återkommande fråga.

De modeller som används för simulering är ofta en sammansättning av matematiska och empiriska modeller. Dessa innehåller en mängd olika parametrar som styr modellens uppförande. För att få ett realistiskt uppförande är det därför viktigt att hitta bra värden för dessa parametrar. Det är också viktigt att förstå till vilken grad de olika parametrarna påverkar modellen. Vissa parametrar påverkar till exempel modellen i en högre grad, och är därför viktigare att bestämma noggrant, medan andra inte har så mycket inflytande och därför kan bestämmas approximativt eller helt rationaliseras bort. Studiet av hur olika parametrar inverkar på en modells uppförande brukar benämnas *känslighetsanalys*, och beskrivs mer ingående nedan.

Målsättningen med denna studie är att utföra en känslighetsanalys på en robotmodell, med avseende på ett antal ingående parametrar. Syftet är att förstå hur de enskilda parametrarna påverkar robotmodellens uppförande och resultatet från denna studie är tänkt att kunna användas vid utveckling av nya robotmodeller. Vid utvecklingen av en ny robotmodell är det viktigt för utvecklaren att veta vilka parametrar, eller vilka delar av modellen, som betyder mest för robotens totala uppförande. Arbetet kan då fokuseras på att hitta så bra värden som möjligt för dessa parametrar.

I samband med den analys som utförs i detta arbete utvärderas också ett antal olika metoder och målfunktioner för känslighetsanalys och fördelar/nackdelar med dessa lyfts fram. Tanken är att denna utvärdering skall kunna underlätta framtida analyser av liknande system.

1.2 Introduktion till känslighetsanalys

Känslighetsanalys har en lång tradition och har använts för att studera system inom många olika områden. Till områden där känslighetsanalys använts hör bland annat sociala [1], fysiologiska [2], ekologiska [3], ekonomiska [4] och inte minst tekniska modeller och system. Robotmodellen i denna studie är ett exempel på ett tekniskt system. Vid FOI har känslighetsanalys bland annat tidigare använts vid modellering av akustisk vågutbredning i havet, eller mer specifikt hur transmissionsförluster påverkas av olika bottenparametrar [5, 6].

Känslighetsanalys är studiet av hur känslig en modell är med avseende på osäkerhet i modell- och inparametrar, och är därför en viktig del i all modellutveckling. Känslighetsanalys kan till exempel användas för att avgöra vilka

¹Forskning och Teknikutveckling

parametrar som har stor inverkan på modellutfallet och därför behöver bestämmas extra noggrant. Ett annat användningsområde för känslighetsanalys är modellabstraktion, där analysen kan användas för att identifiera parametrar som endast påverkar utfallet i begränsad skala och därför kan abstraheras bort.

En introduktion till ämnet känslighetsanalys ges i boken [7] och ett flertal i sammanhanget relevanta artiklar har publicerats, se bland annat [8, 9, 10, 11]. Känslighetsanalys som grund för modellabstraktion behandlas i bland annat [12].

Metoder för känslighetsanalys kan grovt delas in i två kategorier; *lokal* och *global* känslighetsanalys. I en lokal analys undersöks modellens uppförande i ett litet område kring en nominell modell med hjälp av partiella derivator. Derivatorna kan antingen bestämmas analytiskt, eller approximeras numeriskt till exempel med hjälp av Taylorserieutveckling. Vanligtvis används bara derivator av första ordningen, vilket ger information om de olika parametrarnas direktpåverkan vid en liten störning från det nominella värdet. Vill man analysera eventuella kopplingar mellan parametrarna kan högre ordningens partiella derivator användas.

Att utvärdera derivatorna analytiskt har sina fördelar, då man bland annat får väl definierade uttryck som relaterar modellens känslighet till de individuella parametrarna. Nackdelen är att endast enkla modeller kan utvärderas analytiskt och att detta förutsätter kontinuerligt deriverbara funktioner. Sådana modeller förekommer tyvärr sällan och att undersöka en modell analytiskt inbegriper därför ofta kraftiga förenklingar. I takt med att datorernas beräkningskraft ökat har analytiska studier blivit allt mer sällsynta.

En nackdel med lokal känslighetsanalys är att den förutsätter linjära modeller och en icke-linjär modell måste därför linjäriseras kring det nominella värdet (till exempel Taylorserieutvecklingen ovan). Detta medför att analysen bara är tillförlitlig i ett litet intervall runt det nominella värdet. Utanför detta intervall är analysen inte längre giltig. För att undersöka ett större parameterområde används därför ofta s.k. global analys. En global analys är för det mesta samplingsbaserad, där modellen evalueras upprepade gånger för olika parameteruppsättningar. Parametrarna kan därför tillåtas variera inom ett godtyckligt intervall, därav den globala aspekten, och en av fördelarna är att man kan studera modellens uppförande för parametrarnas hela variationsområde. Dessa kan antingen varieras en och en (en s.k. one-at-a-time, OAT, analys)² eller simultant. Den senare metoden ger också information om eventuell interaktion mellan parametrarna. En global analys är också enkel att anpassa till olika sorters system, eftersom man inte gör några antaganden om modellens uppbyggnad. En nackdel detta för med sig är dock att analysen måste göras om från början för varje ny modell. En annan nackdel är att systemet måste evalueras för ett stort antal parameteruppsättningar om analysen skall bli heltäckande. Antalet parameterkombinationer som måste undersökas växer också exponentiellt med antalet parametrar, varför olika metoder för att begränsa mängden parameterkombinationer ofta används. En global analys inbegriper ofta följande delar:

- **Sampling av parameterrummet.** Att välja en representativ uppsättning parameterkombinationer är en viktig del av analysarbetet. Två vanliga metoder för att generera parameterkombinationer är *slumpmässig*

²Notera dock att endast en reducerad del av parameterrummet undersöks om parametrarna varieras en och en.

sampling av parameterrummet, samt s.k. *latin hypercube sampling*. Slumpmässig sampling är enkel att använda, men kräver ofta ett stort antal samplingar för ett heltäckande resultat, medan latin hypercube sampling är mer strukturerad och färre parameterkombinationer behöver därför utvärderas. Ofta förses också varje parameter med en sannolikhetsfördelning, baserad på *á priori* kunskap om parameterns förväntade variation. Finns ingen sådan kunskap är en likformig fördelning den absolut vanligaste.

- **Analys och presentation av resultat.** Spridningsplottar, där de enskilda parametrarna plottas mot det observerade simuleringsresultatet, är ett vanligt förekommande sätt att presentera resultatet av en känslighetsanalys. Det ger en intuitiv förståelse av hur känslig modellen är med avseende på de olika parametrarna och används ofta på ett inledande stadium av analysen. Andra sätt att analysera kopplingen mellan parameter och modellutfall är bland annat korrelations- och regressionsanalys. Båda kvantifierar hur mycket av utfallet som kan tillskrivas en viss parameter; korrelationsanalys genom att studera korrelationen mellan parameter och modellutfall, medan regressionsanalys bygger upp en metamodel av beroendet mellan modellutfall och en eller flera parametrar. Koefficienterna i denna modell kan sedan användas som ett mått på den enskilda parameterns inverkan på resultatet.

En genomgång av olika metoder för samplingsgenerering och analys finns i [8].

I praktiken inleds en känslighetsanalys ofta av en s.k. screening-fas, där en förenklad analys baserad på ett litet antal samplingar utförs. På detta sätt kan man i ett tidigt stadium få en bild av vilka parametrar som är mest signifikanta och därmed begränsa antalet parametrar som behöver tas med i en fullständig analys.

2 Litteraturstudie

Ett antal studier av känsligheten hos robotmodeller har utförts genom åren, både på FOI och andra forskningsinstitut runt om i världen. Huvuddragen hos dessa studier är sammanfattade nedan. Huruvida resultaten från dessa studier är direkt applicerbara på frågeställningen i denna rapport diskuteras också.

2.1 Studier vid FOI

Tre studier på känsligheten hos robotmodeller som tidigare gjorts på FOI är [13, 14] och [15]. Dessa bygger på varandra och syftar till att undersöka hur olika metoder för känslighetsanalys kan tillämpas på flygplans- och robotmodeller. Fokus ligger därför främst på metoder och metodutveckling, och någon systematiskt känslighetsanalys av modellen utförs endast i begränsad skala. Särskilt lyfts optimeringsbaserade metoder fram. Dessa används för att hitta extremvärden för modellvariationen när de undersökta parametrarna varieras inom ett specificerat parameterområde. Detta ligger utanför problemformuleringen för denna studie och därför inte kommer beröras i fortsättningen. Fokus i denna studie ligger istället vid hur stor del av modellvariationen som kan härledas till de enskilda parametrarna och att identifiera de parametrar som har störst inverkan på modelluppförandet.

I rapporten [14] används också två metoder för känslighetsanalys tillsammans med skjutlappar¹, vilket ger en god bild av hur olika parametrar påverkar robotmodellens räckvidd. De metoder som undersöktes var dels en lokal metod, där partiella derivator estimerades på numerisk väg, samt en simuleringsbaserad metod kopplad med regressionsanalys för att bestämma i vilken grad de olika parametrarna bidrar till slutresultatet. Parametrarna rangordnades också med avseende på känsligheten, med den aerodynamiska motståndskoefficienten som den i särklass mest inflytelserika parametern.

2.2 Studier från resten av världen

Ett antal icke hemliga studier på olika robotmodeller har genomförts av forskarlag runt om i världen. Målsättningen med analysen varierar med de olika studierna. I [16, 17, 18, 19] studeras till exempel olika reglersystem (autopilot, höjddreglering och reglering av gir- och tipp-vinklarna) och hur dessa påverkas av olika aerodynamikparametrar. Referenserna [20, 21, 22] fokuserar istället på prestanda och studerar hur bland annat aerodynamikparametrar påverkar räckvidd och bomavstånd. Slutligen kan referensen [23] nämnas, där en enkel modell för en s.k. ”aero-assisted booster” används för att undersöka hur förhållandet mellan massa och nyttolast påverkas av bland annat aerodynamik, framdrivning och trajektoria. Målsättningen med studien är att undersöka hur stor nyttolast som kan placeras i omloppsbanan när ovanstående parametrar varieras.

I alla ovanstående studier undersöks på något sätt modellernas känslighet med

¹Skjutlappar ger en kvantitativ bild av robotens räckvidd och förmåga att bekämpa mål. Givet målets höjd, hastighet och anflygningsvinkel anger en skjutlapp den yta inom vilken målet måste befinna sig vid avfyrningsögonblicket för att roboten skall träffa. Skjutlappar för en stor mängd olika fall utvärderas för att ge en övergripande bild av robotens prestanda. I analysen i [14] analyseras skjutlappar för ett enskilt fall, men med olika parametreringar av roboten.

avseende på olika aerodynamikparametrar. Referenserna [20, 23] tar även andra parametrar i beaktande; i referensen [20] studeras totalt 14 parametrar som inbegriper aerodynamik, förbränning och bränslemängd och i [23] studeras förutom aerodynamikparametrarna både hastighet och specifik impuls (S_I). Hur många parametrar som inkluderas i en studie beror också på hur detaljrikt de olika komponenterna är modellerade. Referenserna [17, 18, 21] har till exempel en omfattande dynamikmodell och upp till 10 olika parametrar kopplade till aerodynamiken undersökts. Referenserna [20, 23] har istället en kraftigt förenklad modell, där aerodynamiken beskrivs av motståndskoefficienterna enbart. Intressant är att notera att motståndskoefficienten lyfts fram som extra signifikant för känsligheten i prestanda (räckvidd och bomavstånd) i samtliga studier där denna studeras. Det enda undantaget är [20], där parametrar kopplade till motorns effektivitet lyfts fram som mer intressanta. Särskiljande för denna studie är dock att motorkomponenten är av större intresse och därför är mer noggrant modellerad än i övriga studier.

De målfunktioner som används skiljer sig också mellan studierna. Som nämndes ovan fokuserar de prestandabaserade analyserna på de olika parametrarnas inverkan på räckvidd och bomavstånd. De reglerbaserade analyserna tittar istället på egenskaper hos det slutna systemet, och bland annat stigtid, översläng, robusthet och polplacering analyseras. I de allra flesta fall utvärderas känsligheten numeriskt, varför inga analytiska uttryck finns för att relatera de undersökta parametrarna till målfunktionen. Enda undantaget är [18, 21], där helt analytiska metoder används som en del av studien men då på kraftigt förenklade och linjäriserade modeller.

Den vanligaste metoden för känslighetsanalys i de ovan nämnda referenserna är lokal analys, där partiella derivator utvärderas numeriskt för att undersöka avvikelser från en nominell modell när olika parametrar varierar. Av de ovanstående referenserna är det endast [16, 21] som utför globala, simuleringsbaserade studier där parametrarna varierar antingen en och en eller tillsammans.

Sammanfattning av litteraturstudie: Absolut vanligast är att studera olika aerodynamikparametrar, men vilka som studeras är beroende på hur robotens dynamik modelleras. De analyser som utförs är antingen fokuserade på olika regler-system, där olika egenskaper hos det slutna systemet undersöks, eller prestandabaserade med räckvidd och bomavstånd som målfunktion. Lokala analyser, där partiella derivator utvärderas på numerisk väg, dominerar bland studierna. Endast ett fåtal utför en global analys.

2.3 Analys av litteraturstudie och förslag på fortsatt arbete

Den första slutsatsen som kan dras av litteraturstudien är att endast ett fåtal känslighetsanalyser av robotmodeller har publicerats. De befintliga analyserna utförs dessutom med olika målsättning (fokus på reglering eller prestanda) och modellerna är utformade för att illustrera olika koncept. I vissa studier är till exempel framdrivning ett prioriterat område och motorkomponenten är därför modellerad i detalj. I andra studier är istället dynamikkomponenten utförligt modellerad, medan navigering och framdrivning är av underordnad betydelse. Utanför FOI har därför ingen analys påträffats varit tillämpbar på dels den målsättning (prestanda) och den klass av robotmodell som är aktuell i denna studie. Referenserna [20, 21] kan dock lyftas fram som de mest intressanta för vår analys, då båda studerar prestanda hos olika robotmodeller.

Inom FOI har tre olika studier av robotmodeller genomförts. Fördelen med dessa studier är att både målsättning och de modeller som används överens-

stämmer med inriktningen för denna studie. Dessutom kan samma robotmodell användas, vilket gör det lätt att bygga vidare på eventuella resultat. Fokus i dessa studier ligger dock främst vid metoder och metodutveckling, och en reell känslighetsanalys utförs därför bara i mindre skala i [14].

I [14] utförs en lokal känslighetsanalys, baserat på första ordningens partiella derivator, där derivatorna utvärderas numeriskt med hjälp av finita differenser. Dessutom utförs en global simuleringsbaserad Monte Carlo-analys, där alla parametrar varieras simultant. Inverkan av de enskilda parametrarna på slutresultatet kvantifieras sedan med hjälp av en första ordningens regressionsanalys. Målfunktionen i båda analyserna är baserad på skjutlappar och som mått på robotens prestanda används medelvärdet av avstånden till den yttre gränsen av skjutlappen. Medelvärdet baseras på avstånden i ett antal olika riktningar (vinklar) från robotens avfyringspunkt. De parametrar som undersöks är kopplade till aero- och robotdynamiken samt till egenskaperna hos robotmodellens olika raketsteg.

Analysen i [14] är en utmärkt utgångspunkt för en fortsatt analys. För att göra den lättare att tillämpa i utvecklingen av robotmodeller kan den dock vidareutvecklas på ett antal punkter. Dessa inbegriper:

- **Hur skall resultaten tolkas?** I [14] rangordnas de olika parametrarna efter känslighet baserat på ett framräknat känslighetsindex. Av studien framgår dock inte tydligt hur detta känslighetsindex skall tolkas. Vad säger till exempel indexet mer än vilka parametrar som är av störst intresse? Detta bör förtydligas i en fortsatt analys.
- **Variera de olika parametrarna en och en.** I den globala studien i [14] varieras alla parametrar simultant, vilket kräver att en stor mängd parameterkombinationer undersöks för att få en bra upplösning av parameterrummet. Detta är både tids- och beräkningskrävande och en sådan analys måste därför begränsas i omfattning. Det kan också vara svårt att isolera effekten från de enskilda parametrarna då alla parametrar varieras samtidigt, och en mindre beräkningskrävande analys där parametrarna varieras var för sig kan därför vara av intresse. En nackdel som detta för med sig är dock att hela parameterrummet inte kan utforskas, eftersom eventuella kopplingar mellan parametrarna inte beaktas. Önskas en mer heltäckande analys bör därför parametrarna tillåtas samvariera, vilket behandlas nedan.
- **Kopplingar mellan olika parametrar.** Parametrarna kan också varieras simultant, för att komplettera en analys där parametrarna varieras en och en. Fördelen med att variera parametrarna simultant är att eventuella kopplingar mellan parametrarna kan analyseras. Det kan till exempel vara så att en parameter bara påverkar känsligheten under inflytande av en annan parameter. En sådan analys sker i [14], där parametrarna samvarieras i en global Monte Carlo-analys, men den regressionsmodell som används för att kvantifiera resultaten utnyttjar bara parametrarnas inverkan en och en och eventuella korskopplingar analyseras aldrig. För att göra detta måste högre ordningens termer tas med i regressionsmodellen, eller på annat sätt införlivas i analysen.
- **Visualisering.** Resultaten i [14] presenteras som ett slags känslighetsindex, där de undersökta parametrarna rangordnas efter värde på detta index. Hur detta rent konkret påverkar skjutlapparna, och räckvidden i allmänhet, är däremot mindre tydligt. Visualisering är därför en viktig

del för att förstå parametrarnas inverkan på prestanda. Ett förslag på visualisering är överlagrade skjutlappar som visar hur den yttre gränsen för skjutlappen varierar med de olika parameteruppsättningarna. Detta kan ses som en variant av de spridningsplottar som ofta används för känslighetsanalys. En annan möjlighet är att använda sig av det medelvärde som räknas fram i [14] och representera detta i en spridningsplot.

- **Mindre beräkningskrävande målfunktion.** Att ta fram en skjutlapp är mycket beräkningskrävande. I ett inledande stadium av analysen kan därför en mindre beräkningskrävande målfunktion vara användbar för att snabbt skaffa sig en uppfattning om vilka parametrar som är mest intressanta. En möjlighet är att till exempel titta på räckvidden i en enda vinkel från avfyrningspunkten. På detta sätt kan fler parametrar undersökas, utan att beräkningskostnaderna ökar nämnvärt. Ett sådant skalärt mått kan också visualiseras i spridningsplottar.
- **Trajektorier som målfunktion.** Den trajektor roboten följer mot målet är inte direkt kopplad till prestanda, men är ändå en god indikation på hur systemet påverkas när värdet på olika parametrar ändras. Vidare kan acceleration och hastighet vid olika tidpunkter studeras. En fördel med dessa målfunktioner är att man får ett tidsberoende känslighetsmått, eftersom dessa finns tillgängliga under hela simuleringen. En viss parameter kanske bara är aktiv under en viss del av simuleringen, till exempel i något av raketstegen. Hastighet och acceleration som målfunktion berörs kortfattat i [13].

Ett antal av de förslag som listats ovan utforskas i den känslighetsanalys som utförs i nästa kapitel. Fokus har där lagts på mindre beräkningskrävande metoder för känslighetsanalys, samt att tydliggöra och visualisera resultaten.

3 Känslighetsanalys

I detta avsnitt utförs en känslighetsanalys av en förenklad 3DOF-modell av en luftvärnsrobot¹. Arbetet är en fortsättning och utvidgning av den analys som gjordes i [14], där skjutlappar användes som målfunktion. För att kunna jämföra analyserna har därför samma robotmodell och val av undersökta parametrar använts. Baserat på den analys av tidigare arbete som utfördes i föregående kapitel har fokus för detta arbete lagts vid att 1) variera parametrarna var för sig, 2) utvärdera mindre beräkningskrävande målfunktioner, samt 3) att tydligt visa och visualisera hur känsligheten i de olika parametrarna påverkar modellens prestanda. Genom att variera parametrarna var för sig, samt att använda en mindre beräkningskrävande målfunktion, kan den tid och beräkningskraft som behövs för att utföra en känslighetsanalys reduceras betydligt. Detta är av stor betydelse när nya modeller analyseras. Om parametrarna varieras var för sig är det också lätt att isolera inverkan från de enskilda parametrarna.²

För att göra resultaten från känslighetsanalysen användbara vid utveckling av nya robotmodeller är det dessutom av stor vikt att göra dessa tillgängliga för användaren. Detta kan göras genom att både visuellt och på andra sätt koppla resultaten till robotens prestanda. Punkterna ovan diskuteras mer ingående i de förslag på vidareutveckling av arbetet i [14] som lyfts fram i föregående avsnitt. Ytterligare några förslag på vidareutveckling berörs där, men har inte behandlats i detta arbete.

Den känslighetsanalys som utförs är *simuleringsbaserad*, där prestandan utvärderas genom simulering av robotmodellen för ett antal olika parametervärden. Detta beslut är dels baserat på den relativa komplexiteten hos modellen, vilket skulle inbegripa kraftiga förenklingar vid en matematiskt baserad analys. Robotmodellen är dessutom inte kontinuerlig, då två raketsteg används, vilket också försvårar en matematisk analys. Slutligen är det i en simuleringsbaserad analys lättare att koppla olika parametrar till ett relevant mått på prestanda.

3.1 Robotmodell

Den robotmodell som används i denna och tidigare studier är en förenklad 3DOF-modell av en luftvärnsrobot, baserad på arbetet i [24]. Modellen är vidare utvecklad och analyserad i [25], bland annat har aerodynamiken och den (odämpade) egenfrekvensen hos dynamikfiltret gjorts Machtalsberoende. Den ursprungliga SIMULINK-modellen har också implementerats i C för ökad prestanda.

Den kompilerade C-koden exekveras från ett MATLAB-skript där en mängd modellspecifika parametrar kan anges. De parametervärden som använts i denna analys (inklusive nominella värden för de undersökta parametrarna) finns återgivet i appendix A.1. Notera att syftbärningsstyrning (PN) används.

De parametrar som undersöks med avseende på modellens känslighet återges i tabell 3.1, tillsammans med sina nominella värden, gränsvärden för parametervariationen ($\pm 5\%$ av det nominella värdet), samt en kort beskrivning av parametrarnas funktion. Valet av parametrar och gränser för parametervariationen

¹Surface to Air Missile, SAM

²En nackdel med att variera parametrarna var för sig är dock att man inte får någon information om hur parametrarna samverkar i modellen.

Tabell 3.1: Undersökta parametrar, inkl. nominella värden, gränsvärden för parametervariationen ($\pm 5\%$) och kortfattad beskrivning.

Parameter	Nominellt värde	Gränsvärden	Beskrivning
$C_{D_{U_{nc}}}$	1.0	± 0.05	Osäkerhet i motståndskoeff.
$C_{L_{\alpha, U_{nc}}}$	1.0	± 0.05	Osäkerhet i lyftkraftskoeff. derivata
ω_0	6.0	± 0.3	Egenfrekvens för det slutna systemets dynamik
ζ	0.5	± 0.025	Dämpning för det slutna systemets dynamik
I_{S_1}	2000	± 100	Specifik impuls för booster
T_{b_1}	1.0	± 0.05	Brintid för booster
I_{S_2}	2000	± 100	Specifik impuls för sustainer
T_{b_2}	10	± 0.5	Brintid för sustainer
m_1	35	± 1.75	Bränslemassa för booster
m_2	25	± 1.25	Bränslemassa för sustainer

överensstämmer med de undersökta i [14]. Notera att motståndskoefficienten, C_D , och lyftkraftskoefficienten, C_L , är Machtalsberoende i den analyserade modellen och beräknas som i appendix A.2. Parametrarna $C_{D_{U_{nc}}}$ och $C_{L_{\alpha, U_{nc}}}$ i tabell 3.1 är därför inte själva motståndskoefficienten eller derivatan av lyftkraftskoefficienterna, utan anger hur mycket det använda värdet avviker från det nominella (d.v.s. $C_D = C_{D_{U_{nc}}} C_{D_{Nom}}$). Att sätta $C_{D_{U_{nc}}} = 1.0$ innebär alltså att nominella värdet används, medan $C_{D_{U_{nc}}} = 0.95$ innebär att det nominella värdet minskats med 5%. Detsamma gäller för $C_{L_{\alpha, U_{nc}}}$. Övriga parametrar är konstanter och det nominella värdet anges därför.

3.2 Scenario och målfunktioner

Förutom de modellspecifika parametrar som beskrivs ovan finns en rad andra parametrar som kan påverka resultatet. Dessa innefattar bland annat hur det studerade scenariot är konstruerat, samt hur de olika målfunktionerna beräknas.

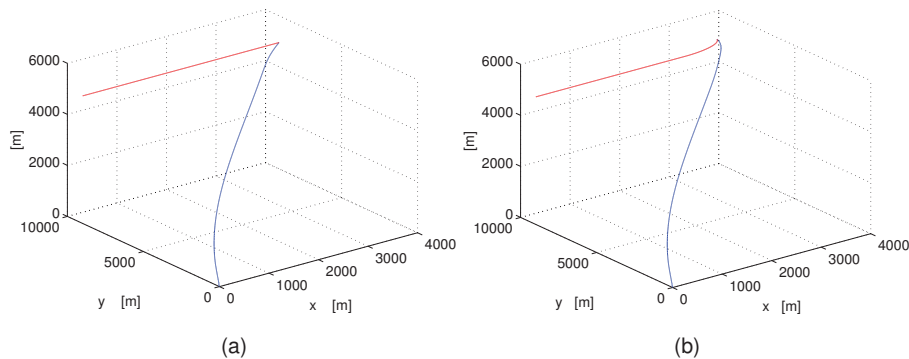
I det studerade scenariot rör sig målet i en rak bana på 5000 m höjd och med en konstant hastighet på 300 m/s, se figur 3.1 (a). Luftvärnsroboten avfyras mot en predikterad träffpunkt, baserat på målets hastighet och rörelseriktning. Detta är det scenario som studeras i [14].

I det scenario som beskrivs ovan behöver inte roboten manövrera i någon större utsträckning för att nå sitt mål. Det är därför tänkbart att vissa parametrar, såsom $C_{L_{\alpha}}$ och parametrarna i dynamikfiltret (ω_0 och ζ), inte aktiveras. För att undersöka detta användes ett scenario där målet gör en undanmanöver 10 s in i simuleringen,³ se figur 3.1 (b).

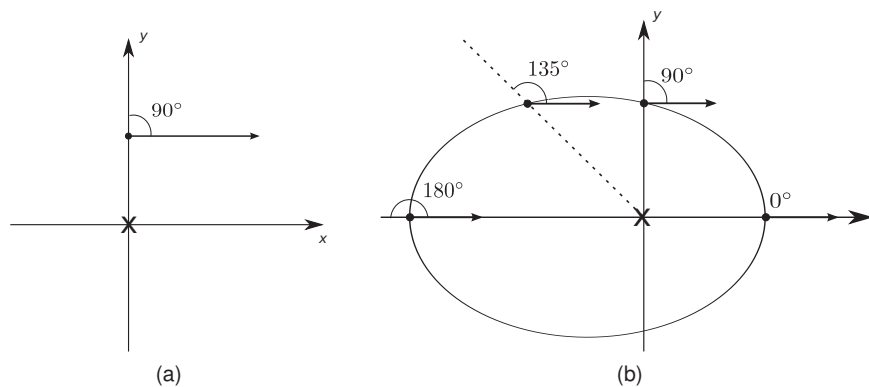
Två olika målfunktioner används i analysen. Den ena målfunktionen är baserad på skjutlappar i x-y-plan på samma sätt som i studien i [14], medan den andra är en mindre beräkningskrävande variant där räckvidden i en enda riktning utvärderas. I denna studie är endast skjutlapparnas yttre gräns av intresse och dessa genererades därför genom att räckvidden beräknades i 36 olika vinklar runt avfyrningspunkten.⁴ Mellan dessa punkter approximeras

³Detta motsvarar den parameter som betecknas c.targ_man1_time = 10 i Appendix A.1

⁴Eftersom skjutlappen i detta fall är symmetrisk runt mittaxeln räcker det att beräkna räckvidden för 19 vinklar från 0° till 180°.



Figur 3.1: Robotens bana (blå) och målets bana (röd) då (a) målet går på rakbana och (b) målet gör en undanmanöver 10 s in i simuleringen.



Figur 3.2: (a) Mål i en bana vinkelrät mot robotens position. Roboten avfyras från origo. Målet befinner sig i avfyrningsögonblicket på y-axeln och färdas i en riktning vinkelrät mot denna. (b) Målets bana för fyra olika vinklar runt avfyrningspunkten (origo). Målet befinner sig vid avfyrningsögonblicket på en linje ut från origo och vinkelangivelsen avser vinkeln mellan denna linje och målets rörelseriktning.

skjutlappens yttre gräns med hjälp av kubiska splines. För den mindre beräkningskrävande målfunktionen utvärderas räckvidden istället vid en enda vinkel och i detta fall färdas målet vid avfyrningsögonblicket i en bana vinkelrät mot luftvärnsrobotens position, se figur 3.2 (a). I figur 3.2 (b) visas istället målets bana vid beräkning av en skjutlapp och målets bana för fyra olika vinklar runt avfyrningspunkten anges. Räckvidden estimeras vid varje vinkel genom upprepade simuleringar där målet gradvis flyttas längre ifrån eller närmare avfyrningspunkten, beroende på om det tidigare skottet resulterade i en träff eller en bom. Så fort en träff och en bom påträffats används intervallhalvering för att uppnå den önskade noggrannheten på räckvidden.

För en detaljerad beskrivning av skjutlappar och svårigheter i beräkningen av dessa hänvisas till [14]. Bland annat diskuteras där de "öar" där roboten inte träffar som typiskt finns i en skjutlapp. Dessa beror starkt på det tillåtna bomavståndet och ett ökat bomavstånd minskar ytans komplexitet på bekostnad av noggrannheten

För båda målfunktionerna användes ett bomavstånd på 10 m, för att undvika

att beräkningen av räckvidd fastnar i de "öar" som diskuteras ovan. Toleransen för noggrannheten på skjutlapparnas yttre gräns sattes till 1 m.

3.3 Analys

Två olika metoder, med olika krav på beräkningskapacitet, används här för att studerade känsligheten hos robotmodellen med avseende på parametrarna i tabell 3.1. Dessa två är:

- Lokal extremvärdesanalys där parametrarna (en och en) störs $\pm 5\%$ från sitt nominella värde, medan övriga parametrar fixeras vid sina nominella värden. Systemet simuleras för varje parameterkombination och resultatet används för att skatta de lokala derivatorna med avseende på de olika parametrarna. Totalt 30 parameterkombinationer utvärderas (nominellt värde, $+5\%$ och -5% för varje parameter).
- One-At-A-Time-analysis (OAT) där parametrarna varieras en och en inom intervallet $\pm 5\%$, medan övriga parametrar fixeras vid sina nominella värden. Sammanlagt 500 slumpvist valda parametervärden utvärderas för varje parameter och resultatet presenteras i form av olika spridningsplotter. Sammanlagt $500 \times 10 = 5000$ olika parameterkombinationer utvärderas.

De två analysmetoderna beskrivs mer ingående nedan. För att underlätta en framtida analys av liknande system lyfts fördelar/nackdelar med de olika metoderna och målfunktionerna fram. Resultatet av känslighetsanalyserna sammanställs i avsnitt 3.4.

3.3.1 Lokal extremvärdesanalys

Som ett första steg i analysen utfördes en lokal extremvärdesanalys där parametrarna (en och en) störs $\pm 5\%$ från sitt nominella värde, medan övriga parametrar fixeras vid de nominella värdena. Två olika skalära funktioner kopplade till robotens räckvidd simulerades enligt specifikationerna i avsnitt 3.2. Dels användes räckvidden i en enda riktning, där målet flyger i en bana vinkelrätt mot avfyrningspunkten som i figur 3.2, och dels användes medelräckvidden för de $N = 19$ punkter (vinklar) som skjutlapparna baseras på. De två målfunktionerna definieras som

$$R_1 = r(\theta), \quad \theta = 90^\circ, \quad (3.1)$$

där $r(\theta)$ är räckvidden för vinkel θ från avfyrningspunkten, och

$$R_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r(\theta_i), \quad 0^\circ \leq \theta_i \leq 180^\circ, \quad (3.2)$$

där $r(\theta_i)$ är räckvidden för de $N = 19$ olika vinklarna som beräknas för skjutlappen. De lokala derivatorna beräknas därefter med hjälp av centraldifferenser

$$\frac{\delta R_i}{\delta p_j} \approx \frac{R_i(p_{0,j} + \Delta p_j) - R_i(p_{0,j} - \Delta p_j)}{2\Delta p_j}, \quad (3.3)$$

där R_i , $i = 1, 2$ är en av funktionerna i (3.1) eller (3.2), $p_{0,j}$ är det nominella värdet för parameter j och Δp_j är avvikelsen från det nominella värdet för parameter j . Även framåt- och bakåtdifferenserna beräknades för som en kontroll av att det linjära antagandet inom intervallet $\pm 5\%$ är relevant. Dessa visade på god överensstämmelse för samtliga parametrar, men med sämre

Tabell 3.2: Värden för känslighetsindex $S_{i,j}$ för samtliga parametrar och prestandamåtten R_1 och R_2 ovan. Det presenterade känslighetsindexet anger hur många meter räckvidden ändras då en parameter störs med +1% från sitt nominella värde.

Parameter	R_1	R_2
$C_{D_{U_{nc}}}$	-92.03	-98.19
$C_{L_{\alpha,U_{nc}}}$	5.30	3.66
ω_0	-0.83	-0.38
ζ	0.77	-0.03
I_{S_1}	36.95	35.65
T_{b_1}	2.68	1.85
I_{S_2}	47.39	44.31
T_{b_2}	48.70	50.63
m_1	28.49	27.95
m_2	35.17	33.99

överensstämmelse för de parametrar som påvisar låg känslighet ($C_{L_{\alpha,U_{nc}}}, \omega_0, \zeta$ och T_{b_1}), se nedan. Detta beror med stor sannolikhet på numeriska problem, eftersom små avvikelser ger stor effekt på värdet när förändringen är liten.

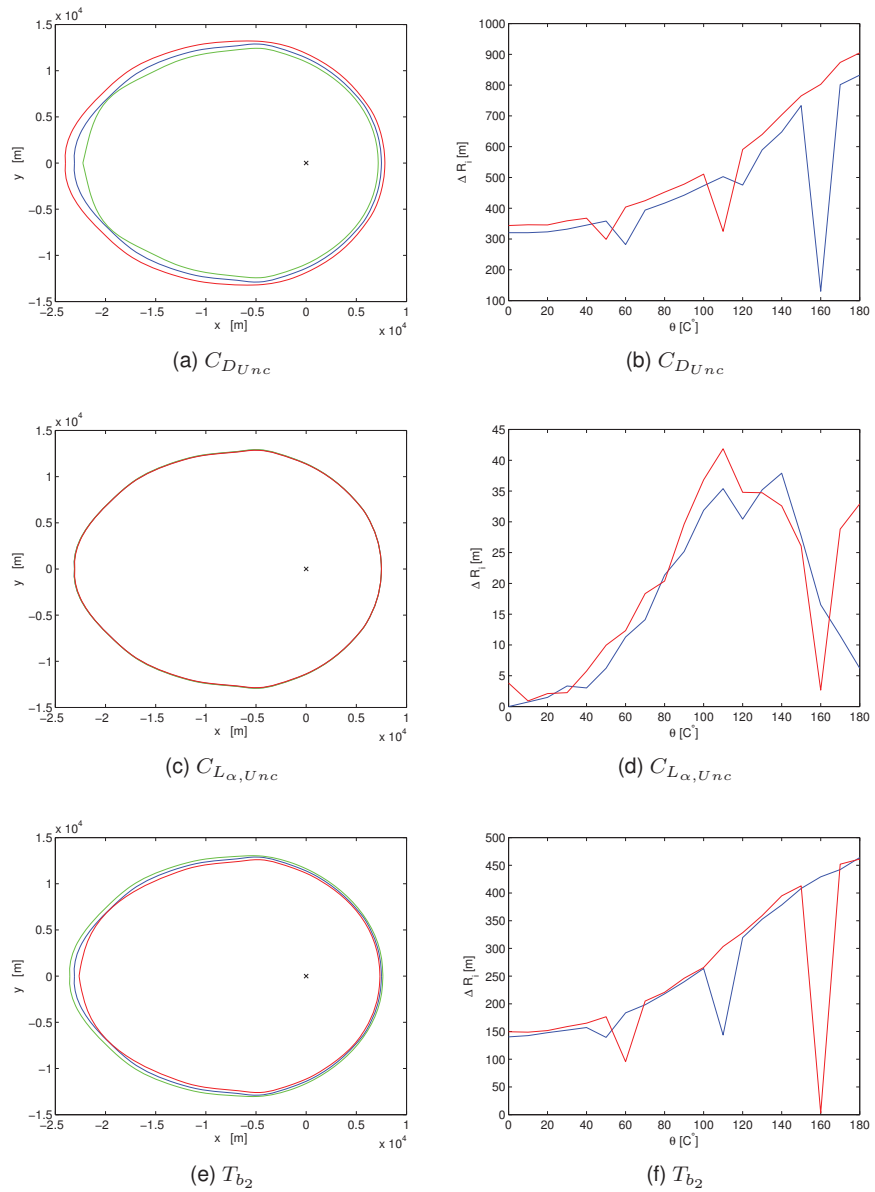
Derivatn i (3.3) brukar i litteraturen ofta refereras till som den *absoluta känslighetsfunktionen*, se till exempel [11], och beskriver förändringen i utfall då parameter p_i ändras en enhet. Ett problem med den absoluta känslighetsfunktionen är att parametrarnas enhet och relativa storlek har stort inflytande på resultatet och att det framräknade känslighetsindexen därför inte kan jämföras direkt. Att ändra T_{b_1} med en enhet innebär till exempel att fördubbla brinntiden för boostern, medan att ändra I_{S_1} med en enhet bara är en störning på 0.05 % från det nominella värdet. I denna analys används därför en s.k. *semirelativ* (eller normerad) känslighetsfunktion, där känslighetsindex $S_{i,j}$ anger hur många meter räckvidden R_1 eller medelräckvidden R_2 ändras då parameter p_j störs med *en procent* från sitt nominella värde, d.v.s.

$$S_{i,j} = \frac{\delta R_i}{\delta p_j} \frac{p_{0,j}}{100}. \quad (3.4)$$

Detta känslighetsindex används också i [14]. Fördelen med en semirelativ känslighetsfunktion är att den inte är beroende av enheten på parametrarna och därför kan jämföras direkt för de olika parametrarna. Det är dock bra att hålla parametrarnas relativa storlek i minnet när resultaten skall tolkas.

Resultatet av analysen presenteras i tabell 3.2, där $S_{i,j}$ redovisas för båda prestandamåtten (R_1 och R_2) och samtliga parametrar. Den första slutsats som kan dras är att de två prestandamåtten ger likartade resultat och att det därför kan vara relevant att undersöka räckvidden i bara en vinkel för att minska den beräkningskraft som krävs för analysen. Från tabellen står det också klart att C_D är den i särklass mest inflytelserika parametern, och att en ökning av C_D på en procent av sitt nominella värde ger en minskning på mellan 90 och 100 meter i räckvidd (medelräckvidden ligger här på omkring 12000 m). De olika motorparametrarna som specifik impuls (I_S), brinntid (T_b) och bränslemassa (m) har också en märkbar påverkan, med undantag för T_{b_1} , medan parametrarna ω_0 och ζ endast har en försumbar inverkan på räckvidden. Resultaten i tabell 3.2 och slutsatserna ovan stämmer väl överens med motsvarande resultat i [14]⁵.

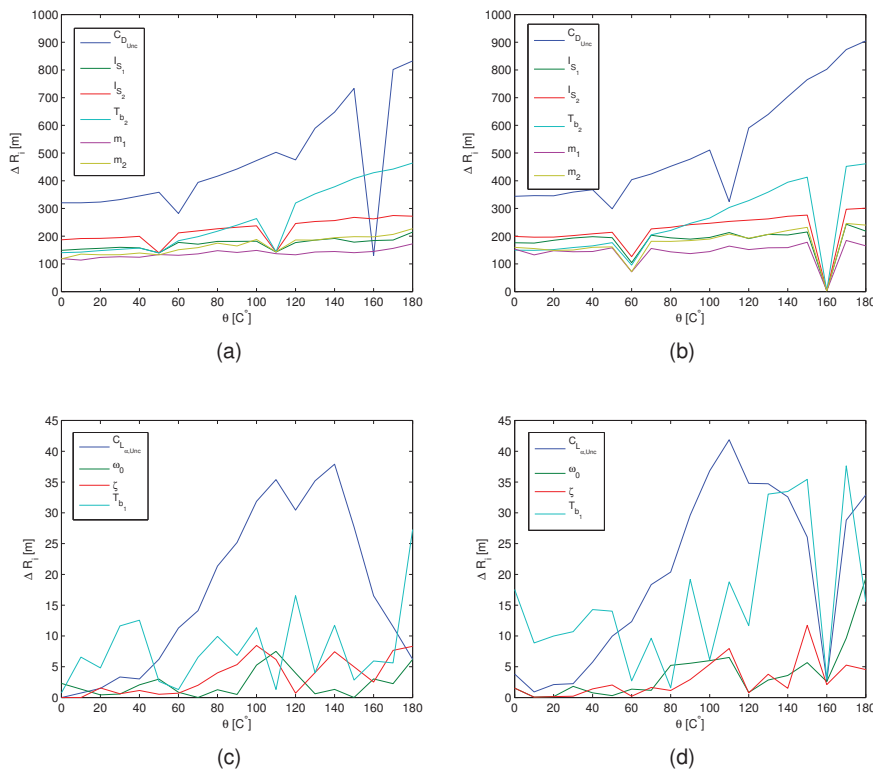
⁵Resultaten i tabell 4.3 i [14] är med stor sannolikhet omkastade så att m_1 tagit I_{S_2} :s



Figur 3.3: Vänstra kolumnen visar den yttre gränsen för skjutlappar för nominellt värde (blå), +5% av nominellt värde (grön) och -5% av nominellt värde (röd). Högra kolumnen visar absolutbeloppet av skillnaden mellan räckvidd för de olika vinklarna i skjutlappen. Blå kurva visar skillnaden för nominellt värde och +5% av nominellt värde, och röd kurva skillnaden för nominellt värde och -5% av nominellt värde.

Vid tolkning av resultaten ovan är det viktigt att tänka på den korta brinntiden för T_{b_1} och att en ändring på +1% från det nominella värdet bara ger 0.01 s ökad brinntid. Uppenbarligen är denna förändring för liten för att ge något större utslag på räckvidden. Om T_{b_1} istället tilläts avvika 0.1 s från det nominella värdet (10% avvikelse), så att förändringen i T_{b_1} och T_{b_2} är jämförbara, ökar räckvidden med ca. 15 m, vilket fortfarande är mycket mindre än för T_{b_2} .

plats, I_{S_2} har T_{b_2} :s plats och T_{b_2} har tagit m_1 :s plats. Denna iakttagelse stöds av den MATLAB-kod som användes för analysen i [14].



Figur 3.4: Absolutbeloppet av skillnaden mellan räckvidd för de olika vinklarna i skjutlappen. Högra kolumnen visar skillnaden för nominellt värde och +5% av nominellt värde för de mest inflytelserika parametrarna (a) och de minst inflytelserika parametrarna (c). Vänstra kolumnen visar skillnaden för nominellt värde och -5% av nominellt värde för de mest inflytelserika parametrarna (b) och de minst inflytelserika parametrarna (d).

Detta tyder på en betydligt mycket mindre påverkan från T_{b_1} , jämfört med till exempel T_{b_2} och I_{S_1} , och att kraftutvecklingen i boostern är mer betydelsefull än brinntiden. För sustainern är brinntiden däremot en viktig parameter.

I figur 3.3 visas de fullständiga skjutlapparna för ett antal olika parametrar, för att illustrera hur värdena i tabell 3.2 påverkar räckvidden i de olika riktningarna. Skjutlappar för övriga parametrar har likartat utseende, där avvikelserna från det nominella värdet stämmer bra överens med värdena i tabell 3.2 i alla riktningar. Dessutom visas skillnaden i räckvidd för de olika vinklarna som skjutlapparna baseras på, dels tillsammans med motsvarande skjutlapp i figur 3.3 och dels för samtliga parametrar i figur 3.4. För samtliga parametrar utom $C_{L_{\alpha}}$ tycks skillnaden i räckvidd öka med vinkeln, d.v.s. störst förändring i räckvidd erhålls för vinkeln 180° då målet går på en bana rakt mot luftvärnsroboten och minst förändring för vinkel 0° då målet går bort från avfyrningspunkten. För $C_{L_{\alpha}}$ tycks vinklarna mellan 90° och 160° vara känsligast för förändringar i parametern. Varför det förhåller sig på det viset är ännu inte klarlagt. I figur 3.4 och motsvarande kurvor i figur 3.3 noteras också hack i kurvorna, där skillnaden i räckvidd minskar drastiskt vid vissa vinklar för i stort sett samtliga parametrar. En mer djupgående analys krävs för att klarlägga orsaken till detta beteende.

Tabell 3.3: Lutning på kurva för samtliga parametrar och prestandamåtten R_1 och R_2 ovan. Det presenterade känslighetsindexet anger hur många meter räckvidden ändras då en parameter störs med +1% från sitt nominella värde.

Parameter	R_1	R_2
$C_{D_{Unc}}$	-92.13	-97.10
$C_{L_{\alpha, Unc}}$	5.26	3.47
ω_0	-0.68	-0.38
ζ	0.70	-0.02
I_{S_1}	37.81	36.19
T_{b_1}	2.14	1.53
I_{S_2}	47.27	44.78
T_{b_2}	48.54	51.14
m_1	29.19	27.72
m_2	35.18	33.73

3.3.2 OAT analys

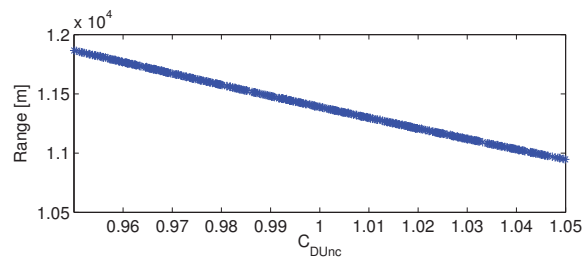
För att få en bättre uppfattning av hur de olika parametrarna påverkar modellens prestanda utfördes en global OAT analys (OAT = One At a Time) där parametrarna varierades en och en inom intervallet $\pm 5\%$ från det nominella värdet, medan övriga parametrar fixeras vid sina nominella värden⁶. Parametervärdet valdes slumpmässigt från det givna parameterintervallet med en uniform fördelning. Sammanlagt 500 olika värden evaluerades för varje parameter.

I figur 3.5 och 3.6 visas spridningsplottar för prestandamått R_1 i (3.1) för samtliga parametrar. Det är i figurerna tydligt att det antagande om linjäritet inom det undersökta parameterområdet, som implicit gjordes i den lokala analysen i föregående avsnitt, är approximativt uppfyllt. Resultatet i figurerna stämmer också väl överens med resultaten från den lokala känslighetsanalysen. Detta blir extra tydligt om ett första ordningens polynom anpassas till datat i figur 3.5 och 3.6⁷. Den skalade lutningen på dessa kurvor ges i tabell 3.3, tillsammans med motsvarande värde för prestandamått R_2 . Liksom i tabell 3.2 är värdena skalade så att värdet i tabellen anger hur många meter räckvidden ändras då en parameter störs med +1% från sitt nominella värde, jämför (3.4). Återigen ser vi att C_D är den i särklass mest inflytelserika parametern, följt av de olika motorparametrarna med undantag av T_{b_1} .

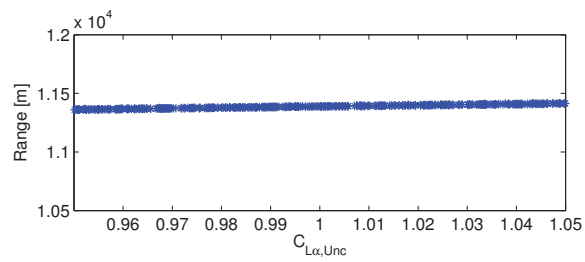
I figur 3.6 (a) framgår också att räckvidden fluktuerar med närmare 75 m när T_{b_1} ändras med ett värde som inte är en multipel av tidssteget i simuleringen (här satt till $\Delta t = 0.01$). Detta beteende framgår ännu tydligare om y-axel skalas om som i figur 3.7. Beteendet är sannolikt ett resultat av hur bränslets massa uppdateras i modellen. Mellan tidsstegen antar modellen att massan är konstant, istället för att avta linjärt, vilket innebär att ODE-lösaren kommer överskatta den massa som finns kvar mellan två på varandra följande tidssteg. Det bör poängteras att samma problem finns inbyggt även i raketsteg två (sustainer), men att skillnaden i brinntid mellan de två raketstegen gör

⁶Notera att denna typ av analys inte ger någon information om eventuella korskopplingar mellan variablerna.

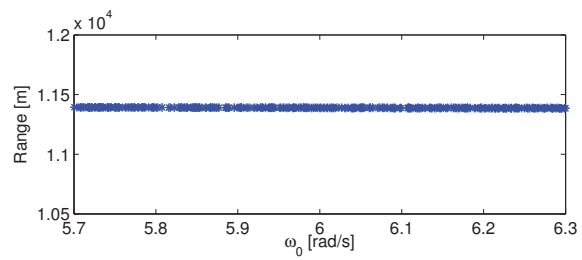
⁷Anpassningen skedde här med hjälp av minsta kvadratmetoden.



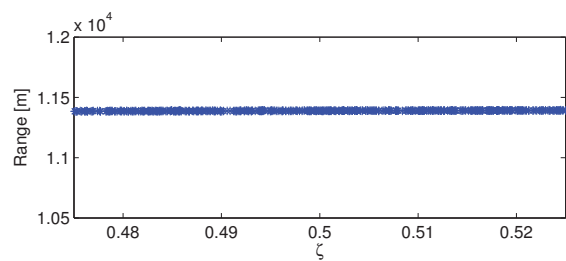
(a)



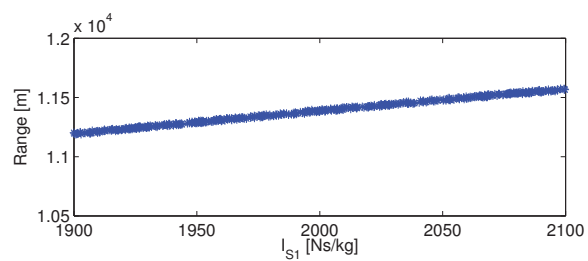
(b)



(c)

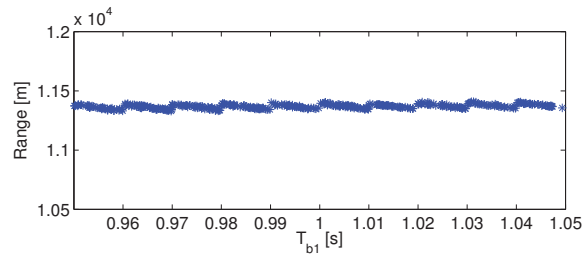


(d)

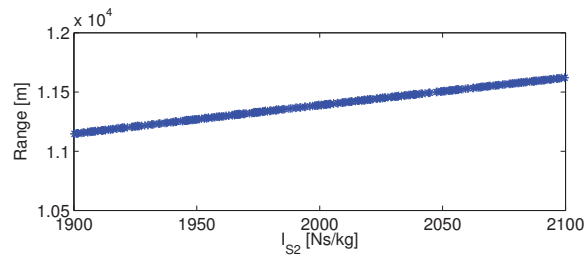


(e)

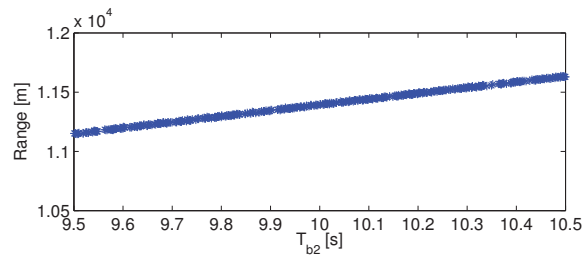
Figur 3.5: Spridningsplotter för prestandamått R_1 i (3.1) för parameter 1-5 i tabell 3.1.



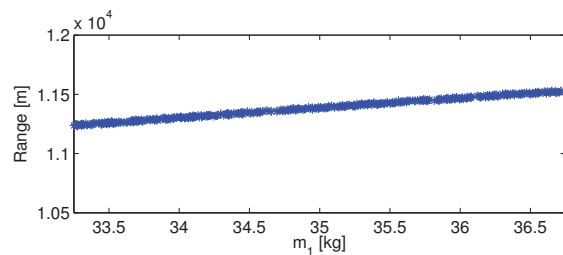
(a)



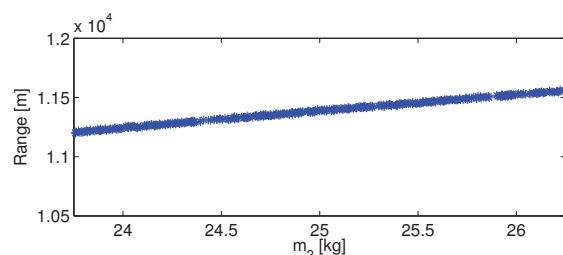
(b)



(c)



(d)



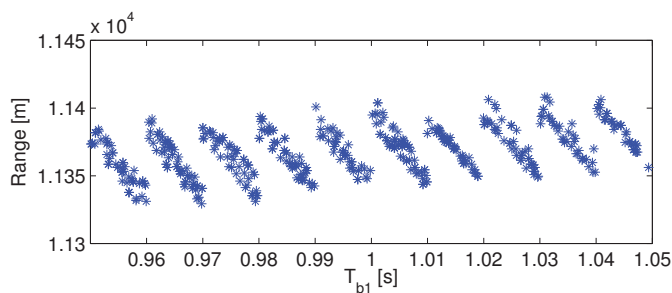
(e)

Figur 3.6: Spridningsplottar för prestandamått R_1 i (3.1) för parameter 6-10 i tabell 3.1.

Tabell 3.4: Manövrerande mål. Lutning på kurva för samtliga parametrar och prestandamått R_1 . Det presenterade känslighetsindexet anger hur många meter räckvidden ändras då en parameter störs med +1% från sitt nominella värde.

Parameter	R_1
$C_{D_{Unc}}$	-60.77
$C_{L_{\alpha, Unc}}$	-0.82
ω_0	1.44
ζ	-1.77
I_{S_1}	37.60
T_{b_1}	0.45
I_{S_2}	43.01
T_{b_2}	25.04
m_1	28.97
m_2	30.68

problemet mer framträdande för raketsteg ett (boostern). För att undvika att detta påverkar analysen tillåts T_{b_1} i fortsättningen bara anta värden som är en multipel av Δt , d.v.s. $T_{b_1} = k\Delta t$.⁸

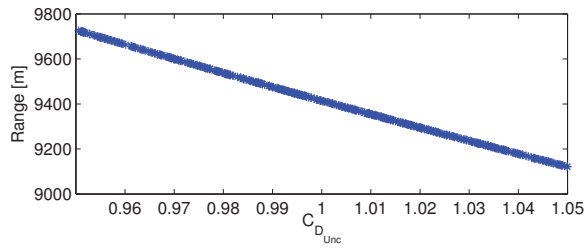


Figur 3.7: Spridningsplott för prestandamått R_1 i (3.1) för parameter 6 (T_{b_1}). Notera den ändrade skalan på y-axeln jämfört med figur 3.6 (a).

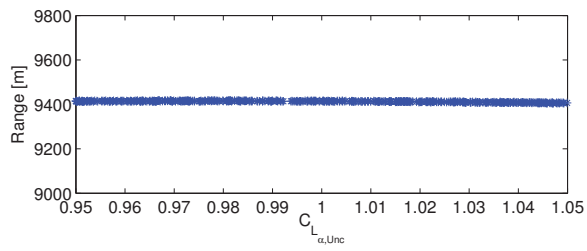
För att undersöka om parametrarna $C_{L_{\alpha}}$, ω_0 och ζ har större inverkan då roboten är tvungen att svänga för att nå ett undanmanövrerande mål användes scenariot i figur 3.1 (b), där målet inleder en horisontell 10g-sväng bort från roboten 10 s in i simuleringen. Resultaten från detta visas som spridningsplottar i figur 3.8 och 3.9, samt som skalade lutningar på kurvorna i tabell 3.4.⁹ Även denna gång är C_D den i särklass mest inflytelserika parametern, följt av de olika motorparametrarna förutom T_{b_1} . Filterparametrarna ω_0 och ζ har i detta fall ökat i inflytande, även om effekten på räckvidden fortfarande är marginell. Det kan också tilläggas att C_D , $C_{L_{\alpha}}$, T_{b_1} och T_{b_2} tycks ha relativt mindre inverkan för ett manövrerande mål jämfört med ett mål på raktbana.

⁸Resultatet av känslighetsanalysen påverkas endast marginellt när T_{b_1} begränsas på detta sätt. Den skalade lutningskoefficienten i tabell 3.3 antar till exempel värdet 1.86 istället för 2.14 om T_{b_1} bara tillåts anta värden som är en multipel av Δt .

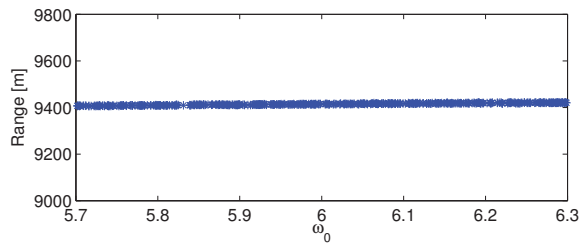
⁹Notera att endast resultat från prestandamått R_1 presenteras här, då beräkning av skjutlapparna återigen uppvisade problem med de öar som diskuterades i avsnitt 3.2.



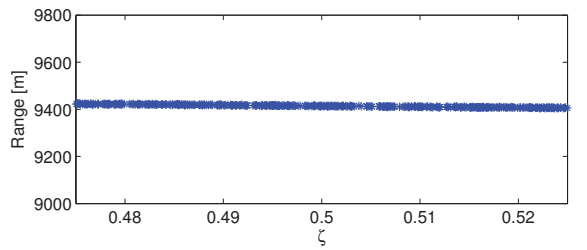
(a)



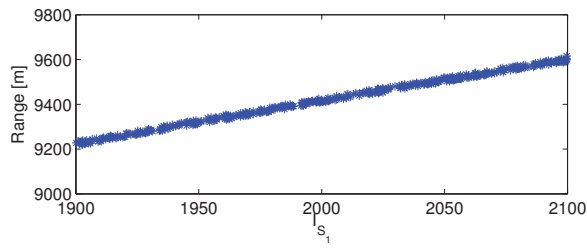
(b)



(c)

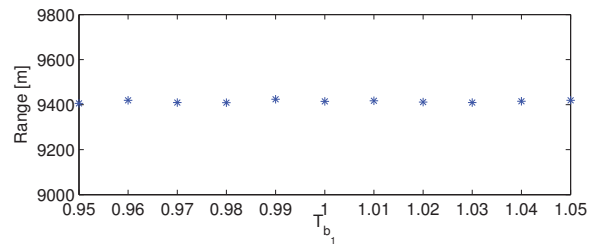


(d)

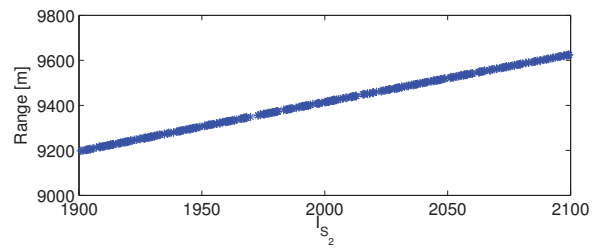


(e)

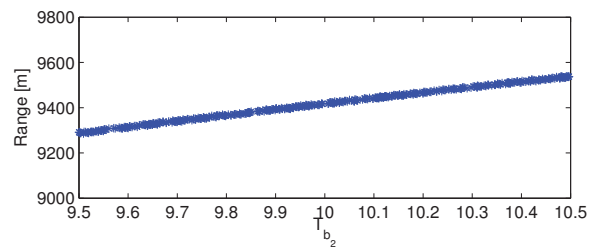
Figur 3.8: Manövrerande mål. Spridningsplotter för prestandamått R_1 i (3.1) för parameter 1-5 i tabell 3.1.



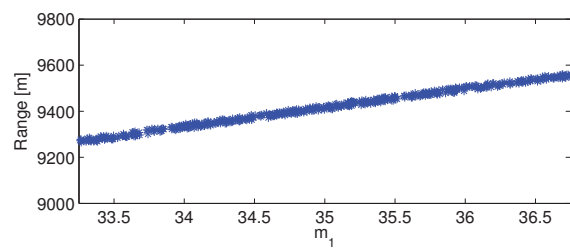
(a)



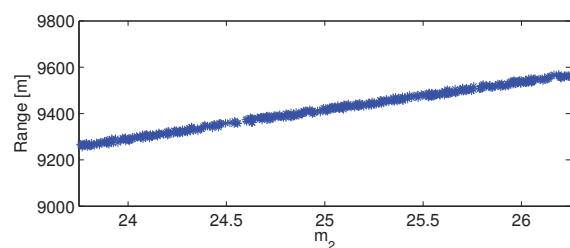
(b)



(c)



(d)



(e)

Figur 3.9: Manövrerande mål. Spridningsplottar för prestandamått R_1 i (3.1) för parameter 6-10 i tabell 3.1. Notera att parameter T_{b_1} bara tillåts anta värden som avviker en multipel av Δt från det nominella värdet.

Tabell 3.5: Parametrar rankade efter känslighet. Intervallet för ändring i räckvidd [m] baserat på en +1% ändring i motsvarande parametervärde och resultat från samtliga analysmetoder, samt målfunktionerna R_1 och R_2 i (3.1) och (3.2). Den procentuella förändringen är beräknad utifrån ett värde mitt i det angivna intervallet och en medelräckvidd för det studerade scenariot på omkring 12000 m.

Ranking	Parameter	Ändring i räckvidd absolut (procentuell)	Ändring i parametervärde	Enhet
1	$C_{D_{Unc}}$	90-100 (-0.79%)	0.01	-
2	T_{b_2}	48-52 (0.42%)	0.1	[s]
3	I_{S_2}	44-48 (0.38%)	20	[Ns/kg]
4	I_{S_1}	35-38 (0.30%)	20	[Ns/kg]
5	m_2	33-36 (0.28%)	0.25	[kg]
6	m_1	27-30 (0.24%)	0.35	[kg]
7	$C_{L_{\alpha, Unc}}$	3-6 (0.03%)	0.01	-
8	T_{b_1}	1-3 (0.02%)	0.01	[s]
-	ω_0	-	0.06	[rad/s]
-	ζ	-	0.005	-

3.4 Sammanfattning av känslighetsanalys

I detta avsnitt sammanfattas resultaten från de tidigare analyserna. Samtliga analyser är simuleringsbaserade och bygger på att de olika parametrarna varierar $\pm 5\%$ från sitt nominella värde, varpå räckvidden för roboten uppskattas för de olika parameterkombinationerna. I den lokala känslighetsanalysen i avsnitt 3.3.1 gjordes implicit antagandet om ett linjärt beroende mellan räckvidd och de olika parametrarna, i och med derivataberäkningen i ekvation (3.3). Detta antagande visade sig i OAT-analysen i avsnitt 3.3.2 vara uppfyllt med stor noggrannhet inom det betraktade parameterintervallet.

Från analysen i avsnitt 3.3.1, och figur 3.4 i synnerhet, står det också klart att ändringen i räckvidd till följd av störningar i parametervärdena är starkt riktningensberoende. För samtliga parametrar utom $C_{L_{\alpha}}$ är förändringen störst för vinkeln 180° (jämför figur 3.2), då målet går på en bana rakt mot avfyringspunkten, och minst för vinkel 0° då målet istället färdas bort från roboten. För $C_{L_{\alpha}}$ tycks vinklarna mellan 90° och 160° vara känsligast för förändringar i parametern.

Analysen ger en enhetlig och tydlig bild av hur känslig robotens prestanda är med avseende på de olika parametrarna. Resultaten är sammanfattade i tabell 3.5, där parametrarna rangordnas efter känslighet. Resultaten ger också en indikation om vilka parametrar det är extra viktigt att bestämma ett bra värde för vid utvecklingen av en ny robotmodell. Den förändring i räckvidd som anges i tabellen är giltig för samtliga analysmetoder och för både prestandamått R_1 och R_2 .

I tabell 3.5 framgår att motståndskoefficienten C_D är den i särklass mest inflytelserika parametern, vilket stämmer väl överens med slutsatsen i litteraturstudien, se avsnitt 2.2. En avvikelse på +1% från nominellt värde på denna parameter ger en minskad räckvidd på mellan 90 och 100 m. Då räckvidden ligger på omkring 12000 m innebär detta en minskning på ca. 0.8%.

Näst känsligast är motorparametrarna T_{b_2} och I_{S_2} , som anger brinntid och specifik impuls för raketsteg två (sustainer). Detta antyder att för mål på rakbana, då roboten inte behöver manövrera i någon större utsträckning, så är det prioriterat att behålla hastigheten under slutfasen innan träff. Specifik impuls

Tabell 3.6: Manövrerande mål. Parametrar rankade efter känslighet. Ändringen i räckvidd [m] motsvarar en +1% ändring i motsvarande parametervärde för målfunktionen R_1 i (3.1). Den procentuella förändringen är beräknad utifrån en medelräckvidd för det studerade scenariot på omkring 9400 m.

Ranking	Parameter	Ändring i räckvidd absolut (procentuellt)	Ändring i parametervärde	Enhet
1	$C_{D_{Unc}}$	60.77 (-0.65%)	0.01	-
2	I_{S_2}	43.01 (0.46%)	20	[Ns/kg]
3	I_{S_1}	37.60 (0.40%)	20	[Ns/kg]
4	m_2	30.68 (0.33%)	0.25	[kg]
5	m_1	28.97 (0.31%)	0.35	[kg]
6	T_{b_2}	25.04 (0.27%)	0.1	[s]
7	ζ	1.77 (-0.02%)	0.005	-
8	ω_0	1.44 (0.02%)	0.06	[rad/s]
-	$C_{L_{\alpha, Unc}}$	-	0.01	-
-	T_{b_1}	-	0.01	[s]

för motorsteg ett (booster) hamnar först på fjärde plats, tätt följt av bränslemassorna för sustainer och booster. Parametrarna $C_{L_{\alpha, Unc}}$ och T_{b_1} hamnar i tabell 3.5 i den kategori som endast har marginell inverkan på räckvidden, medan inverkan av filterparametrarna ω_0 och ζ bedöms vara försumbar.

Resultaten ovan gäller då målet flyger på rakbana och roboten inte behöver navigera i någon större utsträckning. Om roboten tvingas navigera, som för resultaten i tabell 3.4, erhålls något annorlunda resultat. Motståndskoefficienten C_D är fortfarande i särklass mest inflytelserik, vilket framgår av rangordningen i tabell 3.6, medan brinntiderna för både raketsteg ett och två tappar i inflytande. För ett manövrerande mål tycks det viktigare att m.h.a. den specifika impulsen generera momentan kraft, än att förlänga brinntiden. Detta troligtvis för att underlätta en riktningsändring. I övrigt har parametrarna i stort sett samma inbördes ordning som för rakbanemål. Notera dock att parametrarna $C_{L_{\alpha, Unc}}$ och T_{b_1} för manövrerande mål hamnar i kategorin insignifikanta parametrar, medan ω_0 och ζ ökar något i inflytande. Ett snabbare system (större ω_0) ger i detta fall en något förlängd räckvidd, medan ett trögare system (större ζ) ger en förkortad räckvidd.

4 Slutsatser och fortsatt arbete

4.1 Slutsatser

Syftet med den känslighetsanalys som utfördes i föregående kapitel är tvådelat. Dels utfördes en klassisk känslighetsanalys, där de olika parametrarnas inverkan på modellens uppförande estimerades och rangordnades efter känslighet. Utöver detta utvärderades två olika metoder och målfunktioner för känslighetsanalys med sinsemellan olika krav på beräkningskapacitet.

De olika metoderna och målfunktionerna som undersöktes gav samstämmiga resultat i fråga om vilka parametrar som inverkar mest på robotmodellens prestanda. I samtliga fall angavs motståndskoefficienten, C_D , som den i särklass mest inflytelserika parametern och en ökning av C_D med en procent från det nominella värdet gav en minskning i räckvidd på mellan 90 och 100 m på en medelräckvidd på omkring 12000 m. Därefter följer de olika motorparametrarna som specifik impuls (I_S), brinntid (T_b) och bränslemassa (m), för vilka räckvidden minskar med mellan 30 och 50 m då parametrarna avviker med en procent från det nominella värdet. Det enda undantaget är brinntid T_{b_1} för boostern, vilket antyder att kraftutvecklingen i boostern är mer betydelsefull än brinntiden. För sustainern är brinntiden däremot en viktig parameter. För ett manövrerande mål tappar dock brinntiden i betydelse jämfört med den specifika impulsen för både booster och sustainer, vilket antyder att det för ett manövrerande mål är viktigare att m.h.a. den specifika impulsen generera momentan kraft för att underlätta riktningssändring. Parametrarna i dynamikfiltret, ω_0 och ζ , och $C_{L\alpha}$ bedömdes i samtliga fall vara av ringa eller försumbar betydelse. En mer utförlig sammanfattning av dessa resultat ges i avsnitt 3.4.

De två analysmetoder som undersöktes var båda simuleringsbaserade och kravet på beräkningskapacitet beroende av hur många punkter systemet evaluerades i för respektive metod. För den enklaste och minst beräkningskrävande metoden evaluerades modellen för sammanlagt 30 olika parameterkombinationer, medan den mest beräkningskrävande metoden använde upp till 5000 olika kombinationer. Tillsammans med val av målfunktion ger detta en stor skillnad i antal robotskott som behövs för känslighetsanalysen. För den minst beräkningskrävande målfunktionen utvärderas räckvidden i en enda riktning från origo, medan räckvidden för den mer beräkningskrävande målfunktionen utvärderas för 19 olika vinklar runt avfyrningspunkten. I denna studie krävdes ca. 10-15 robotskott för att utvärdera räckvidden i en enda vinkel¹, vilket resulterar omkring 400 robotskott för kombinationen av den minst beräkningskrävande metoden och motsvarande målfunktion. Motsvarande siffra för den mest beräkningskrävande kombinationen landar på närmare en miljon robotskott!

Som nämndes ovan befanns de två metoderna och målfunktionerna som undersöktes vid en jämförelse ge samstämmiga resultat i fråga om vilka parametrar som inverkar mest på robotmodellens prestanda. Detta tyder på att en mindre beräkningskrävande metod och/eller målfunktion är tillräcklig för att analysera modellens känslighet, vilket kan snabba upp analysarbetet avsevärt. Detta är speciellt viktigt i en inledande screeningfas av en modell, där ett stort antal parametrar undersöks för att avgöra vilka som är intressanta för en vidare

¹Hur många robotskott som behövs för att utvärdera räckvidden är starkt beroende av bland annat startpunkt, steglängd och vald noggrannhet i sökalgoritmen.

analys. En mer beräkningskrävande analys är dock alltid av intresse, då denna ger mer information om modellen i fråga och kan användas till att tydliggöra olika beteenden och trender. En mer utförlig analys kan dessutom användas för att verifiera giltigheten av resultaten från en inledande analys.

4.2 Fortsatt arbete

Ett antal naturliga vidareutvecklingar finns på detta arbete. I avsnitt 2.3 diskuteras bland annat robotens trajektorier som målfunktion. Även om denna inte är direkt kopplad till robotens prestanda ger den en god bild av hur systemet påverkas då värdet på parametrarna ändras. Acceleration och hastighet kan också studeras för olika tidpunkter, vilket skulle resultera i ett tidsberoende känslighetsmått. Detta skulle till exempel kunna vara en fördel när parametrar som bara är aktiva under en liten del av simuleringen skall studeras. En sådan parameter är till exempel brinntiden T_{b1} för boostern.

En annan vidareutveckling som diskuteras i avsnitt 2.3 är att tillåta parametrarna att samvariera, för att undersöka om någon parameter bara påverkar robotens uppförande under inflytande av andra parametrar. Detta kan undersökas genom att låta parametrarna variera simultant i analysen, istället för att som nu variera parametrarna en och en. En sådan analys gjordes i [14], där parametrarna samvarieras i en global Monte Carlo-simulering, men parametrarnas inbördes beroende kvantifierades aldrig. Detta kan göras till exempel med en regressionsmodell där högre ordningens termer används, under förutsättning att den underliggande modellen är approximativt linjär. Att inkludera korskopplingar innebär dock att resultaten blir mer svårtolkade. Det kan också tilläggas att resultaten i [14] stämmer mycket väl överens med resultaten från analysen i denna rapport, där parametrarna varierades en och en, vilket tyder på att parametrarna inverkar relativt oberoende.

Arbetet i denna rapport kan dessutom kompletteras på följande punkter:

- Analysen i denna rapport är utförd på en förenklad modell av en luftvärnsrobot. Andra typer av robotar, och mer komplexa modeller med fler parametrar, kan också vara av intresse att studera.
- De resultat som presenteras i rapporten är främst baserade på ett scenario där målet går på rakbana och roboten avfyras mot en predikterad träffpunkt. Tillsammans ger detta att roboten inte manövrerar i någon större utsträckning för att nå målet. En mindre analys med ett manövrerande mål genomfördes också, där parametrarna i dynamikfiltret, ω_0 och ζ , visade sig något mer aktiva. För att ge en heltäckande bild av robotmodellens känslighet med avseende på olika parametrar borde fler scenarier, med mål på olika höjd och som utför olika undanmanövrar, studeras.
- I analysen i denna rapport tillåts parametrarna variera inom ett intervall på $\pm 5\%$ av sitt nominella värde. För att fullt utnyttja den globala aspekten kan parametrarna tillåtas variera inom ett vidare intervall, där begränsningarna i parametervärde baseras på kunskap om verkliga robot-system. Observera dock att inom det parameterintervall som användes i denna rapport så är systemet approximativt linjärt, något som inte nödvändigtvis är uppfyllt för ett vidare intervall.
- I denna rapport används räckvidden som ett mått på robotens prestanda. Ett annat mått på prestanda är till exempel bomavstånd, vilket också kan

vara av intresse att analysera. Parametrar som inte är relevanta för räckvidden kan tänkas spela en större roll för bomavståndet, och därmed ge en mer heltäckande bild av interaktionen mellan olika modellparametrar och robotens uppförande.

Ett antal öppna frågor som uppkommit i samband med känslighetsanalysen i detta arbete återstår också. Till dessa hör:

- I avsnitt 3.3.2 diskuteras hur räckvidden fluktuerar då brinntiden på boostern, T_{b_1} , störs med ett värde som inte är en multipel av tidssteget i simuleringen. Även om bakgrunden till detta beteende är tydligt så är de exakta mekanismer som orsakar beteendet ej klarlagda.
- I samtliga analyser har boosterns brinntid, T_{b_1} , en påtagligt *liten* effekt på robotens prestanda. Parametrar som den specifika impulsen för boostern, I_{S_1} och sustainerns brinntid, T_{b_2} , har däremot stor inverkan. Varför T_{b_1} har en så liten inverkan är ännu inte klarlagt.
- Hur mycket räckvidden förändras vid störningar i de olika parametrarna är starkt vinkelberoende, se figur 3.4. För samtliga parametrar utom C_{L_α} erhålls störst förändring för vinkeln 180° , då målet går rakt mot avfyrningspunkten, och minst för vinkel 0° då målet istället avlägsnar sig. För parametern C_{L_α} tycks systemet istället vara känsligast för vinklarna $90^\circ - 160^\circ$. Vad detta beror på är ännu inte klarlagt.
- I figur 3.4 och motsvarande kurvor i figur 3.3 uppträder hack i kurvorna, där avvikelsen i räckvidd från de nominella värdena minskar drastiskt vid vissa vinklar för i stort sett samtliga parametrar. Orsaken till detta är ännu inte klarlagt.
- En motivation till att undersöka ett scenario med manövrerande mål var att undersöka om C_{L_α} , tillsammans med ω_0 och ζ , ökade i inflytande då roboten var tvungen att svänga för att nå sitt mål. Parametrarna ω_0 och ζ ökade mycket riktigt något i inflytande, medan C_{L_α} istället minskade. Varför C_{L_α} minskar i inflytande är ännu inte klarlagt.

A Parametervärden

A.1 Modellparametrar

```

c.t_parms = [0.0 0.01 40.0]; % start time, time step, stop time
c.configuration = 2; % 1 = beamrider, 2 = prop.nav
C_logging_level = 0; % -1 = all vars list above, -1 reduced
% set, see above

c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% nav

c.n_max=[350.0]; % [m/s^2] max load factor; threshold for
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% limiter

c.alpha_max=[15.0]; % [deg] max angle of attack
c.k=[100.0]; % [] Beam rider lead-lag gain.
c.T1=[0.5]; % [s] Beam rider null negreciprocal.
c.T2=[0.05]; % [s] Beam rider pole negreciprocal.
c.Tts=[0.1]; % [s] Target seeker/actuator model time
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% const

c.trigger=[50]; % [m] Fuze dist; unused
c.damp=0.5; % [] damping of simplified missile 2:nd
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% ord dynamics

c.freq=6; % [rads] res freq of simplified missile
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% 2:nd ord dyn

c.radius=[0.05]; % [m]
c.S=[pi*c.radius*c.radius]; % [m^2]
c.Cl_alpha_Unc=1.0;
c.Cd_Unc=1.0;
c.seeker_range=0.0; % [m] Distance to switch to internal
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% (ideal) seeker.

c.td_n_intens=0.0; % thetadot noise intensity, >= 0.
c.Vc_n_intens=0.0; % Closing velocity noise intensity, >= 0.
c.t_sampint=0.0; % Time sampl interv for td & Vc
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% measurements, >= tstep.

c.t_delay=0.0; % Time delay for td & Vc meas.
c.nav_const=[3.5]; % "navigation constant"; factor in prop
% t_sampint = 0 => t_delay = 0.

c.targ_man1_time = 100; % Time for 1:st target manoeuver.
c.targ_man2_time = 100; % Time for 2:nd target manoeuver.
c.targ_man3_time = 100; % Time for 3:rd target manoeuver.
c.targ_man4_time = 100; % Time for 4:th target manoeuver.
c.targ_man1_initaccvec=100.0*[1 0 0]; % [m/s^2] 1:st targ man init acc vector.
c.targ_man2_initaccvec=100.0*[0 1 0]; % [m/s^2] 2:nd targ man init acc vector.
c.targ_man3_initaccvec=100.0*[1 0 0]; % [m/s^2] 3:rd targ man init acc vector.
c.targ_man4_initaccvec=100.0*[0 0 1]; % [m/s^2] 4:th targ man init acc vector.
c.g=[0 0 10]; % [m/s^2]

```

```

c.velocity_relation=3.0;      % [] to comp init missile dir in
c.nav_const=[3.5];          % "navigation constant"; factor in
                             % prop launch_direct
c.launchangle=pi/36;        % [rads] max launch angle against
                             % x-y
c.nav_const=[3.5];          % "navigation constant"; factor in
                             % prop plane.
c.rnd_seed=1999;            % Nonnegative int, seed for seeker
                             % "noises".
c.emptyweight=[25];         % [kg]
c.powder_weight_1=[35];     % [kg]
c.powder_weight_2=[25];     % [kg]
c.powder_weight_3=[0];      % [kg]
c.specific_impulse_1=[2000]; % [Ns/kg]
c.specific_impulse_2=[2000]; % [Ns/kg]
c.specific_impulse_3=[0];   % [Ns/kg]
c.burning_time_1=[1];       % [s]
c.burning_time_2=[10];      % [s]
c.burning_time_3=[100];     % [s]
c.start=[1];                % [s]
c.rm_launch=[0 0 0];        % [m]

```

A.2 Beräkning av C_D och C_L

Motståndskoefficienten, C_D , beräknas i den analyserade modellen enligt följande

$$C_D(M, \alpha) = (0.2 + 0.009\alpha + 0.0002\alpha^2)(0.87 + 0.215M - 0.075M^2).$$

I ovanstående ekvation anger α robotens anfallsvinkel och M är en relativ hastighet angivet i Machtal.

Motståndskoefficienten beräknas enligt

$$C_L(M, \alpha) = C_{L\alpha} \alpha,$$

där

$$C_{L\alpha}(M, \alpha) = (0.86 + 0.002\alpha + 0.0027\alpha^2) \times f(M).$$

Den Machtalsberoende funktionen $f(M)$ ges av

$$f(M) = \begin{cases} 1.171 & \text{om } 0 < M \leq 0.8 \\ 0.827 + 0.43M & \text{om } 0.8 < M \leq 1.1 \\ 1.3 & \text{om } 1.1 < M \leq 1.2 \\ 2.17 - 0 - 935M + 0.175M^2 & \text{annars.} \end{cases}$$

Liksom tidigare anger α robotens anfallsvinkel och M är en relativ hastighet angivet i Machtal.

Litteraturförteckning

- [1] A. Ford and P. C. Gardiner. A new measure of sensitivity for social system simulation models. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 9(3):105 – 114, March 1975.
- [2] K. Thomaseth and C. Cobelli. Generalized sensitivity functions in physiological system identification. *Annals of Biomedical Engineering*, 27(5):607 – 616, September 1999.
- [3] G. M. Hornberger and R. C. Spear. Approach to the preliminary analysis of environmental systems. *Journal of Environmental Management*, 12(1):7 – 18, January 1981.
- [4] D. J. Pannell. Sensitivity analysis of normative economic models: theoretical framework and practical strategies. *Agricultural Economics*, 16(2):39 – 152, May 1997.
- [5] L. Abrahamsson and B. L. Andersson. Inversion of seabed parameters in the stockholm archipelago. Technical Report FOI-R-0300-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, December 2001.
- [6] B. L. Andersson and I. Karasalo. Modeling of low-frequency sound propagation in the baltic. Technical Report FOI-R-0875-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, June 2003.
- [7] A. Saltelli, K. Chan, and E. M. Scott, editors. *Sensitivity Analysis*. Wiley, Chichester, UK, 2001.
- [8] J. C. Helton. Uncertainty and sensitivity analysis for models of complex systems. computational methods in transport: Verification and validation. In F. Graziani, editor, *Lecture Notes in Computational Science and Engineering Vol. 62*, pages 207 – 228. Springer, Berlin Heidelberg, 2008.
- [9] J. P. C. Kleijnen. Sensitivity analysis and optimization in simulation: design of experiments and case studies. In *Proc. of the 1995 Winter Simulation Conference*, pages 133 – 140, Arlington, VA, USA, 3-6 December 1995.
- [10] E. D. Smith, F. Szidarovszky, W. J. Karnavas, and A. T. Bahill. Sensitivity analysis, a powerful system validation technique. *The open Cybernetics and Systemics Journal*, 2:39 – 56, 2008.
- [11] F. D. Van Voorhees and A. T. Bahill. Sensitivity analysis by design of experiments. In *Proc. of the 1995 Int. Symp. and Workshop on Systems Engineering of Computer Based Systems*, pages 58 – 65, Tucson, AZ, USA, 6-9 March 1995.
- [12] R. M. McGraw and R. A. MacDonald. Abstract modeling for engineering and engagement level simulations. In *Proc. of the 2000 Winter Simulation Conference*, pages 326 – 324, Orlando, FL, USA, 10-13 December 2000.
- [13] P. Eliasson, A. Fokas, L. Forsell, and D. Skoogh. Parameter uncertainty in an air defence missile model: An sensitivity analysis study. Technical Report FOI-R-0678-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, December 2002.

- [14] P. Eliasson, C. Hildings, U. Nilsson, and D. Skoogh. Parameter sensitivity methods applied on a surface-to-air missile model. Technical Report FOI-R-1655-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, June 2005.
- [15] P. Eliasson and D. Skoogh. Methods for parameter sensitivity assessment in aircraft-missile models. Technical Report FOI-R-1005-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, December 2003.
- [16] A. L. Blumel, E. J. Hughes, and B. A. White. Design of robust fuzzy controllers for aerospace applications. In *Proc. of the 18th Int. Conf. of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, pages 438 – 442, 10-12 June 1999.
- [17] T. da Silva Ribiero. Application of sensitivity analysis os bank-to-turn missile. Master’s thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA, December 1983.
- [18] O. A. deAndrade. Sensitivity and robustness analysis for sea-skimming missile. Master’s thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA, September 1986.
- [19] M. P. Horton. Real-time identification of missile aerodynamics using a linearised kalman filter aided by an artificial neural network. In *IEE Proc. of Control Theory and Applications*, pages 299 – 308, July 1997.
- [20] C. J. Doolan. Hypersonic missile performance and sensitivity analysis. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 44(1):81 – 87, January – February 2007.
- [21] D. L. Quam. Missile aerodynamic sensitivity analysis. In *Proc. of 16th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Huntsville, AL, USA, 16-18 January 1978.
- [22] Xin Wang, Fengge Zhang, and Yuxin Wang. Sensitivity analyzing of rocket ballistic parameters based on sensitivity function theory. In *Proc. of the 3rd IEEE Conf. on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, pages 1207 – 1210, Singapore, 3-5 June 2008.
- [23] L.W. Taylor, C. Gracey, and C. D. Armstrong. A guidance-motivated sensitivity analysis of an aero-assisted boost vehicle. In *Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pages 1207 – 1210, Williamsburg, VA, USA, 18-20 August 1986.
- [24] A. Sandblom. A simplified 3-dimensional surface-to-air missile model. Technical Report FOA-R-99-01283-314-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, November 1999.
- [25] J. W. C. Robinson. Performance aspects of a network guided surface-to-air missile. Technical Report FOI-R-0948-SE, Swedish Defence Research Agency, FOI, Stockholm, August 2003.